

പ്രാചീനഗണിതം മലയാളത്തിൽ

പ്രൊ.സി.കെ.മൂസ്സത്

കേരള ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട്

ബഹുമാനസ്നേഹനിർഭരമായ
ഹൃദയത്തിന്റെ ഉപഹാരമായി

ശ്രീ

വി. വി. തമ്പിനു

സി. കെ. ഗുണ്ടൂർ

C. Gundur

22 - 3 - 1964.

ഇതുപോലും തുടുപ്പായി ഒരു
പേരറിയാക്കുഞ്ഞായ
സുകുമാരകീർത്തി.

പ്രാചീനഗണിതം മലയാളത്തിൽ

Malayalam

PRACHEENA GANITAM MALAYALATIL

(Ancient Mathematics in Malayalam)

Author :
Prof. C. K. MOOSAD

First Published : September 1980

Copies : 2000

Printed at :
Vijnanamudranam Press, Trivandrum-3

Price : Rs. 8.00

Published by :
State Institute of Languages, Kerala, Trivandrum-3

© State Institute of Languages, Trivandrum-3.

Published by the State Institute of Languages, Kerala, Trivandrum, under the centrally sponsored scheme for production of University level text books in regional languages of the Govt. of India, Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.

SIL / 668 F. T. 582

പ്രാചീനഗണിതം മലയാളത്തിൽ

പ്രൊ. സി. കെ. മൂസ്സത്

കേരള ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട്
തിരുവനന്തപുരം

ജനറൽ എഡിറ്റർ
ഡോ. എ. എൻ. പി. ഉമ്മർകുട്ടി

General Editor
Dr. A. N. P. Ummerkutty

എഡിറ്റർ
ഡോ. സി. ജി. കർത്താ

Editor
Dr. C. G. Kartha

ഒന്നാം പതിപ്പ് : സെപ്തംബർ 1980

First Published : September 1980

അച്ചടി : വിജ്ഞാനമുദ്രണം പ്രസ്സ്
തിരുവനന്തപുരം

Printed at : Vijnanamudranam Press
Trivandrum

വില : ക. 8.00

Price : Rs. 8.00

ആമുഖം

ദക്ഷിണേന്ത്യക്കാരുടെ പ്രത്യേകിച്ച് കേരളീയരുടെ മഹത്തായ പൈതൃകമായി അവശേഷിക്കുന്ന പ്രാചീനഗണിതത്തെക്കുറിച്ച് മലയാളത്തിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ പുസ്തകമാണിത്. പ്രാചീന ഗണിതത്തിലെ സംഖ്യാവ്യവസ്ഥ, അക്ഷരസംഖ്യകം, ഭിന്നങ്ങൾ, ശബ്ദസംഖ്യകം മുതലായവ കൂടാതെ നെൽക്കണക്ക്, പലിശക്കണക്ക്, മാസശമ്പളക്കണക്ക് എന്നിവയും ഇതിൽ പ്രതിപാദ്യവിഷയമാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങൾ പ്രാചീനകാലത്തു് കേരളത്തിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്ന രീതിയും നമുക്ക് ഈ പുസ്തകത്തിൽ നിന്നു് മനസ്സിലാക്കാം.

കേരള ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിലെ അസിസ്റ്റൻറ് ഡയറക്ടർ ആയിരുന്ന പ്രൊ സി. കെ. മൂസ്സത് ആണു് ഈ ഗ്രന്ഥം തയ്യാറാക്കിയതു്.

ഈ പുസ്തകത്തിൻെറ നിർമാണത്തിൽ ഏതെങ്കിലും വിധത്തിലുള്ള അപാകതകം വന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ വായനക്കാർ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണമെന്നഭ്യർഥിക്കുന്നു. അടുത്ത പതിപ്പിൽ അവ തിരുത്താവുന്നതാണല്ലോ.

കേരള ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട്
തിരുവനന്തപുരം
സെപ്റ്റംബർ, 1980

ഡോ. എ. എൻ. പി. ഉമ്മർകുട്ടി
ഡോ. സി. ജി. കർത്താ

രണ്ടുവാക്ക്

ഗണിതം വിദ്യാർഥി ജീവിതകാലത്തു് എന്റെ ഇഷ്ടവിഷയമായിരുന്നു; പരീക്ഷയ്ക്കു പ്രത്യേക പ്രയത്നം ആവശ്യപ്പെടില്ല; നൂറിൽ നൂറു നൽകുകയും ചെയ്യും. അന്നു് എല്ലാം ഇംഗ്ലീഷിലായിരുന്നല്ലോ. പഴയ മലയാള പുസ്തകങ്ങളോടു പ്രതിപത്തി വന്നുപെട്ടതു് തിരുവനന്തപുരത്തു വന്നശേഷം മാത്രമാണു്. ഒരു പക്ഷേ, അവയുടെ ഗവേഷണ മൂല്യത്തെക്കുറിച്ചു ബോധം അങ്കുരിച്ചതു് പ്രൊ. ഗുപ്തൻ നായരുമായുള്ള സമ്പർക്കങ്ങളാകാം. അദ്ദേഹം ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിലായിരുന്നപ്പോഴും ഉച്ചഒഴിവുസമയത്തു് ഞങ്ങളും ഇത്തരം കാര്യങ്ങളും ചർച്ച ചെയ്യും. അദ്ദേഹം പറയും ഞാൻ കേൾക്കും. എന്റെ ഗവേഷണാത്മകമായ പുസ്തകപരിചയം വളർന്നതങ്ങിനെയാണു്.

ഈ പുസ്തകത്തിൽ ആദ്യമായത്തു സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ ഗണിതതാല്പര്യം കേരളീയരുടെ ഒരു സവിശേഷതയായിരുന്നു. പല പഴയ കണക്കുകളും എന്നിൽ കൗതുകമുണർത്തി. വിജ്ഞാനകൈരളി ലക്കങ്ങളിൽ അതിന്റെ പ്രതിഫലനം കാണാം. എല്ലാം ചേർത്തു ഒരു തീസിസ് രീതിയിൽ അവതരിപ്പിയ്ക്കാമെന്ന ഒരു മോഹം ഒരു ദുർബലനിമിഷത്തിലുണ്ടാകയും ചെയ്തു. പക്ഷേ സർവകലാശാലക്കാർ എന്നെ രക്ഷിച്ചു. അവർ പറഞ്ഞു, എനിയ്ക്കു മാസ്റ്റർ ബിരുദമില്ല. "ബാച്ചലർ" ബിരുദക്കാരനു് പി. എച്ച്ഡി. കിട്ടില്ല എന്നു്. വേണ്ട, എന്നിലെ കുറുക്കനു് ആ പി. എച്ച്ഡി പുളിക്കുമെന്നുമായി! പുസ്തകം പ്രസിദ്ധീകരിക്കുകയെങ്കിലുമാകുമല്ലോ എന്നു നിശ്ചയിച്ചു് മധ്യകാല ഗണിതം മലയാളത്തിൽ എന്ന ഒരു പ്രബന്ധം കഴിഞ്ഞ ലോകമലയാള സമ്മേളനത്തിൽ അവതരിപ്പിയ്ക്കാൻ കിട്ടിയതു് ഒരു തുടക്കവുമായി—ഇതാണു ഈ പുസ്തകത്തിന്റെ ജനനകഥ.

പഴമയെ പുകഴ്ത്തി ആത്മസംതൃപ്തിയടയുകയല്ല ഏതായാലും ഗ്രന്ഥകാരന്റെ ഉദ്ദേശം. പണ്ടു് പട്ടാമ്പിയിൽ പുന്നശ്ശേരി നമ്പിയുടെ ശിഷ്യന്മാർ ഗുരുനാഥനെ പുകഴ്ത്തി വിദ്യാർഥികൾ സമയദുർവ്യയം ചെയ്യുന്നതിൽ സഹികെട്ടു് അദ്ദേഹംതന്നെ അതമർച്ചചെയ്ത ഒരു സംഭവം ഗണിതം സംബന്ധിച്ചതാണു്. ശിഷ്യന്മാരുടെ പൂട്ടുപിടിച്ച സായംകാലതർക്കം, യഥാർഥ ബുദ്ധിമാൻ ഗുരുനാഥനാണോ, അന്നവിടെ അതിഥിയായെത്തിയ കൈക്കുളങ്ങര രാമവാരിയരാണോ എന്നു്. നമ്പി അവർക്കും മുഖ്യാതിഥിയോടൊപ്പം സന്ധ്യാവന്ദനത്തിനിറങ്ങുകയാണു്. അർഥശൂന്യമായ വാദം അവസാനിപ്പിക്കുമാറു് രണ്ടു വാക്കു് പിള്ളരോടു് സംസാരിക്കാൻ നമ്പി അവർക്കും രാമവാരിയരോടൊപ്പം രംഗത്തു ചെന്നു. കുറച്ചുനേരത്തിനു ശേഷം ജോലി തരാമെന്നു് പറഞ്ഞു വാരിയർ ഒരു ശ്ലോകം ചൊല്ലിക്കൊടുത്തു.

ഉണ്ടായി രണ്ട വിദ്വാന്മാർ (54412110)
നമ്പിയും രാമവാരരും (22452110)
സൂത്രത്തിൽ ഝലി തർക്കിച്ചാൽ (61639627)
ബുദ്ധിമാൻ വാരരാണപോൽ (15224593)

വിദ്യാർഥികളോട് തങ്ങളും കൂടിച്ചുവരുമ്പോഴേയ്ക്കു ഓരോ പാദത്തിന്റെയും കടപയാദി ക്രമമനുസരിച്ചുള്ള സംഖ്യകളും വെവ്വേറെ കാണുവാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു. ഈ സംഖ്യകളും തമ്മിൽ വല്ല ബന്ധവുമുണ്ടോ എന്നു് പരിശോധിക്കണമെന്നും.

ശ്ലോകത്തിലെ നാലു പാദങ്ങളുടെയും സംഖ്യകളും ബ്രാക്കറ്റിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്. ആദ്യത്തെ രണ്ടു പാദങ്ങളുടെയും തുക അടുത്ത രണ്ടു് പാദങ്ങളുടെയും തുകയ്ക്കു തുല്യമാകും. എന്നുവെച്ചാൽ ആദ്യത്തെ രണ്ടു പാദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടു്, മൂന്നാം പാദത്തിലെ സംഖ്യ കുറച്ചാൽ, ഉത്തരമായി കിട്ടുക 'ബുദ്ധിമാൻ വാരരാണപോൽ' എന്ന നാലാം പാദത്തിലെ സംഖ്യയാണു്. ഇതുയും ഗണിതത്തിന്റെ മർമ്മങ്ങളും ഉൾക്കൊള്ളിച്ചു് സന്ദർഭ പ്രസക്തിയുള്ള ഒരു ശ്ലോകമെഴുതിയ കൈക്കുളങ്ങര രാമവാരിയർ, വാസ്തവത്തിൽ ഭാരതം കണ്ടിട്ടുള്ള ഏറ്റവും വലിയ ഗണിതജ്ഞനെന്നു പ്രൊഫസർ ജി. എച്ചു്. ഹാർഡിയാൽ വിശേഷിപ്പിക്കപ്പെട്ട രാമാനുജത്തെയും അതിശയിയ്ക്കുന്നില്ലേ? അതായിരുന്നു പഴയ കാലത്തു് ഗണിതത്തിൽ കേരളം കാട്ടിയ താല്പര്യം! ലോകോത്തര പ്രശംസയർഹിക്കുന്ന ഗണിതപ്രതിഭ.

ഇത്തരുണത്തിൽ പ്രസിദ്ധ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്ന ശ്രീനിവാസ രാമാനുജത്തിന്റെ കഥ ഓർത്തുപോവുകയാണു്. രോഗബാധിതനായി രാമാനുജം ഒരു സാനിറ്റോറിയത്തിൽ വിശ്രമിക്കവേ, പ്രൊഫ. ഹാർഡി തന്റെ സഹപ്രവർത്തകന്റെ രോഗനിലയറിയാൻ ചെന്നിരുന്നു. ഗ്ലാനവദനനായി തലയ്ക്കൈകൊടുത്തിരുന്ന പ്രൊഫസർ അസ്വസ്ഥനായുന്നതിന്റെ കാരണം, രോഗിതിരക്കുന്നു. താൻ വന്ന ടാക്സിയുടെ നംബർ ആണു് തന്നെ വിഷമിപ്പിക്കുന്നതെന്നു ഹാർഡി. 1729 ആണു് നംബർ. അശുഭസംഖ്യയായ 13-ന്റെ പെരുക്കം. പതിമൂന്നുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലത്തിലും വരുന്നു പതിമൂന്നുകൂടും! കണ്ണിൽ ഒരു തിളക്കത്തോടെ രാമാനുജം പ്രതിവചിച്ചതിങ്ങനെയാണു്, ശ്രുഭലക്ഷണമുള്ള ഒരപൂർവ്വ സംഖ്യയാണല്ലോ അതു്. രണ്ടു ഘനസംഖ്യകളായി രണ്ടു തരത്തിൽ പിരിയ്ക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ അതാണല്ലോ. $1729 = 10^3 + 9^3 = 1^3 + 12^3$. ഒരത്ഭുത പ്രതിഭാസം എന്നു് ഹാർഡി പറഞ്ഞുപോയി. സംഖ്യയെ സംബന്ധിച്ചും രാമാനുജത്തെ സംബന്ധിച്ചും അർഥവത്തായ പ്രയോഗം. ഈ രാമാനുജവും മുൻചൊന്ന രാമവാരിയരുമായാൽ, ഗണിത പ്രതിഭയിൽ ആരാണു് അനുജൻ ആരു ജ്യേഷ്ഠൻ എന്നു് തിട്ടം പറയാൻ വയ്യ. ബുദ്ധിമാൻ വാരരാണപോൽ എന്നും പറഞ്ഞുകൂടാ. രാമശബ്ദത്തെ ധന്യമാക്കിയ രണ്ടത്ഭുത പ്രതിഭാസങ്ങളും എന്നു പറയുകയാവും ശരി. അങ്ങനെ എത്രയെത്ര വിദഗ്ധർ പിറന്ന ഭൂമിയാണിതു്!

ഈ പുസ്തകത്തിൽ മലയാളത്തിൽ സംഖ്യയെഴുത്തിനുപയോഗിച്ചിരുന്ന, വിസ്മൃതമായ സങ്കേതങ്ങളും തെളിയിച്ചു കാട്ടിയതു് ചരിത്രകാരന്മാർക്കു് പ്രയോജനകരമാകാം. പൂജ്യമില്ലാതെ വലിയ സംഖ്യകളും ചെറിയ ഭിന്നിതങ്ങളും പ്രതിപാദിച്ചപോന്ന രീതികളും 'കണക്കധികാരം' എന്ന പുസ്തകത്തിലുള്ളതാണു്. ദക്ഷിണേന്ത്യയിൽ മാത്രം പ്രചാരമുണ്ടായിരുന്ന ഒരു ഗ്രന്ഥം. അണു എന്നൊരു ദൂരമളവും ഏതാണ്ടു് ഒരു അംഗസ്ട്രോം യൂണിറ്റിനു് തുല്യമാകുക (10-8 സെ. മീ.). അതായതു് ഇന്നത്തെ അറോമിക് വ്യാസത്തിനു് തുല്യമാകുക ഒരു അത്ഭുതമായി എനിക്കു തോന്നി. രണ്ടിന്റെ ഘാതങ്ങളും സംബന്ധിച്ച സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകളും ഇതെല്ലാം അവിടവിടെ പല പുസ്തകങ്ങളും തപ്പി മാസികകളും പരതി, ഇതിൽ ചേർത്തിട്ടുള്ളതു് ശ്രദ്ധിച്ചു നോക്കിയാൽ പ്രയോജനകരമാകാം ചിലർക്കെങ്കിലും.

ഏതായാലും പിന്തിരിപ്പൻ രീതിയിൽ പഴയ കാലമഹത്വത്തെക്കുറിച്ചു് മനപ്പായസമുണ്ണുകയല്ല, അതിൽ നിന്നു് പ്രചോദനം ഉൾക്കൊണ്ടു് ശൈഷണിക നിലവാരം ഉയർത്താൻ നമ്മുടെ ഇടയിൽ ചുണകുട്ടികളും ഉണ്ടാകണമെന്നാണുദ്ദേശം. രാമവാരിയരെപ്പോലെ ഗണിത പ്രതിഭ കേരളത്തിൽ ഇനിയും ഉണ്ടാവാൻ ഇടയാകുമെന്നതന്നെയാണു് എന്റെ പ്രത്യാശ. അവരെ ഉദ്ദേശിച്ചുള്ളതാണു് ഈ ഗ്രന്ഥം.

ഈ പുസ്തകം വിജ്ഞാനമുദ്രണം പ്രസ്സിൽ അച്ചടിയ്ക്കപ്പെട്ട. പ്രസ്സുകാർക്കും ചിലപ്പോൾ ഡോ. സി. ജി. കർത്താ സാറിനും തലനോവിനു് കാരണമായിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ എനിയ്ക്കു ദുഃഖമുണ്ടു്. പക്ഷേ, ഈ പുസ്തകം അവതരിപ്പിക്കാൻ സൗകര്യമുണ്ടാക്കി തന്നതിൽ ഇന്നത്തെ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഡയറക്ടറോടും ബന്ധപ്പെട്ട എല്ലാവരോടും ഹൃദയപൂർവം നന്ദി പറയേണ്ടതുണ്ടല്ലോ.

തിരുവനന്തപുരം
11-9-1980

സി. കെ. മൂസ്സത്

ഉള്ളടക്കം

അധ്യായം			പേജ്
1.	പ്രാചീനഗണിതം മലയാളത്തിൽ	...	1
2.	സംഖ്യകളും; മാത്രകളും വല്ലവും ചെറുവും	...	8
3.	അക്ഷരസംഖ്യകളും : പരൽപ്പേരുകളും	...	20
4.	ഭിന്നിതങ്ങളും അക്കാലത്തു് ...	...	27
5.	ശബ്ദസംഖ്യകളും : പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ	...	30
6.	ആര്യഭടീയം ...	...	39
7.	ലീലാവതി ഗ്രന്ഥസ്വാധീനം ...	...	46
8	കണക്കു സാരം ...	...	60
9.	കണക്കധികാരം ...	...	73
10.	നെൽക്കണക്കു് ...	...	86
11.	പാക്കുകണക്കു് ...	...	90
12.	പൊൻകണക്കു് ...	...	92
13.	പലിശക്കണക്കു് ...	...	100
14.	മാസശമ്പളക്കണക്കു് ...	...	105
15.	ഒട്ടക്കണക്കു് ...	...	109
16.	പലവകകണക്കു് ...	...	116
17.	ഭ്രമിയുടെ കണക്കു് ...	...	138
	ഉപസംഹാരം ...	...	154

അനുബന്ധം

I	ചില പുഴയ കംനക്ക പുസ്തകങ്ങള	...	158
II	നാഴിയും നാഴികകളും	...	164
III	മാകാണി—മുണ്ടാണി	...	167
IV	രണ്ടിന്റെ ഘാതങ്ങൾ, മാപനത്തിൽ	...	169
V	മാന്ത്രികചതുരങ്ങൾ	...	172
VI	ന്നാറാണ്ടിന്റെ കലണ്ടർ എളപ്പത്തിൽ	...	176
VII	വ്യ സപരിധീബന്ധം പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ	...	178
VIII	കണക്കെഴുത്തുഗ്രന്ഥങ്ങൾ മലയാളത്തിൽ	...	182
IX	പ്രാചീനഗണിതം സംഗീതശാസ്ത്രത്തിൽ	...	186
X	പ്രാചീനഗണിത വൃത്താഞ്ജരിയിൽ	...	190

1

പ്രാചീനഗണിതം മലയാളത്തിൽ

ഗണിതതാല്പര്യം

പ്രാചീനകാലം തൊട്ട്, ഗണിതവും ആയുർവേദവും കേരളീയരുടെ ഇഷ്ട വിഷയമായിരുന്നു. ധനികരാണെങ്കിൽ ഒരു ഡൈഷ്ണികവിനോദം; പാവപ്പെട്ടവരാണെങ്കിൽ ഒരുപജീവനത്തൊഴിൽ; വൈദ്യവും ജ്യോതിഷവും ചിലരുടെ കുലത്തൊഴിലാകുന്നതു അങ്ങനെയാണു്. അഞ്ചാം നൂറ്റാണ്ടിലെ ആര്യടേന്റെ വ്യാഖ്യാതാക്കളും ഏറിയകൂറും മലയാളികളായിരുന്നല്ലോ. ഇതൊരു യാദൃച്ഛിക സ്ഥിതിവിശേഷമല്ല. ഇവിടെ ഭൂമിശാസ്ത്രമായിരുന്നു അതിന്റെ മൂലകാരണം. അറബിക്കടലിന്റെ തീരം ചേരി നെടുനീളത്തിൽ കിടക്കുന്ന ഈ പ്രദേശം വഴിയാകണം മധ്യകാലങ്ങളിൽ വ്യാപാരങ്ങളും നടന്നിരിക്കുക. വൈജ്ഞാനികരംഗത്തുമുണ്ടാകും, ഏറ്റുമതിയും ഇറക്കുമതിയും. നൂറുകണക്കിനു അറബിപദങ്ങളും ആയിരക്കണക്കിനു സംസ്കൃതപദങ്ങളും ഇവിടെ നിത്യ വ്യവഹാരത്തിലായതു് ഈ വ്യാപാരത്തിന്റെ അവശിഷ്ടമല്ലേ? ഹർജിക്കാരൻ ഹാജരുണ്ടോ എന്നു കോടതിയിൽ ചോദ്യമുയരുമ്പോഴും ബാക്കിപാട്ടം ജാസ്തിയാണെന്നു ജാമ്യക്കാരൻ മുൻസിഫിന്റെ മുമ്പിൽ പറയുമ്പോഴും അറബിപദങ്ങൾ തള്ളിക്കയറുന്നു. സംസ്കൃതപദങ്ങൾ പുതിയ അർഥത്തിൽ പ്രയോഗിക്കേണ്ടിവരുന്നതു് (ഉദാ: സംസാരം, അവകാശം) ആദാനപ്രദാനത്തിന്റെ ചട്ടലതയെ മാത്രം കുറിയ്ക്കുന്നു. കേരളത്തിലെ പ്രാചീനഗണിതം സംസ്കൃതവൃത്തത്തിൽ കാരികകളായും ദ്രാവിഡഗാനങ്ങളാലും ജനമധ്യത്തിലൂടനീളം വ്യാപിച്ചിരുന്നു.

ആശാനു് ഓർമിച്ചു പൊല്ലാനും ശിഷ്യനു് ഹൃദിസ്ഥമാക്കാനും സൗകര്യം കൂട്ടുകയെന്നതാണു് കാര്യങ്ങൾ പദ്യത്തിൽ പൊതിഞ്ഞു കൊടുത്തതിന്റെ പൊരുൾ. മാത്രമല്ല, നിത്യാനുവേണ്ടകളെ മുൻനിറുത്തിയാകും കണക്കു്. ഒരു കൂട്ടം പക്ഷികൾ പറന്നുപോകുന്നു; അവ എത്ര എണ്ണമെന്ന ഒരു കുഞ്ഞിന്റെ ജിജ്ഞാസ ചിറകെടുക്കുന്നു. പക്ഷികളിലൊന്നു് ആത്മഗതമായി പറയുന്നതു് പ്രശ്നരൂപത്തിലാണു്. ''ഞങ്ങളും ഞങ്ങളും ഞങ്ങളിൽ പാതിയും പാതിയിൽ പാതിയും നീയും കൂടിയാൽ നൂറു്'' എന്നു്. ഇതിൽ നിന്നു് പക്ഷികളുടെ എണ്ണം 36 ആണെന്നു് ലഘൂസമീകരണം വഴി തിട്ടപ്പെടുത്താം.

എണ്ണം x എന്നിരിയ്ക്കട്ടെ. $x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100$. എങ്കിൽ $x = 36$. അല്പം നൊണ്ടുള്ള ഒരു പൂജകൻ ധൃതിയിൽ ക്ഷേത്രത്തിലേക്കു് പോകുന്ന. അമാന്തക്കാരനായ ശാന്തിയെ ആക്ഷേപിക്കുന്നതും ഒരു ഗണിതപ്രശ്നത്തിന്റെ ശൈലിയാകുന്നു.

ഞണ്ടിന്നു കാലു പന്ത്രണ്ടു
തദർദ്ധം വണ്ടിനും തഥാ
തദർദ്ധം ശംഖുകാലിന്നും
തദർദ്ധം കാട്ടുമാടനും

വ്യക്തിക്കു് ഒന്നരക്കാലുമാത്രമേ സ്വാധീനമായുള്ളു; വഴി നടന്നെത്താൻ വൈകുന്നതു് ക്ഷന്തവ്യം എന്ന വസ്തുത സ്വല്പം കൗശലത്തോടെ ഞണ്ടിനെയും ജഡവസ്തുവിനെയും പരാമർശിച്ചു കൊണ്ടു് അവതരിപ്പിക്കുകയാണു്. $\frac{1}{2}$ സാമാന്യഗുണകമായ ഒരു ഗുണോത്തര ശ്രേണിയാണു് അവതരിപ്പിയ്ക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതു്. തൊട്ടതിനും പിടിച്ചതിനും ഗണിതക്രമം കടന്നുകയറുന്ന സംസ്കാരമായിരുന്ന കേരളത്തിൽ ഒരു കാലത്തു നിലവിലുണ്ടായതു്.

നാല്പതുവർഷം മുമ്പു് ഇന്റർ മീഡിയറിനു് പഠിക്കുന്ന ഞാൻ നാട്ടിലെത്തിയപ്പോഴും ഒരു നാടൻ കാരണവർ എന്നെ പരീക്ഷിയ്ക്കാൻ ഒരു കണക്കു് ചോദ്യം തന്നു. അതു് പദ്യത്തിലായതു കൊണ്ടു് ഇന്നും മറന്നിട്ടില്ല.

ഏകനേകനോടു നാഗവല്ലി പത്രമൊന്നുവാങ്ങിനാൻ
വാസരേ ദിനേ ദിനേ ഇരട്ടിരട്ടിവാങ്ങിനാൻ
മാസമൊന്നിനിത്രപത്രമായ തെന്നു ചൊല്ലുകിൽ
പൃത്തനായ കങ്കണം തരുവനെന്നു നിശ്ചയം.

ഉത്തരം കണക്കുകൂട്ടി തിട്ടപ്പെടുത്താൻ വയ്യെന്നായിരുന്നു കാരണവരുടെ പിടുത്തം. രണ്ടു പൊതുഗുണകമായ ഗുണോത്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദം ഒന്നും പദസംഖ്യ 30–ഉം ആകയാൽ തുക $2^{30} - 1$, രണ്ടിനെ തുടർച്ചയായി തന്നത്താൻ 30 തവണ ഗുണിച്ചു ഒന്നു കുറച്ചാൽ ഉത്തരമാകുമെന്ന എന്റെ ന്യായവാദം അദ്ദേഹത്തെ തൃപ്തിപ്പെടുത്തിയില്ല!

ഗണിതതാല്പര്യം സാമാന്യസ്വഭാവമായിരുന്ന എന്നതിനു് അന്നത്തെ സാഹിത്യമാസികകളും സാക്ഷ്യം വഹിക്കുന്നു. ഒന്നോ രണ്ടോ പേജു് ഗണിതവിനോദങ്ങൾക്കായി ഒഴിച്ചിട്ടിരുന്ന പതിവും അന്നുണ്ടായിരുന്നു. അപ്പൻ തമ്പുരാന്റെ രസികരഞ്ജിനിയുടെ കാലത്തു് ഒരു ലക്കത്തിൽ ചേർത്ത കണക്കും ഉദ്ധരിക്കട്ടെ. "ഒരു പിച്ചളത്തകിടിന്മേൽ മൂന്നു ശുശികയും നിർത്തീട്ടുണ്ടു്. ഏറ്റവും വലിയ സ്വർണക്കട്ടി ഏറ്റവും താഴെ എന്ന കണക്കിനു ക്രമത്തിൽ ഏറ്റവും ചെറുതു് ഏറ്റവും മുകളിലുമായി 64 സ്വർണക്കട്ടികളും ഒരു ശുശിമേൽ

അടുക്കിയിരിക്കുന്നു. കട്ടികളും ആദ്യത്തെ തൂശിയിൽ നിന്നു മൂന്നാമത്തെ തൂശിയിലേക്കു രണ്ടാമത്തെ തൂശി ഉപയോഗിച്ചു മാറ്റണം. ചില നിബന്ധനകൾക്കു വിധേയമായി വേണം മാറ്റുന്നതു്. ഒരു സമയത്തു് ഒരു കട്ടി മാത്രമേ എടുക്കാവൂ. ഒരു കട്ടി എടുക്കുമ്പോൾ അതു കട്ടികൾ ഒന്നുമില്ലാത്ത തൂശി മേൽഇടണം; ഒരു കട്ടി അതിനെക്കാൾ വലിയ കട്ടി മേലല്ലാതെ, ചെറിയ കട്ടിമേൽ വച്ചുകൂടാ. ഇപ്രകാരം 64 കട്ടികൾ മൂന്നാമത്തെ തൂശിമേൽ ആക്കാൻ എത്ര സമയം വേണം? അത്രയും കാലം കാശിക്ഷേത്രത്തിനു് ഭദ്രതയുണ്ടു് എന്നാണു് വെപ്പു്. [ഈ പ്രശ്നം ജോർജ് ഗാമോവിന്റെ ഒന്നു്, രണ്ടു്, മൂന്നു്, അനന്തം എന്ന പ്രസിദ്ധ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഉദ്ധരിച്ചിട്ടുള്ളതാണു്]. രണ്ടു കട്ടികൾ മാത്രമാണുണ്ടായിരുന്നതെങ്കിൽ, ആവശ്യമായ മാറ്റങ്ങൾക്കു് മൂന്നു നീക്കങ്ങൾ വേണ്ടിവരും. മൂന്നു കട്ടികൾ ഉണ്ടായിരുന്നെങ്കിൽ, ഏഴുനീക്കങ്ങൾ ആവശ്യമാകും; നാലു കട്ടികൾ ഉണ്ടായിരുന്നെങ്കിൽ 15 നീക്കങ്ങൾ വേണം. മൂന്നു കട്ടികൾ നീക്കുന്ന ക്രമം പ്രസ്തുത മാസികയിൽ ചിത്രരൂപേണ കാണിച്ചിരുന്നു. എത്ര കട്ടികൾ ഉണ്ടോ അത്ര തവണ രണ്ടിനെ തന്നത്താൻ ഗുണിച്ചു ഒന്നു കുറയ്ക്കുക. അപ്പോൾ 64 കട്ടികൾ വരുമ്പോൾ നീക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം $2^{64} - 1$ എന്ന വലിയ സംഖ്യയാകും [18, 446, 744, 073, 709, 551, 615]. ഇവിടെ ഒരു നീക്കത്തിനു ഒരു സെക്കണ്ടു് അനുവദിയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ 64 കട്ടികൾ നീക്കാൻ ആവശ്യമാകുന്ന സമയം അഞ്ഞൂറു മില്യൻ നൂറ്റാണ്ടുകൾ ആകുമത്രേ. അത്രയും കാലം അഥവാ അനന്തകാലം കാശിക്ഷേത്രപ്രശസ്തി നിലനിൽക്കുമെന്നു ഗണിതരൂപത്തിൽ ആചാര്യൻ വിഭാവനം ചെയ്തിരിക്കുകയാണു്. വിനോദവും വിജ്ഞാനവും പകരുന്ന ഗണനലീലകളിൽ പ്രാചീനാചാര്യന്മാർ ഉൽസുകരായിരുന്നു എന്നർഥം. ഉത്തരേന്ത്യയിലെ ഒരു രാജാവു് ചതുരംഗം വച്ച കഥയും പ്രസ്തുത രസിക രഞ്ജിനി ലേഖനത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു്. രാജാവു തോൽക്കുന്ന പക്ഷം, 64 ചതുരംഗക്കള്ളികളുള്ളതിൽ ഒന്നാമത്തേതിൽ ഒരുമണി നെല്ലു് രണ്ടാമത്തേതിൽ രണ്ടുമണി നെല്ലു്, മൂന്നാമത്തേതിൽ നാലുമണി നെല്ലു് എന്ന ക്രമത്തിൽ ഇരട്ടിച്ചിരട്ടിച്ചു പെരുകുകയും അതിനാവശ്യമായ നെല്ലുമാത്രം ജയിച്ചവനു കൊടുക്കുകയും വേണമെന്നായിരുന്നു പന്തയം. സ്വർണക്കട്ടികളുടെ മാറ്റത്തിനു വേണ്ട നീക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം തന്നെ ($2^{64} - 1$) ആകും, നെന്മണികളുടെ എണ്ണം. നാഴിക്കു് 14,400 നെന്മണി എന്നാണു് പഴയ കണക്കു്. ഏതാണ്ടു് 40–50 കോടി പറ നെല്ലു വേണ്ടിവരുകയാണു് പന്തയത്തുക! ഇന്ത്യക്കാർ മുഴുവൻ ആളൊന്നുക്കു് ഒരു പറ നെല്ലു് എടുത്താലും തികയാത്തത്ര നെല്ലു്! കെ. കെ. വാരിയർ ബി. ഏ. യുടെ പേരിൽ വന്ന പ്രസ്തുത രസികരഞ്ജിനി ലേഖനം ഇരുപതാം നൂറ്റാണ്ടിന്റെ തുടക്കത്തിലാണെന്നതു കൂടി ശ്രദ്ധിക്കുമല്ലോ.

മഹാകവി കെ.സി. കേശവപിള്ളയുടെ ഒരു ഗണിതശ്ലോകം ഇത്തരുണത്തിൽ സ്മർത്തവ്യമായിട്ടുണ്ടു്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ ഖണ്ഡകൃതികളും സമാഹരിച്ചതിൽ ഉള്ളതു് ഇവിടെ പകർത്താം.

പത്തു മടിശ്ശീലയിലായ്
പവനായിരമിട്ടുകെട്ടിവെക്കേണം
ഇഷ്ടപ്പെട്ടൊരു തുകയെ
പ്രഷ്ടാവിനു നൽക, കെട്ടഴിക്കാതെ
ഒന്നു മുതൽക്കായിരമാ–
കുന്നതുവരെയുള്ളൊരേതുസംഖ്യയെയും
എത്ര മടിശ്ശീലകളായ്
നൽകുകിലും ദോഷമില്ലഴിക്കാതേ,
ഇങ്ങനെ നൽകീടുന്നതി–
നെങ്ങനെ ഭാഗിച്ചു പത്തുസഞ്ചിയിലും
വെയ്ക്കണമെന്നതു ചിന്തി–
ച്ചുറപ്പുതുകാൽ സൂക്ഷ്മമതികമം ചൊല്ലേണം

ഒരാളുടെ വശമുള്ള ആയിരം പവൻ പത്തു മടിശ്ശീലകളിലാക്കി പകുത്തുവെക്കാൻ പറയുന്നു. മടിശ്ശീലയഴിക്കാതെ ആവശ്യപ്പെട്ട ഏതു തുകയും എടുത്തു കൊടുക്കാൻ കഴിയണം എന്നാണു ഉപാധി. വിഭജനം എങ്ങനെ വേണമെന്നതു തന്നെ പ്രശ്നം. ഈ പ്രശ്നം ബഹുരസം എന്ന മാസികയിലായിരുന്നവരോ പ്രസിദ്ധീകരിച്ചിരുന്നതു്. ആ ലക്കത്തോടു കൂടി മാസിക നിന്നുപോകയാൽ മറുള്ളവരുടെ ഉത്തരം കാണാൻ പറ്റിയില്ലെന്നും കവിയുടെ ഉത്തരം കൊടുക്കുന്നുവെന്നും ഉള്ള അടിക്കുറിപ്പു സമാഹാരഗ്രന്ഥത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്.

ഉത്തരമിതാ:–

ഒന്നാമത്തെസ്സഞ്ചിയി–
ലൊരുപവനഥ രണ്ടിൽവയ്ക്ക രണ്ടുപവൻ
മൂന്നാമത്തതിൽ നാലു,
നാലാമത്തേതിലെട്ടുമെന്നു കരുതേണം
ഇങ്ങനെതന്നെയിരട്ടി–
ച്ചൊമ്പതിലും വെക്ക; ശിഷ്ടമുള്ളവയെ
പത്താമത്തതിൽ വച്ചാ–
ലൊത്തു വരും കെട്ടഴിച്ചിടേണ്ട ദുഃഖം,

ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ ഒരു പവൻ; രണ്ടാമത്തേതിൽ രണ്ടു; മൂന്നാമത്തേതിൽ നാലു: നാലാമത്തേതിൽ എട്ടു്; അഞ്ചാമത്തേതിൽ 16; ആറാമത്തതിൽ 32; ഏഴാമത്തതിൽ 64; എട്ടാമത്തതിൽ 128; ഒമ്പതാമത്തതിൽ 256 എങ്കിൽ ആകെ വെച്ചതു് 511 ആകും. [അതായതു് $256 \times 2 - 1$]. ബാക്കിയുള്ള 489 പവൻ പത്താമത്തെ സഞ്ചിയിലും വെയ്ക്കുക. ഇതാണു് പ്രക്രമം. ഈ പ്രക്രമത്തിനു് രണ്ടു സൗകര്യങ്ങളും ഉണ്ടെന്നാണു്. ഏതു സംഖ്യയും പാസ്സാറുകൂടാതെ നോക്കി തിട്ടപ്പെടുത്തിയെടുക്കാം; എട്ടുവരെയുള്ള പായ്ക്കറുകളും എടുത്താൽ ആകെ സംഖ്യ അടുത്ത പാക്കറിലുള്ളതിൽ ഒന്നു കുറവു് ആയിരിക്കും. ഇവിടെ പാക്കറുകളുടെ എണ്ണം ഏറ്റവും കുറവുമാണു്. 31 പവൻ എടുക്കാൻ 32 നു് മുമ്പുള്ള 1, 2, 4, 8,

16 എന്നീ അഞ്ചെണ്ണം എടുത്താൽ മതി. ആദ്യത്തെ മൂന്നു പാക്കറ്റെടുത്താൽ $(1 + 2 + 4)$ തുക നാലാമത്തെ പാക്കറ്റിലുള്ളതിൽ ഒന്നു കുറവാകും $(8 - 1)$. ഏതായാലും സാഹിത്യകാരന്മാർ മാത്രമല്ല, കവികളും കൂടി ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളിൽ അതീവ തല്പരരായിരുന്നു എന്നു കാണിക്കാൻ ഇത്രയും പറഞ്ഞതാണു്.

കേരളത്തിന്റെ മാത്രം താല്പര്യമായിരുന്ന ഗണിതം അക്കാലത്തെന്നു് വിവക്ഷയില്ല. തമിഴ്നാട്ടിലും കർണാടകത്തിലും ഗണിതതല്പരന്മാരുണ്ടായിരുന്നു. തമിഴും കർണാടകവും ലിപികളും കേരളീയപണ്ഡിതന്മാർക്കു് സുപരിചിതമായതു കൊണ്ടു് ആദാനപ്രദാനം സുകരവുമായിരുന്നു. കർണാടകസംസ്ഥാനത്തു് പ്രചാരമുണ്ടായിരുന്ന ചില ചില രസം പിടിച്ച കണക്കുകളും പരിചയപ്പെട്ടന്നതു് നന്നാകുമല്ലോ. ഒരു ഗണികസ്ത്രീ അഞ്ചു കാമുകന്മാരുണ്ടായിരുന്നതിൽ മൂന്നു പേരെ അവൾ യഥാർഥമായി സ്നേഹിച്ചു. A എന്ന കാമുകനോടു് അവൾ സ്നേഹം ഉണ്ടെന്നു പറയുമ്പോൾ, അവൾ സ്വാഭാവികമായും അർഥമാക്കിയതു് മറ്റു നാലു പേരെ സ്നേഹിച്ചില്ല എന്നതാണു്. ഓരോരുത്തരോടുമായി ഇങ്ങനെ പറയുമ്പോൾ അഞ്ചു പ്രസ്താവന ചെയ്തതായി ധരിക്കേണ്ടതാണു്. —ഒന്നു് നേരിട്ടുള്ളതു്, നാലെണ്ണം പരോക്ഷമായവ. അപ്പോൾ പേരോടും പറയുമ്പോൾ, അവൾ ചെയ്ത ശരിപ്രസ്താവനകൾ എത്ര, തെറ്റായ പ്രസ്താവനകൾ എത്ര എന്നതാണു് പ്രശ്നം. ശരി പ്രസ്താവനകൾ 11 ഉം തെറ്റായവ 14 ഉം ആണെന്നു് ശ്രദ്ധിച്ചു നോക്കിയാൽ അറിയാം. മറ്റൊരു കണക്കു് ഭാര്യ ഭർത്താവുമായി പിണങ്ങിപ്പോകുന്ന കഥയാണു്. പിണങ്ങിയ ഭാര്യ വീടുവിട്ടിറങ്ങി ഒരു ദിവസം ഒരു യോജന എന്ന തോതിൽ നടന്നുകൊണ്ടിരുന്നു. ഭർത്താവാകട്ടേ, ഏഴു ദിവസം കഴിഞ്ഞു പിറകെചെല്ലുന്നു. ഭർത്താവിന്റെ യാത്ര ദിവസം $1\frac{1}{2}$ യോജന എന്ന കണക്കിനായിരുന്നു. അവർ എപ്പോൾ തമ്മിൽ കാണും; അപ്പോഴേക്കു നടന്ന ദൂരം എത്ര എന്നതാണു് മറ്റൊരു ചെറു പ്രശ്നമാണു്. രണ്ടുപേരും കൂടി യാത്രചെയ്തതു് 14 ദിവസം; പോയ ദൂരം 21 യോജനയും എന്നു് എളുപ്പത്തിൽ കണക്കാക്കാം. അത്ര എളുപ്പമല്ലാത്ത ഒരു കണക്കു കൂടി കർണാടകക്കാരുടെ ഇടയിൽ പ്രചാരമുണ്ടായിരുന്നു. ഒരു ധനികന്റെ കൈവശം 108 ആനകൾ ഉണ്ടായിരുന്നു; അവയെ പരിപാലിക്കാൻ ഒരു വേലക്കാരനെ നിയമിച്ചു; പ്രതിഫലം ദിവസമൊന്നിനു് ഒരു പറ നെല്ലു് എന്നത്രേ. പക്ഷേ ഓരോ ദിവസം ചെല്ലുമ്പോഴും ഉടമസ്ഥൻ ഓരോ ആനയെ വിറ്റൊഴിച്ചു വന്നു. ഇരുപത്തഞ്ചു ദിവസം പ്രവർത്തിച്ച വേലക്കാരനു് കിട്ടുന്ന കൂലി എത്ര? ഇരുപത്തഞ്ചു ദിവസങ്ങൾ ഓരോന്നിലും ഉണ്ടായിരുന്ന ആനകളുടെ എണ്ണം 108, 107, 106, 105..... എന്നിങ്ങനെ ഓരോന്നായി താഴോട്ടു കുറഞ്ഞുവന്നു. ഓരോ ദിവസവും ഒന്നിനൊന്നായ എണ്ണങ്ങളെയാണു് പരിപാലിക്കുന്നതെന്നു് സങ്കല്പിച്ചാൽ ആകെ പോറ്റിയ ആനകൾ $= \frac{25}{2}\left\{216 - 24\right\} = \frac{25}{2}\left\{192\right\}$

108 ആനയ്ക്കു ഒരു പറ നെല്ലു കൂലിയെങ്കിൽ ആകെ കൂലി $= \frac{25}{2} \times \frac{192}{108}$

22 $\frac{2}{9}$ പറ എന്നു കിട്ടും. സമാന്തരശ്രേണി സംബന്ധിച്ച തത്വമാണു് ഇവിടെ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നതു്. അങ്ങനെ പലതരക്കാരും രുചിക്കുന്ന തരത്തിൽ പലതരം നിലവാരപ്പെട്ട കണക്കുകൾ കർണാടകത്തിലും പ്രചരിച്ചുവെന്നു തുരുക്കും. തമിഴകത്തും ഇത്തരം പ്രാദേശികസംസ്ക്കാരം കൊണ്ടു നിറപ്പകിട്ടാർന്ന കണക്കുകൾ പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്നു. ഒന്നു രണ്ടു ദൃഷ്ടാന്തം എടുത്തു കാട്ടട്ടേ. ഒരാളുടെ വശം ഇരുപതു മുത്തുകൾ ഉണ്ടു്. ഒന്നാമത്തെതിനു് ഒരു പണം; രണ്ടാമത്തേതിനു്, രണ്ടു പണം, മൂന്നാമത്തേതിനു് മൂന്നു പണം, ഇരുപത്തഞ്ചാമത്തേതിനു് 25 പണം എന്നിങ്ങനെ വില. തന്റെ അഞ്ചു മക്കൾക്കു് എണ്ണത്തിലും മൂല്യത്തിലും തുല്യമായി വീതിച്ചു കൊടുക്കണം. അതിനുള്ള വഴി പറയുക.

5,	9,	13,	17,	21	ആദ്യത്തേവനു്
4,	8,	12,	16,	25	രണ്ടാമനു്
20,	24,	3,	7,	11	മൂന്നാമനു്
15,	19,	23,	2,	6	നാലാമനു്
10,	14,	18,	22,	1	അഞ്ചാമനു്

എങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും അഞ്ചു വീതം മുത്തുകൾ മൂല്യം = 65.

ഇതു് മായാചതുരത്തിന്റെ കണക്കുതന്നെയാണു് നോക്കൂ.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

മറ്റൊരു കണക്കും പ്രസിദ്ധമാണു്. ഒരു രാജാവിനു് 4 ഭാര്യമാർ. ആദ്യ ഭാര്യക്കു് ഒരു മകൻ, രണ്ടാമത്തെ ഭാര്യക്കു് 2 മക്കൾ; മൂന്നാമത്തവൾക്കു് മൂന്നു മക്കൾ. നാലാമത്തവൾക്കു് നാലു മക്കൾ. ഒരു പഴവ്യാപാരി ഒരു കുട്ടയിൽ കുറെ മാമ്പഴം രാജാവിനു് കാഴ്ച വെയ്ക്കുന്നു. രാജാവു് ഒന്നെടുത്തു് ബാക്കി ഒന്നാം ഭാര്യയ്ക്കു് അയയ്ക്കുന്നു. അവർ ഒരു പഴം തന്റെ മകനു് നൽകി ബാക്കിയെ നാലായി പങ്കിട്ടു് ഒരു പങ്കു് സ്വയം എടുത്തു് ബാക്കിയെ രണ്ടാമത്തെ ഭാര്യക്കു

അയച്ചു കൊടുക്കുന്നു. അവർ രണ്ടു പഴങ്ങളും എടുത്തു മക്കൾക്കു് കൊടുത്തശേഷം $\frac{1}{4}$ ഭാഗം സ്വന്തമാക്കി ശിഷ്യത്തെ മൂന്നാം ഭാര്യയ്ക്കു് എത്തിയ്ക്കുന്നു. അവരും മക്കളും മൂന്നുപേർക്കും ഓരോ പഴം നൽകി $\frac{1}{4}$ ഭാഗം സ്വന്തമായെടുത്തുവെക്കുന്നു. നാലാമത്തെ ഭാര്യയും ഈ ക്രമത്തിൽ നാലുമക്കൾക്കും ഓരോ പഴം വീതം കൊടുത്തും $\frac{1}{4}$ ഭാഗം സ്വന്തമായി എടുക്കുന്നു. ബാക്കി രാജാവിന്റെ വശം വന്നു ചേരുന്നു. അതു നാലു ഭാര്യമാർക്കുമായി വീതിയ്ക്കാൻ നോക്കുമ്പോൾ, ഒരോഹരിയ്ക്കു ഒന്നു കുറവു്; ഉടനെ താൻ ആദ്യമെടുത്ത പഴം കൊണ്ടു ഓഹരി തികയ്ക്കുകയാണു്. പഴം മുറിയ്ക്കാൻ ഇടയാകുന്നില്ലെങ്കിൽ, വ്യാപാരി ആദ്യം എത്ര പഴം കൊണ്ടു വന്നു എന്നു് പറയാമോ. [522 എന്നു് ഉത്തരം അറിഞ്ഞാൽ അഭിനന്ദിക്കാമെന്നല്ലാതെ, എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യത്തരം കാണാവുന്ന കണക്കല്ല ഇതു്]. ഒരാൾ പന്ത്രീരായിരത്തി മുന്നൂറിരുപത്തൊന്നു പഴമെടുത്തു് അന്നയായികയ്ക്കു തുല്യമായി മുറിയ്ക്കാതെ വീതിച്ചു കൊടുക്കുന്നു. എത്ര അന്നയായികയും, ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടിയ പഴംമത്രയെന്ന ചോദ്യത്തിനു് ഉത്തരം കാണുക വിഷമമാണു്. സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം = 111. നൂറ്റിപതിനൊന്നുപേർ ഓരോരുത്തർക്കും 111 വീതം പഴം വീതിച്ചു എന്നു ഉത്തരം പറയാം.

ഗണിതതാല്പര്യം ദക്ഷിണേന്ത്യയ്ക്കു സാമാന്യമായുള്ള ഗുണമാണെന്നു പറയേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. കർണാടകം, തമിഴ്, മലയാളം ഭാഷകളും സംസാരിക്കുന്ന പ്രദേശങ്ങൾക്കു് ചില പൊതു സ്വഭാവം കൂടി ഉണ്ടായിരുന്നതായി പഴയ രേഖകളും പരിശോധിയ്ക്കുമ്പോൾ വ്യക്തമാകുന്നു. മുക്കൽ, അര കാൽ, അരക്കാൽ തുടങ്ങിയ ചില നിശ്ചിത ഭിന്നങ്ങൾക്കു് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ചിഹ്നമല്ലാതെ അംശം/ഛേദം എന്നെഴുതുന്ന രീതി ഇവിടെ അന്നു അജ്ഞാതമായിരുന്നു. ചിഹ്നങ്ങളുടെ പദാവലികളിൽ പ്രസ്പഷ്ടമായിരുന്ന പോംവഴി.

ഇവിടത്തെ ഗണിതത്തിനു് സാമൂഹ്യമായ ബന്ധം ഉള്ളതുകാരണം കാർഷിക വ്യാവസായികരംഗത്തിനിണങ്ങിയ തരത്തിൽ വികസിച്ചു പോന്നു. തടിക്കണക്കു്, നെല്ലുകണക്കു്, പാക്കുകണക്കു്, പലിശക്കണക്കു്, പൊൻകണക്കു് എന്നിങ്ങനെ ഉപയോഗപ്രധാനമായിത്തന്നെ വളർന്ന വൈജ്ഞാനിക ശാഖയാണതു്. ഒരു കണക്കു പുസ്തകത്തിൽ 'നാഴി'യെ നിർവചിയ്ക്കുന്നതു് നോക്കൂ: "നാഴിക്കു് നെന്മണി എണ്ണം 14,400: അരി 18000; ചെറുപയറു് 14,400; ചെറുമുളകു് 12,600; എള്ളു് 1,15,200 ; ചെറുകടുകു് 9,21,600 ഇതു് നാഴിക്കു് എണ്ണം എന്നറിക" നീളം, തൂക്കം ഇവയെ തിട്ടപ്പെടുത്താനും മാത്രകളും ഇവിടത്തെ ഉല്പന്നങ്ങളുടെ പദാവലികളിൽ നിർമിച്ചവയായിരുന്നു. എത്ര സൂക്ഷ്മമായും സാമൂഹ്യബോധത്തോടെയും ആണു് പ്രാചീനന്മാർ ഗണിതതാല്പര്യം വളർത്തിയതു് എന്നതു് തികച്ചും ആലോചനാമൃതമായിരിക്കും.

2

സംഖ്യകൾ: മാത്രകൾ—വലുതും ചെറുതും

ജൊനാതൻ സ്വിഫ്റ്റിന്റെ ഗലിവർ യാത്രകളിൽ ലില്ലിപ്പുട്ട് എന്ന അംഗ്ര ഷ്കായരുടെ ഒരു ലോകവും, ബ്രോബ്ഡിങ്ങ നാഗ് എന്ന ഭീമാകാരലോകവും പരാമർശിയ്ക്കപ്പെടുന്നുണ്ടല്ലോ. അതുപോലെ അണുക്കളുടെതായ സൂക്ഷ്മലോകവും സ്ഥൂലവസ്തുക്കളുടെ ബൃഹത് ലോകവും നമുക്കു പരിഗണിക്കേണ്ടിവരുന്നു. ഇതനുസരിച്ച് വലിയ സംഖ്യകളും ചെറിയ സംഖ്യകളും കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ടിവരുകയാണ്. ഈ ആവശ്യത്തെ മനസ്സിലാക്കിയായിരുന്നു പ്രാചീന ഗണിതത്തിൽ സംഖ്യാവ്യവസ്ഥ ഏർപ്പെടുത്തിയതു്. മാപനമാത്രകം നിർവചിയ്ക്കപ്പെട്ടതും ആ വെളിച്ചത്തിൽ തന്നെ.

എ. സംഖ്യകൾ

ഒന്നും പത്തും നൂറൊട്ടായിര
പതിനായിരങ്ങളും പിന്നെ
നൂറായിരമാങ്ങൊരു പത്തനു—
റായിരമെന്നിതേഴമൊരുവകയാം
കോടിമഹാകോടിതഥാശംഖം
പൂകല്പവും മഹാകല്പം
ധൂളിമഹാധൂളിജലം
പിന്നെ മഹാവെള്ളവും പരാർദ്ധം ച

അങ്ങനെ ഒന്നിന്റെ മേൽപ്പെരുക്കങ്ങളായിപതിനേഴ്ഗ്രണിതങ്ങൾ പേരു പറഞ്ഞു വ്യവസ്ഥ ചെയ്തിരിക്കുന്നു. പത്തു്, നൂറു്, ആയിരം, പതിനായിരം, നൂറായിരം (ലക്ഷം), പത്തു നൂറായിരം (മില്യൺ), കോടി, മഹാകോടി, ശംഖ്, പൂർവ്വ്, കല്പം, മഹാകല്പം, ധൂളി, മഹാധൂളി, വെള്ളം, മഹാവെള്ളം, പരാർദ്ധം ഇവയാണു് ദശഗ്രണോത്തരസംജ്ഞകളായ പതിനേഴെണ്ണം.

ഭാസ്കരാചാര്യപ്രണീതമായ ലീലാവതിയിലും ഇങ്ങനെ ഒന്നിന്റെ മേൽപ്പെരുക്കങ്ങളായ പതിനേഴസ്ഥാനങ്ങളെത്തന്നെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. പേരിനു ചില മാറ്റങ്ങളും ഇടയ്ക്കുപിടിച്ചുവന്നുപെടുന്നു. അവസാനത്തേതു് പരാർദ്ധം തന്നെ എന്നതു് രസകരമായിരിക്കുന്നു.

ഏകദശശത സഹസ്രാ–
യുത ലക്ഷപ്രയുതകോടയ:ക്രമശ:
അർബുദമബ്ജം ഖർവ്വനി–
ഖർവ്വമഹാപദ്മശങ്കവസ്സസ്താൽ
ജലധിശ്ചാന്ത്യം മധ്യം
പരാർദ്ധമിതിദശഗ്രണോത്തരാ: സംജ്ഞാ:
സംഖ്യായാ: സ്ഥാനാനാം
വ്യവഹാരാർഥം കൃതാ: പൂർവ്വൈ:

ഏകം, ദശം, ശതം, സഹസ്രം, അയുതം, ലക്ഷം, പ്രയുതം, കോടി, അർബുദം, അബ്ജം, ഖർവ്വം, നിഖർവം, മഹാപദ്മം, ശംകു, ജലധി, അന്ത്യം, മദ്ധ്യം, പരാർദ്ധം എന്നിങ്ങനെ ഉത്തരോത്തരം ദശഗ്രണങ്ങളായ സംഖ്യാസ്ഥാനങ്ങളുടെ പേരുകളും വ്യവഹാരസൗകര്യത്തിനുവേണ്ടി പൂർവന്മാരാൽ ഉണ്ടാക്കപ്പെട്ട എന്നാണല്ലോ ഈ വരികളുടെ സാരം. പതിനായിരത്തിനു് അയുതം, നൂറായിരത്തിനു് ലക്ഷം, മില്യനു് പ്രയുതം എന്നും ഒരു വക പേരു്മാറ്റം ചെയ്തിട്ടുള്ളതു് ശ്രദ്ധിക്കുക. അർബുദം ഒഴിവാക്കി മഹാകോടിയെന്നാക്കിയിരിയ്ക്കയാണു് നാം. ഏതായാലും 17 സ്ഥാനങ്ങളും താണ്ടി പരാർദ്ധത്തിൽ എത്തിപ്പെടുന്നുണ്ടു്. അതായതു് 1017 വരെയുള്ള സംഖ്യകളും നമുക്കു വിഭാവനം ചെയ്യേണ്ടിവന്നു.

ഒന്നിൽ നിന്നു 17 പടവു് മേലോട്ടെന്നപോലെ 17 പടവു് താഴോട്ടു മിറങ്ങി സൂക്ഷ്മസംഖ്യകളിലേയ്ക്കു നീങ്ങാൻ പൂർവികർക്കു കഴിഞ്ഞു എന്നതു് കൂടുതൽ അത്ഭുതത്തെ ഉണ്ടാക്കുന്നു; അവരുടെ സമതുലനബോധത്തെപ്പറ്റി മതിപ്പുമുളവാക്കുന്നു. ഒന്നിൽ നിന്നു പിറകോട്ടുപോകയല്ല ഏറ്റവും ചെറിയ ഭിന്നിതത്തിൽ നിന്നു് ചവുട്ടിക്കയറി ഒന്നിലെത്തുക എന്നതാണു് അവരുടെ സമീപനം: നോക്കുക.

ചതിരണവെന്നാദിയിലാ–
മമ്പത്തൊന്നതുകം കൊണ്ടുലവരവാം
തലവരവിരിപത്തൊന്നാം
തിമിരിമ ഇരുപത്തിരണ്ടതണവല്ലോ
അണവിരിപത്തൊന്നിമ്മി
യതിരിപത്തൊന്നുകൊണ്ടുകീഴ്മുന്തിരികം
കീഴ്മുന്തിരികം നാലാംകാണി
യതുംനാലുകൂടിമാപൊന്നാം
മാവിരുപതിനൊന്നായ്വരു–
മൊന്നതുടങ്ങീട്ടുപിന്നെമേല്പട്ട
മുന്നേസ്ഥാനം മുതലായ്
പിന്നേവപതിന്മടങ്ങവറിനിനി

ഏറ്റവും ചെറിയ ഭിന്നിതമാണു് ചതിരണ; ചതിരണു് അമ്പത്താന്നു കൂടിയതു് തലവരവു്; തലവരവു് ഇരിപത്താന്നു = തിമിരിമ; 22 തിമിരിമ = അണ; 21 അണ = ഇമ്മി; 21 ഇമ്മി = കീഴ്മുന്തിരിക; 4 കീഴ്മുന്തിരിക = കീഴ്കാണി; 4 കീഴ്ക്കാണി = കീഴ്മാവു; 5 കീഴ്മാവു = കീഴ്ക്കാൽ; 4 കീഴ്ക്കാൽ = മേൽമുന്തിരിക; 4 മേൽമുന്തിരി = കാണി; 4 കാണി = മാവു്; ഇരുപതു് മാവു = ഒന്നു്, കൂടാതെ മാകാണി = 1/16, അരക്കാൽ = $\frac{1}{8}$, കാൽ = $\frac{1}{4}$; അര = $\frac{1}{2}$; മുക്കാൽ = $\frac{3}{4}$ എന്നിവ കൂടി ഒന്നിനും 1/20 നും ഇടയ്ക്കു വരുമ്പോഴാം 17 ഭിന്നിതങ്ങളും ഒക്കും. കോടി = 10^7; മഹാകോടി = 10^8; ശംഖു = 10^9; പൂവു് = 10^{10}; കല്പം = 10^{11}; മഹാകല്പം = 10^{12}; ധൂളി = 10^{13}; മഹാധൂളി = 10^{14}; വെള്ളം = 10^{15}; മഹാവെള്ളം = 10^{16}; പരാർദ്ധം = 10^{17}. ഭിന്നിതങ്ങളാണെങ്കിൽ പതിവുള്ള മുക്കാൽ, അരകാൽ, അരക്കാൽ, മാകാണി = $\frac{1}{16}$ എന്നിവയ്ക്കു് കീഴ്പോട്ടുള്ളവ താഴെ ക്രമത്തിൽ എഴുതാം.

ഒരുമാ = $\frac{1}{20}$; കാണി = $\frac{1}{80}$; (മേൽ) മുന്തിരിക = $\frac{1}{320}$; കീഴ്കാൽ = $\frac{1}{320} \times \frac{1}{4}$ [കീഴ് എന്നതിനു് $\frac{1}{320}$ എന്നർഥമാകുന്നു.] കീഴ്മാവു് = $\frac{1}{320} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{6400}$; കീഴ്കാണി = $\frac{1}{320} \times \frac{1}{80} = \frac{1}{25600}$; കീഴ് മുന്തിരിക = $\frac{1}{320} \times \frac{1}{320} = \frac{1}{102400}$; ഇമ്മി = = $\frac{1}{21} \times \frac{1}{102400}$; അണു് = $\frac{1}{21 \times 21 \times 102400}$; തിമിരിമ = $\frac{1}{22}$ അണു. തലവരവു് = $\frac{1}{22} \times$ തിമിരിമ; ചതിരണ = $\frac{1}{51}$ തലവര അങ്ങനെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഭിന്നിതം മുതൽ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യയായ പരാർദ്ധം വരെ അവർ പരിചയപ്പെട്ടിരുന്നു. അതായതു് 10^{-12} തൊട്ടു 10^{17} വരെയുള്ള സംഖ്യകളും അവർക്കു് വഴങ്ങിയിരുന്നു. പക്ഷേ നിത്യവ്യവഹാരത്തിൽ വലിയ സംഖ്യയായി 10^{-7} നേയും ചെറിയ ഭിന്നിതമായി കീഴ്മുന്തിരി = $\frac{1}{320 \times 320}$ = 10^{-5} വരെയും മാത്രമേ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയിരുന്നുള്ളു.

ഒന്നിന്റെ മേല്പോട്ടുള്ളഗുണിതങ്ങളും ദശോത്തരഗുണിതമായിട്ടാണു് പോകുന്നതെങ്കിൽ താഴോട്ടുപോകുന്നതു് 2 ന്റെ കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളായിട്ടാകുന്നു. കീഴ്മുന്തിരി $2^{-10} \times 10^{-2}$ എന്നിങ്ങനെ ഓർക്കാൻ എളുപ്പവുമാകുന്നു. മുന്തിരി എന്ന പദം തന്നെ മുന്നൂറിരുപതിനെ ഓർമ്മിപ്പിക്കുന്ന തരത്തിലും!

ബി. മാത്രകൾ വലുതും : ചെറുതും

നീളം, തൂക്കം, കാലം എന്നിവയാണല്ലോ ആധുനികശാസ്ത്രത്തിലെ അടിസ്ഥാനമാപനങ്ങൾ. ഏറ്റവും വലിയ ദൂരങ്ങളെ എന്നപോലെ സൂക്ഷ്മാതിസൂക്ഷ്മങ്ങളായ നീളങ്ങളെയും അളക്കാനുള്ള സംവിധാനം പ്രാചീനഗണിതക്കാർ സജ്ജമാക്കിയിരുന്നു.

ഏറ്റവും ചെറിയ നീളമാത്രയെ അണു എന്നു വിളിച്ചു് ക്രമത്തിൽ വലിയ വലിയ യൂണിറ്റുകൾ നിർവചിച്ചു് യോജനയിൽ ചെന്നെത്തുന്നകാര്യം കണക്കധികാരം എന്ന പുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്. തമിഴു് കലർന്ന പാട്ടു് രീതിയിലാണു കാരിക.

അണു കതിർ തേർവഞ്ചിമയിർ മണൽ കടുകെൾ നെല്ലിരു നാലാകും തൂണ
പെരിയ വിരലതുമുവെട്ടിൽ ചിറുകോലാകും ആറകിനതുനാലാകും. ദണ്ഡനൽ
ക്കാലക്കോലുനാലു രണ്ടായിരം കൂടിനതെന്നും കോലിനിയപായി മൊഴിമാതേ.

പൊരുൾ

അണു 8 കൊണ്ടതു കതിരെഴുതുകൾ; കതിരെഴുതുകൾ 8 കൊണ്ടതു തേർത്തുകൾ; തേർത്തുകൾ 8 കൊണ്ടതു വഞ്ചിസ്തൂലം; വഞ്ചിസ്തൂലം 8 കൊണ്ടതു മയിർ മുന; മയിർ മുന 8 കൊണ്ടതു നീർമ്മണൽ; നീർമ്മണൽ 8 കൊണ്ടതു കടുക; കടുക 8 കൊണ്ടതു എള്ളു്; എള്ളു് 8 കൊണ്ടതു നെല്ലു്; നെല്ലു് 8 കൊണ്ടതു വിരൽ; വിരൽ 24 കൊണ്ടതു 'ദണ്ഡു്'; ദണ്ഡു് 8000 കൊണ്ടതു യോജനയെന്നറിക.

8 അണു = 1 കതിരെഴുതു
8 കതിരെഴുതു് = തേർത്തുകൾ
8 തേർത്തുകൾ = വഞ്ചിസ്തൂലം
8 വഞ്ചിസ്തൂലം = മയിർ മുന
8 മയിർ മുന = നീർമ്മണൽ
8 നീർമ്മണൽ = ഒരു കടുക
8 കടുക = എള്ളു്
8 എള്ളു് = 1 നെല്ലു്
8 നെല്ലു് = 1 വിരൽ

അതായതു് അണു = വിരൽ $\times \frac{1}{8^9} = \frac{10^{-8}}{1.3}$ വിരൽ $= .76 \times 10^{-8}$ വിരൽ; ഒരു വിരലിനെ ഒരു സെ. മീ. ആയി എടുത്താൽ അണു കൃത്യമാണു്. .76Å ആകും.

തോമസ് ആർനോഡിന്റെ ലൈറ്റ് ഒഫ് ഏഷ്യ എന്ന പുസ്തകത്തിനു് ഒന്നിലധികം തർജ്ജമ മലയാളത്തിൽ പദ്യമായിത്തന്നെ പ്രസിദ്ധീകൃതമായിട്ടുണ്ടു്. ആശാന്റെ ബുദ്ധചരിതവും നാലാപ്പാട്ടു് നാരായണമേനോന്റെ പൗര

സ്യുദീപവും പ്രസിദ്ധം, ശ്രീബുദ്ധൻ തന്നിസ്സു സൂക്ഷ്മസൂക്ഷ്മമായ അളവുകളെ വിഭാവനം ചെയ്യാൻ കഴിവു കിട്ടിക്കഴിഞ്ഞു എന്ന ബോധ്യപ്പെടുത്താൻ ഗ്രന്ഥനാഥനോട് പറയുന്ന ഭാഗം ശ്രദ്ധേയമത്രേ.

പരമാണു പത്തുകൂടിയാൽ പരസൂക്ഷ്മം
പരസൂക്ഷ്മങ്ങൾ പത്തുകൂട്ടുമ്പോൾ ത്രസരേണു;
പരമേഴുതുചേർന്നാലുണ്ടാകും സ്ഫുടംസൂര്യ
കിരണങ്ങളിൽ പരിവർത്തിക്കുമൊരുരേണു
ഗിരികളുടെ രോമാഗ്രത്തിന്റെ പരിമാണം
അരിയോരാരേണുക്കളേഴുപിന്നെയും ചേർന്നാൽ
അതു പത്തുചേരുമ്പോൾ ലിഖ്യമാം; പത്തുലിഖ്യ
മഥചേരുമ്പോൾ യൂകമാം; യൂകം പത്തുചേർന്നാൽ
യവ ബീജത്തിൻ കാമ്പാം; ഏഴുതുചേർന്നാൽ വണ്ടി–
ന്നവലഗ്നമാം, മഥപിന്നെയും ചൊന്നാനേവം
മുട്ടസർഷപമുൾഗയവങ്ങൾ; യവം പത്താ
മഥ പിന്നൊരംഗുലം—

10 പരമാണു = പരസൂക്ഷ്മം
10 പരസൂക്ഷ്മം = ത്രസരേണു
7 ത്രസരേണു = രേണു
7 രേണു = മൂഷികമുഖരോമം
10 രോമം = വര

10 വര = യൂകം

10 യൂകം = യവബീജം
7 യവബീജം = യവം
10 യവം = 1 അംഗുലം എന്ന പട്ടിക കിട്ടുന്നു.

$10^2 \times 7^2 \times 10^3 \times 7 \times 10$ പരമാണു = 1 അംഗുല,
$7^3 \times 10^6$ പരമാണു = 2.5 സെ. മീ

$$1 \text{ പരമാണു} = \frac{2.5}{3.43 \times 10^8}$$
$$= .73 \times 10^{-8} \text{ സെ. മീ}$$
$$= .73\ A^0$$

(1) ഒരു ഹൈഡ്രജനാറ്റത്തിന്റെ വ്യാസം 10^{-8} സെ. മീ. അഥവാ $1A^0$ ആണെന്നു് ആധുനികശാസ്ത്രം അഭിപ്രായപ്പെടുന്നു. ഏറ്റവും ചെറിയ നീളമാത്രയെ അണുവെന്നു നാമകരണം ചെയ്യാനും അതു ആധുനികശാസ്ത്രപ്രകാരമുള്ള അണുവ്യാസത്തിനു കൃത്യമാക്കാനും പ്രാചീനഗണിതക്കാർക്കു് എങ്ങനെ സാധിച്ചു എന്നതു് ഒരത്ഭുതമായി വർത്തിക്കുന്നു.

(2) യൂനിറ്റുകൾക്കായി തിരഞ്ഞെടുത്ത കട്ടക, എള്ള്, നെൽവിത്ത് തുടങ്ങിയവ രൂപ ഭേദമുള്ള കാർഷികോല്പന്നങ്ങളാണ്.

(3) ഒരു നാഴിയിൽ എത്ര നെൽവിത്ത്; എത്ര അരിമണി, എത്ര ചെറുപയറു, എത്ര കുരുമുളകു് എത്ര എള്ള് എത്ര കട്ടക് എന്നിവ കൃത്യപ്പെടുത്തിവച്ചതായി മുന്പ് പ്രസ്താവിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.

ചെറിയ അളവുകൾ മാത്രമല്ല വലിയ അളവുകളും അവർ തിട്ടപ്പെടുത്തിവച്ചിരുന്നു.

മലയാളം വർഷം 1042 ൽ അതായത് എ. ഡി. 1866 ൽ വിരചിതമായ ഒരു ബാലസാഹിത്യ ഗ്രന്ഥമാണ് പാച്ചുമുത്തതിന്റെ ബാലഭൂഷണം. തിരുവിതാംകൂർ മഹാരാജാക്കന്മാരായ ആയില്യം തിരുനാളിന്റെയും ശ്രീ വിശാഖം തിരുനാളിന്റെയും സദസ്യനും ബഹുമുഖപണ്ഡിതനും ആയിരുന്നല്ലോ ശ്രീ പാച്ചുമുത്തത്. ഭൂമിയിൽ നിന്നു ഗ്രഹങ്ങളിലേക്കുള്ള അകലം, ഭൂമിയുടേയും ഗ്രഹങ്ങളുടെയും വലിപ്പം എന്നിവ സ്വപക്ഷത്തുനിന്നും അന്യപക്ഷ (പാശ്ചാത്യപക്ഷ)ത്തുനിന്നും ലഭ്യമായത അതിൽ എടുത്തുചേർത്തിട്ടുണ്ട്. അതിവിടെ ഉദ്ധരിക്കട്ടെ.

സ്വപക്ഷം

(1) ഭൂമിയുടെ വ്യാസം പതിനായിരത്തി അഞ്ഞൂറ് നാഴിക; ഭൂമിയുടെ വൃത്തം മുപ്പത്തുമൂവായിരം നാഴിക (എന്നു വെച്ചാൽ $\pi = 22/7$ തന്നെ).

(2) ചന്ദ്രബിംബത്തിന്റെ വ്യാസം 3150 നാഴിക;
ചന്ദ്രബിംബത്തിന്റെ വൃത്തം 9900 നാഴിക.

(3) ഭൂപൃഷ്ഠത്തുനിന്നു ചന്ദ്രകക്ഷ്യയുടെ അകലം 3,38385 നാഴിക;

(4) ഭൂപൃഷ്ഠത്തുനിന്നു ബുധകക്ഷ്യയുടെ അകലം 45,88,765 നാഴിക;

(5) സൂര്യബിംബത്തിന്റെ വ്യാസം 44,100 നാഴിക
സൂര്യബിംബത്തിന്റെ വൃത്തം 1,38,600 നാഴിക

(6) ഭൂപൃഷ്ഠത്തുനിന്നു സൂര്യകക്ഷ്യയുടെ അകലം
45,88,765 നാഴിക

അന്യപക്ഷം

(a) ഭൂമിയുടെ വ്യാസം 7, 912 മൈൽ; ഭൂമിയുടെ വൃത്തം 24886 നാഴിക

(b) ചന്ദ്രൻ ഭൂമിയിൽ നിന്നു 2,40,000 മൈൽ അകലെ

പ്രായോഗികതലത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന അളവുകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

എള്ളിൻകനമൊരു നെല്ലിടയാകും
തോരയെന്നു പേരതിനു്
തോരയതെട്ടിനു് വിരലാം,
വിരലതു മൂവെട്ടിനാൽ മുഴക്കോലാം

കൊച്ചയിലടങ്ങിക്കിടക്കുന്ന എള്ളിൻ മണി എട്ടിന്റെ കനം ഒരു നെല്ലിട. അതിനു് തോര എന്നും പേരു്. തോര എട്ടുകൂടിയതു് ഒരു വിരൽ. വിരലിരു പത്തുനാലു കൂടിയതു് മൊഴക്കോൽ.

അക്കോൽ നാലൊരുദണ്ഡാ
മതുരണ്ടായിരമളന്നുകുവീടാം
കുവീടതുനാലിന്നൊരുയോജനയാം
കാതമെന്നു പേരതിനു്

മുഴക്കോൽ നാലുകൂടിയതു് ഒരു ദണ്ഡം. ദണ്ഡം രണ്ടായിരം കൂടിയതു് ഒരു കുവീട. കുവീട നാലു കൂടിയതു ഒരു യോജന. കാതമെന്നും പറയും.

സൈദ്ധാന്തികമായി അണുവിന്റെ വ്യാസമായ ഒരു അംഗസ്ട്രം യൂനിറ്റു വരെ ചെറിയ അളവും ഭൂമിയിൽ നിന്നു് സൂര്യനിലേയ്ക്കുള്ള വലിയ ദൂരവും പ്രാചീനഗണിതക്കാർ വിഭാവനം ചെയ്തിരുന്നു. ഏതാണ്ടു കൃത്യമായിട്ടു്. അന്യപക്ഷം വരുകയാണെങ്കിൽ അതു പരിശോധിയ്ക്കാനും സ്വീകരിയ്ക്കാനും അവർ തയ്യാറായിരുന്നു.

തൂക്കമാണല്ലോ പ്രാഥമികമാപനങ്ങളിൽ രണ്ടാമത്തേതു്. അവിടെ പ്രായോഗിക മാത്രകയും മാത്രമേ ഉള്ളൂ. നെന്മണി, കുന്നിക്കുരു, മഞ്ചാടിക്കുരു കഴഞ്ചിക്കുരു എന്നിവയായിരുന്നു തൂക്കക്കട്ടികയും

ഒരു നെല്ലിന്മണി വീശത്തൂക്കം
നെൽനാലുകൂടിയതൊരു കുന്നി
മഞ്ചാടിക്കുരുരണ്ടാം

മഞ്ചാടികയും രണ്ടുകൊണ്ടുപണമിടയും നെന്മണിവീശത്തൂക്കം; നാലുനെന്മണി കൂടിയതു ഒരു കുന്നി; കുന്നി രണ്ടു കൂടിയാൽ മഞ്ചാടി. മഞ്ചാടി രണ്ടിനു ഒരു പണത്തൂക്കം.

പന്നിമിടപത്തിനു് പൊന്നാ
മതു തന്നെ താൻ കഴഞ്ചിന്നും
ഔഷധശാസ്ത്രേ പണമിട
ഒന്നേകാൽ കൂട്ടമാകിലൊരുകാണം

പത്തുപണമിട ഒരു പൊന്നു. പത്തുപണമിടതന്നെ ഒരു കഴഞ്ചു. ഔഷധശാസ്ത്രത്തിൽ ഒന്നേകാൽ പണമിടയ്ക്കു ഒരു കാണമെന്നു പേർ.

കാണം പത്തിനു് പണമിടപത്തുണ്ടര
ഔഷധേ കഴഞ്ചിതുതാൻ
അതു മൂന്നിനു് കാല്പലമാ—
മക്ഷം കർഷം തഥൈവവിച്ചുമതാം.

പത്തുകാണം ഒരു കഴഞ്ചു. അക്കഴഞ്ചു മൂന്നു കാൽപ്പലം. കാൽപ്പലത്തിനു് അക്ഷമെന്നും കർഷമെന്നും വിച്ചുവെന്നും പേർ. ഇതു വൈദ്യശാസ്ത്രത്തിൽ.

അറുപതുപണമിടകർഷം
കർഷം നാലിനം പലമൊന്നാം
അതിഹതുലാത്തിനം നൂറാം
നിരയതിരിപതിനം പാരവുമാം

അറുപതുപണത്തൂക്കത്തിനു് കാൽപ്പലം. (കർഷം) കർഷം നാലുപലം. തുലാത്തിനു് നൂറുപലം. 20 തുലാം ഒരു പാരം.

കാലമാണല്ലോ ആധുനികശാസ്ത്രത്തിലെ അടിസ്ഥാനമാപനങ്ങളിൽ മൂന്നാമത്തേതു്. അവിടെയും പാശ്ചാത്യരെ അപേക്ഷിച്ചു് പൗരസ്ത്യപണ്ഡിതന്മാർ ഒട്ടും പിന്നിലായിരുന്നില്ല. ഒരു പക്ഷേ കൂടുതൽ കണിശവും ദീർഘവീക്ഷണവും പ്രദർശിപ്പിച്ച എന്നും വരാം. പാശ്ചാത്യർക്കു ഒരു കൊല്ലത്തിനു് 365 ദിവസം; ദിവസത്തിനു് 24 മണിക്കൂർ; മണിക്കൂറിനു് 60 മിനിട്ടു്; മിനിട്ടിനു അറുപതുസെക്കണ്ടു—കഴിഞ്ഞു അവരുടെ സമയപ്പട്ടിക. ഹ്രസ്വവും ലളിതവും എന്നതത്രേ അതിന്റെ മെച്ചം. മേൽപ്പെരുക്കങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചാണെങ്കിൽ നൂറ്റാണ്ടിനപ്പുറം ഒരു വലിയ യൂണിറ്റുണ്ടോ, അവർക്കു്?

പൗരസ്ത്യരാണെങ്കിൽ കാലാദേശാവധികമംക്കതീതമായ സങ്കല്പങ്ങളുമായി സമീപപരിചയമുള്ളതുകൊണ്ടു് കാലം സംവേങ്ങളുടെ ഇടവേളയാണു് അനന്തമാണു്.

മനുഷ്യവർഷമൊന്നുകാലം നാം
കൂടിട്ടൊരാണ്ടുമനുജാനാം
അതുദേവകം നാളൊന്നാം
അതുമുപ്പതുകൊണ്ടവർക്കുമാസവുമാം.

മനുഷ്യരുടെ ഒരാണ്ടു് ദേവകർമ്മക്കു് ഒരു ദിവസം; അങ്ങനെ മുപ്പതു കൂടിയതു് ദേവമാസം; ദേവമാസം 12 ചേർന്നാൽ ഒരു ദേവവർഷം. 12000 ദേവവർഷങ്ങളെ ചതുർയുഗം എന്നു് പറയുന്നു. ആയിരം ചതുർയുഗം ബ്രഹ്മന്റെ ഒരു പകലു്. അതിനു് കല്പമെന്നും പറയാം.

ചതുർയുഗമിതുപിന്നയുമൊ—
രായിരമുണ്ടാം വിധിക്കു് രാവായി
പ്രളയം പോലക്കാലം
വെള്ളവുമിരുളെന്നിയൊന്നുമില്ലന്നു.

ഈ വണ്ണം പകലും രാവും കൂടിയതാണു് ബ്രഹ്മദിവസം. ഇതു് മുപ്പതു കൂടിയാൽ ബ്രഹ്മമാസം; ബ്രഹ്മമാസം 12 കൂടിയതു് ബ്രഹ്മവർഷം. ഈ വണ്ണം ബ്രഹ്മന്റെ നൂറാണ്ടു കഴിയുമ്പോഴാ ബ്രഹ്മപ്രളയമാണെന്നത്രേ മുനിമതം. മനുഷ്യരുടേയും ദേവകളുടേയും ബ്രഹ്മാവിന്റെയും കൈകണക്കിനു് വലുപ്പം വെച്ചു് കാലം അനന്തമായി നീളുന്നു.

കാലമാത്രയുടെ കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചും കാര്യമായി ചിന്തിച്ചുവരായിരുന്നു പ്രാചീനകേരളീയർ എന്നു കാണാം. ഒരു ദിവസത്തിനു് 60

നാഴിക; നാഴികയ്ക്ക് 60 വിനാഴിക; വിനാഴികയ്ക്ക് 6 വീർപ്പ്; വീർപ്പിന് 10 ഗണിതം ഗണിതത്തിന് 4 മാത്ര; മാത്രയ്ക്ക് 8 നൊടി; നൊടിയ്ക്ക് 30 തല്പര; തല്പരയ്ക്ക് 30 തുടി; തുടിയ്ക്ക് 8 ലവം അഥവാ ജലവം. ലവം എന്ന പദത്തിന് ഗ്രണ്ടർട്ട് അർഥം കൊടുത്തത് A minute division of time എന്നാണ്. നമ്മുടെ ലവലേശത്തിൽ ലവം കാലത്തിനെയും ലേശം നീളം, തൂക്കം എന്നിവകളുടെ സൂക്ഷ്മമാത്രയേയും കുറിക്കുന്നു. ലേശം കൂടി നീങ്ങേണ്ടിവരുമ്പോഴാണ് അത് സ്ഥലവാചിയാണ്; ലേശം പഞ്ചസാര വേണമെന്നാകുമ്പോഴാണ് അതു തൂക്കത്തെയും കുറിയ്ക്കുന്നു.

കാലമാത്രയുടെ കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളെ കൃത്യമായി പരാമർശിക്കുന്നത് ദാക്ഷിണാത്യ ഗ്രന്ഥങ്ങളിലാണ്. തമിഴ്നാട്ടിലും കർണ്ണാടകത്തിലും കേരളത്തിലും ഒന്നുപോലെ പ്രചാരമുള്ള ഒരു പ്രാചീന ഗ്രന്ഥമാണ് കണക്കധികാരം. ലീലാവതി എന്ന സംസ്കൃതഗ്രന്ഥത്തെയും കണക്കധികാരം എന്ന ദാക്ഷിണാത്യഗ്രന്ഥത്തെയും ഉപജീവിച്ചുണ്ടാക്കിയ ഒരു പുസ്തകമാണ് മദിരാശിസർവകലാശാലക്കാർ, ഡേക്കേടർ ചേലന്നാട് അച്യുതമേനോന്റെ കാലത്ത് പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയ ബാലപ്രബോധം കണക്കുസാരം. അതിന്റെ ആമുഖശ്ലോകത്തിൽ പറയുന്നു.

ലീലാവതി മഹികണക്കധികാരവും കണ്ടെന്നോട് മൽഗുരുപറഞ്ഞതുമോർത്തുകൊണ്ട്
ബാലപ്രബോധകരണായമണിപ്രവാളൈ
രുക്തം മയാല്പഹൃദയേന കണക്കുസാരം.

ഈ കണക്കുസാരം—ബാലപ്രബോധത്തിൽ നിന്നാണ്, ദേവവർഷം ബ്രഹ്മവർഷം തുടങ്ങിയവയെപ്പറ്റി മുമ്പ് ഉദ്ധരിച്ചത്. കണക്കധികാരത്തിൽ കാലത്തിന്റെ കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളും വിശദീകരിച്ചിട്ടുള്ളതിങ്ങനെയാണ്.

നാളിനാലുപതാകും നാഴിക
അറുപതീത്താൽ വിനാഴിക
അഥതിലാറൊന്നു വീർപ്പുകേ—
ളുതുക്കുപത്താം ഗണിതമൊന്നു
ഇതിനെ നാലിലീത്താൽ മാത്ര
ഇരുനാലാകും ഇമനൊടികാലം
കാലംമുപ്പതിലൊന്നാകും തല്പര; അതിൽ
നാലൊടേഴരയിലൊന്നാകും തുടി
തുടിയതിലെട്ടൊന്നു ജലവമാകും
അളക്കുമുളരിപത്രമിരണ്ടുകോലമായ
അടുക്കിത്തുശികൊട്ടകരെത്തിടയതാമേ.

"ഇലവമാകുന്ന കാലം അറിവാൻ രണ്ടു ഇളയതാമരയില പറിച്ചു നനച്ചുടുക്കി ചേർത്ത നേരിയതായ സൂചികൊണ്ട് കൈവേഗമുള്ളവർ കുത്തിയാൽ ഒരിലയ്ക്ക്

കൊണ്ട് മറെറ ഇലയുടെ മുനചെല്ലും മുന്നെ ഉള്ള ഇടം ഇലവമാകുന്ന കാലമെന്ന അറിക.''

അതായതു് ഒരു നാഴികയുടെ 8×10^8 ഭാഗത്തിലൊന്നാണു് ഇലവം. പാശ്ചാത്യരുടെ സമയമാത്രയായ സെക്കണ്ടിന്റെ ദശലക്ഷം ഭാഗത്തോളം സൂക്ഷ്മ സൂക്ഷ്മമായ കാലമാത്രയെ വിഭാവനം ചെയ്യാൻ കേരളീയർക്കു് കഴിഞ്ഞു. മാത്രമല്ല, ഇലവത്തെ നിർവചിക്കുന്നതിൽ സൂര്യനുമായി ബന്ധപ്പെട്ട താമരയിലയെ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നതിന്റെ ഔചിത്യവും ശ്രദ്ധേയമാണു്. സുഖയാനം ചെയ്യുന്ന ഒരാൾ ഒരു നാഴികസമയം കൊണ്ടു് നടന്നെത്തുന്ന ദൂരത്തെ 'നാഴിക' എന്ന വിളിച്ചതും അർഥഗർഭമത്രേ.

പാശ്ചാത്യരാജ്യങ്ങളിൽ സമയമളവിനുള്ള ഏററവും ചെറിയ മാത്ര സെക്കണ്ടു് ആയി തുടർന്ന 1884—ൽ സെക്കണ്ടിനു് ഒരു അധികൃതനിർവചനവും വന്നുപെട്ട. ഭൂമി അതിന്റെ അക്ഷത്തിൽ ചെയ്യുന്ന ഭ്രമണത്തിനെടുക്കുന്ന സമയത്തിന്റെ 86,400-ൽ ഒരു ഭാഗം എന്നു്. പക്ഷേ ഭ്രമണം ഏകസമാനമല്ല. ഒരു കൊല്ലവും അടുത്ത കൊല്ലവും തമ്മിൽ തന്നെ 1/10 സെക്കണ്ടിന്റെ വ്യത്യാസം ഉണ്ടാകുമത്രേ. തന്നിമിത്തം 1960—ൽ ഈ വ്യവസ്ഥ ഭേദഗതിചെയ്തു. ഒരു ഭ്രമണപഥപൂർത്തിക്കു് വേണ്ട സമയത്തിന്റെ 31,556, 925, 9747 ഭാഗത്തിലൊന്നു് എന്നു് പുതുക്കി. അതായതു് മനുഷ്യദിവസത്തിനു പകരം ദേവദിവസത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനമെടുത്തു എന്നു മാത്രം. പക്ഷേ ഭ്രമണപഥസമയം കേവലമായി തിട്ടപ്പെടുത്താൻ പ്രയാസമുണ്ട്...ദൂരദർശിനിയിലൂടെ നിരീക്ഷണം ചെയ്യാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന നിലയം ഭൂമിയോടൊപ്പം തെന്നുകയാണു്. അപ്പോഴും സെക്കണ്ടിന്റെ സഹസ്രാംശത്തിലധികം കൃത്യത സാധ്യമല്ല. 1955 നോടടുത്തു ഇംഗ്ലണ്ടിലെ നാഷണൽ ഫിസിക്കൽ ലാബറട്ടറിയിൽ ലൂയി എസ്സൻ എന്ന ശാസ്ത്രകാരൻ സീഷ്യം രശ്മി ഉപയോഗിച്ചു ഇലക്ട്രോൺ രശ്മികളുടെ തെന്നൽ നിരക്കു് തിട്ടപ്പെടുത്തി. മൂന്നു വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം ഒരു സമയനിർവചനവും തുപ്തികരമായി ഉരുത്തിരിഞ്ഞു. ഖഗോളീയസെക്കണ്ടിനകത്തു് ഇലക്ട്രോൺ തെന്നലുകളുടെ എണ്ണം 9, 192, 631, 770 തന്നെയാണു്. ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഖഗോളീയ സെക്കണ്ടിനകത്തു ഉണ്ടാകുന്ന 9, 192, 631, 770 (ഇലക്ട്രോൺ തെന്നലുകളുടെ എണ്ണം) സംഭവങ്ങളും ഓരോന്നിനും അടുത്തതിനു് ഇടയ്ക്കുള്ള വേളയെ അണുശാസ്ത്രസെക്കണ്ടായി നിർവചിച്ചിരിക്കുകയാണു്. സെക്കണ്ടിന്റെ 10^{10} ദശാംശങ്ങളിലൊന്നാകുമതു്. നമ്മുടെ പ്രാചീനരുടെ ഇലവമാകട്ടെ, ഒരു ദിവസത്തിന്റെ 10^{10} ദശാംശമായിരുന്നു!

കാലഗണനയ്ക്കു സൂര്യൻ തന്നെ ആശ്രയം ഏതുകാലത്തും. രാത്രിസമയത്തു നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഥാനം നോക്കി സമയനിരണയം ചെയ്യാൻ നമ്മുടെ പൂർവികർ പരിചയിച്ചിരുന്നു. പകൽ സമയത്തു് നിഴലളന്നു് സമയനിർണയം ചെയ്യാൻ ലളിതമായ ഒരു പദ്ധതി കേരളത്തിലുണ്ടായിരുന്നതു് പ്രസ്താവ്യമാണു്. സൂര്യൻ ചക്രവാളത്തിലാകുമ്പോഴാണു് നിഴലിന്റെ നീളം ഏറവും അധികം; മധ്യാഹ്നമാകുമ്പോഴാണു് നിഴൽ കാൽകീഴിലൊതുങ്ങുന്നു. അപരാഹ്ന

നിഴൽ-സമയ പട്ടിക

ഉദയാൽപരം അഥവാ അസ്തമനത്തിനു്	മേടം & ചിങ്ങം	ഇടവം & കർക്കടകം	മിഥുനം	കന്നി & മീനം	തുലാം & കുംഭം	വൃശ്ചികം & മകരം	ധനു
സമയം മണി മിനിട്ടു്	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.	നിഴൽ അടി അം.
— 24 മി.	64 —	67 —	69 —	63 —	64 —	68 —	70 —
— 48 ,,	32 —	33 —	34 —	31 —	32 —	34 —	35 —
1 മ. 12 ,,	21 —	22 —	22 —	20 —	23 —	22 —	23 —
1 ,, 36 ,,	15 —	16 —	16 —	15 —	15 —	16 —	17 —
2 ,, —	12 —	12 —	13 —	12 —	12 —	12 —	13 —
2 ,, 24 ,,	9 3	9 5	10 —	9 1	9 5	10 —	11 —
2 ,, 48 ,,	7 4	8 —	8 2	7 3	7 7	8 6	9 1
3 ,, 12 ,,	6 1	6 5	6 7	6 1	6 5	7 3	7 6
3 ,, 36 ,,	5 —	5 3	5 5	5 —	5 4	6 3	6 7
4 ,, —	4 —	4 3	4 5	4 —	4 5	5 4	5 6
4 ,, 24 ,,	3 1	3 4	3 7	3 1	3 7	4 7	5 3
4 ,, 48 ,,	2 3	2 6	3 1	2 3	3 3	4 3	5 —
5 ,, 12 ,,	1 5	2 1	2 4	1 6	2 7	4 1	4 5
5 ,, 36 ,,	— 6	1 5	— —	1 3	2 6	4 —	4 4
6 ,, —	— 3	1 2	1 6	1 1	2 5	3 7	4 3
6 ,, 24 ,,	— —	1 —	1 5	— —	— —	— —	— —

മാകുമ്പോഴും അസ്തമനം വരെ നീഴൽ നീണ്ടുനീണ്ടുപോകുന്നു. പക്ഷേ എല്ലാ കാലത്തും പകലിന്റെയും രാത്രിയുടേയും ദൈർഘ്യം തുല്യമല്ല. മാസഭേദമനുസരിച്ച് ഏറെക്കുറച്ചിലുകളും സംഭവിക്കും. ''മേഷാദൗപകലേറിടും രാവൊന്നു തുകുറഞ്ഞുപോം; തുലാദൗ രാത്രിയേറിടും പകലിൻ നീളം കുറഞ്ഞിടും'' എന്നതാണ് പ്രമാണം. വേനൽക്കാലത്തു് സൂര്യോദയം നേരത്തെയാണു്; അസ്തമനം സ്വല്പം വൈകിയും ആണും. ഈ വസ്തുത കണക്കിലെടുത്തു് ഓരോ മാസത്തിലെയും നീഴൽ—നീളത്തിനു് ഒത്തസമയം പട്ടികപ്പെടുത്തിവയ്ക്കുകയായിരുന്നു പതിവു്. പതിറ്റാടിപ്പൂക്കളും, പതിനാറാടിപ്പൂജ തുടങ്ങിയ പ്രാഗംഗങ്ങളും ഇന്നും മാഞ്ഞുപോയിട്ടില്ല. പന്തളം കൃഷ്ണവാരിയർ ഭാഷാപോഷിണി മാസികയിൽ പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയ പട്ടിക താഴെ ചേർക്കുന്നു. മേടത്തിലും ചിങ്ങത്തിലും നീഴൽ—സമയ ഫോർമുല ഒന്നുതന്നെ. ഉദയാൽപരം എത്ര സമയമായെന്നും അസ്തമനത്തിനു് എത്ര സമയമുണ്ടെന്നും പട്ടിക കൊണ്ടു് അറിയാം.

സമയദൈർഘ്യത്തെ അളക്കാൻ നാഴിക വട്ട എന്ന ഉപകരണം നടപ്പുണ്ടായിരുന്നകാലം എനിക്കോർമ്മയുണ്ടു് ''ഉറുമ്പിനുനീരിനു നാഴികവട്ടയെ മുക്കുവാൻ കാൽക്ഷണം പോരുമല്ലോ'' എന്നു വള്ളത്തോളും എഴുതിയതു് ആ പശ്ചാത്തലത്തിലാകണം. നേരിയ തകിടുകൊണ്ടു് അടിയിൽ നട്ടുക്കു് ചെറു സുഷിരമുള്ള ഒരു ചെമ്പുകിണ്ണം വെള്ളത്തിന്റെ മീതെ വെയ്ക്കുക. ഒരു നാഴിക സമയം കൊണ്ടു് ആ കിണ്ണത്തിൽ നിറയുന്ന വെള്ളത്തിനു് മുകളിലെ വക്കു് വെട്ടിക്കളയുക. എന്നാൽ നാഴിക വട്ടയായി. അതു വെള്ളത്തിലിട്ടാൽ ഒരു നാഴിക സമയം കൊണ്ടു നിറഞ്ഞുമുങ്ങും. വീണ്ടും പൊക്കിയെടുത്തു വെള്ളത്തിൻ മീതെ വയ്ക്കാം. മണൽക്കപ്പിയായിരുന്ന മറ്റൊരേർപ്പാടും. ചെറിയ വായുള്ള ഒരു കൂപ്പിയിൽ പൊടിമണൽ നിറച്ചു. വാകീഴോട്ടാക്കി ഒരിടത്തു തൂക്കണം. ഒരു നാഴിക സമയത്തിൽ ഉതിർന്നു വീഴുന്ന മണൽമാത്രം കൂപ്പിയിലെടുത്തു സൂക്ഷിക്കുക. അതിനെ മറ്റൊരു കൂപ്പിയുടെ മുഖത്തിലേയ്ക്കു കമഴ്ത്തുക. ഇരു കൂപ്പികളും പരസ്പരം മറിച്ചു് ഒന്നിലെ മണൽ മറ്റൊന്നിലാകുന്ന സമയത്തെ നാഴികയായി പിടിക്കുന്ന പതിവും ഉണ്ടായിരുന്നു. ഇത്തരം സംവിധാനം ധനികദരിദ്ര വ്യത്യാസമെന്യേ എവർക്കും ഉപകരിച്ചു.

3

അക്ഷരസംഖ്യകൾ : പരല്പേരുകൾ

സാംസ്കാരികരംഗമാകട്ടെ, വൈജ്ഞാനികരംഗമാകട്ടേ ആവിഷ്കരണം അപരിചിതമായാൽ സൃഷ്ടികളും ദുർഗ്രഹമെന്നു വിശേഷിപ്പിക്കപ്പെടും. അത്യാധുനികമായ കവിതകളും അഭിനവഗണിതശാഖകളും പോലെ ചിലർക്കൊക്കെ ദുർഗ്രഹമായി തോന്നുന്നു. കൈമുദ്രയുടെ സങ്കേതസവിശേഷതകളെക്കുറിച്ചു ഒരു ഗന്ധവുമില്ലാത്തവനു കഥകളി വെറും ഊമക്കളിയായേക്കും. അക്കങ്ങളും സംഖ്യകളും ഇന്നത്തെ രീതിയിൽ രൂപപ്പെട്ടതു് നൂറ്റാണ്ടുകളുടെ പരിഷ്കരണപ്രക്രിയയിലൂടെ കടന്നുവന്നപ്പോൾ മാത്രമാണു്. പ്രാചീനഗണിതത്തിന്റെ അനഭിഗമ്യതയ്ക്കു കാരണമായ അക്ഷരസംഖ്യാക്രമത്തെ മനസ്സിലാക്കാതെ പ്രാചീനഗണിതത്തിന്റെ ആസ്വാദനം പൂർണമാകില്ല.

പാശ്ചാത്യദേശങ്ങളിലും അക്കങ്ങളെ അക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചിരുന്നു ഉദാഹരണത്തിനു് റോമൻ അക്കവ്യവസ്ഥതന്നെ എടുക്കാം. ആദ്യകാലത്തു അഞ്ചുവരെയുള്ള അക്കങ്ങളെ കൈവിരൽകൊണ്ടു കാണിക്കപതിവായിരുന്നു. എങ്കിൽ ആ കൈമുദ്രകളെ വരച്ചുനോക്കാം. I, II, III, IIII എന്നു നാലുവരെ അക്കങ്ങളും വരച്ചുകാട്ടി ഈജിപ്തുകാർ വിരലുകളുടെ ചിത്രം വരച്ചപ്പോൾ റോമൻ അക്കവ്യവസ്ഥയുടെ അടിസ്ഥാനം കുറിക്കുകയാണു് ചെയ്തതു് അഞ്ചാമത്തേതു തള്ളവിരലാണു്. അതു് അൽപം ചരിഞ്ഞും ഇരിക്കുന്നു. അതിന്റെ മാതൃകയിൽ V എന്ന ചിഹ്നം അഞ്ചിനെ സൂചിപ്പിക്കാൻ എടുത്തിരിക്കണം. അഞ്ചും ഒന്നും ആറു് എന്നു സൂചിപ്പിക്കുമാറും VI എന്ന ചിഹ്നം നിലവിൽ വന്നു. ക്രമേണ VII ഉം VIII ഉം ഉണ്ടായി. പത്തിനു രണ്ടുതവണ V എന്ന എഴുതിയാൽ മതി, അതങ്ങു മേലോട്ടു, താഴോട്ടും തിരിച്ചു വച്ചപ്പോൾ ഇംഗ്ലിഷക്ഷരമായ X കിട്ടുന്നു. ഈജിപ്തുകാർ പത്തിനെ സൂചിപ്പിക്കാൻ രണ്ടു Vകളെ ഒന്നിനുള്ളിൽ മറ്റൊന്നായി ഗോത്തിക്ക ആർച്ചുപോലെ തലതിരിച്ചു വയ്ക്കുന്ന പതിവുണ്ടായിരുന്നു. റോമൻവ്യവസ്ഥയിൽ പത്തിനു X എന്ന വ്യവസ്ഥ ഉറച്ചു. നൂറിനു സെന്റം എന്ന വാക്കിന്റെ ആദ്യക്ഷരമായ C ഉം ആയിരത്തിനും മില്ലി എന്ന പദത്തിലെ M ഉം സ്വീകരിക്കപ്പെട്ടു. നൂറിൽ പാതിയാണല്ലോ അമ്പതു്. അതിനാൽ Cയുടെ കീഴ്പാതി L എന്നതു അൻപതിന്റെ ചിഹ്നമായി; M ന്റെ പാതിയെ സ്വല്പം കൈക്രിയ ചെയ്തു D ആക്കി അഞ്ഞൂറിന്റെ ചിഹ്നമായും സ്വീകരിക്കപ്പെട്ടു. V യോടു ഒന്നുചേർത്തതു VI ആകാ

മെങ്കിൽ ഒന്നു പിൻവലിച്ചാൽ നാലാകുന്നമല്ലോ. IV എന്നതു് നാലും IX എന്നതു് ഒമ്പതും XL എന്നതു് നാൽപതും XC എന്നതു തൊണ്ണൂറും CD എന്നതു നാന്നൂറും DC എന്നതു് അഞ്ഞൂറും ആയിത്തീരുന്നതു ഈ ന്യായത്തിന്മേൽ തന്നെ. മലയാളത്തിൽ ആദ്യം അച്ചടിച്ച ഗ്രന്ഥമായ സംക്ഷേപവേദാർത്ഥത്തിന്റെ മുദ്രണവർഷം കുറിച്ചതു് MDCCLXXII (1000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 1 + 1) എന്നിങ്ങനെയായിരുന്നു. റോമൻവ്യവസ്ഥ അക്ഷരപ്രധാനമായതു കൊണ്ടു് 1772 എന്നതുപോലെ എളുപ്പമായിരുന്നില്ല ആവിഷ്കരണം.

ആര്യഭടൻ ആണല്ലോ ശ്രദ്ധേയനായ ആദ്യത്തെ ഗണിതപണ്ഡിതൻ. ആര്യഭടീയം പ്രഥമപാദത്തിൽ ഉപയോഗിച്ച അക്ഷരസംഖ്യാക്രമം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധേയമായിരുന്നു. 'ക' തൊട്ടു 'മ' വരെയുള്ള വർഗാക്ഷരങ്ങളെ യഥാക്രമം 1 തൊട്ടു 25 വരെയുള്ള മൂല്യങ്ങളുള്ളതായി കല്പിച്ചിരിക്കയാണു്. അവർ—ഗാക്ഷരങ്ങളായി നിലകൊള്ളുന്ന യ, ര, ല, വ, ശ, ഷ, സ, ഹ എന്നിവയ്ക്കു് 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 എന്നിങ്ങനെ മൂല്യങ്ങളും യഥാക്രമം കല്പിച്ചുകൂടാതെ അ, ഇ, ഉ, ഋ, ഌ, എ, ഐ, ഒ ഔ എന്നീ 9 സ്വരങ്ങൾക്കു യഥാക്രമം 1, 10^0, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8 എന്നീ മൂല്യങ്ങളും കൊടുക്കപ്പെട്ടു. ഈ സ്വരങ്ങളെ 'ക' മുതൽ 'മ' വരെയുള്ള വർഗാക്ഷരങ്ങളോടും 'യ' മുതൽ 'ഹ' വരെയുള്ള അവർഗാക്ഷരങ്ങളോടു ചേർത്തു് വലിയ സംഖ്യകളെ കാണിക്കാമെന്നതാണു് ഈ വ്യവസ്ഥയിലെ ഗുണവശം.

ഗ = 3; ഗീ = 3×100; ഘു = 3×10^2; ഘൂ = 3×10^3; ങൃ = 3×10^4; ഗേ = 3×10^5; ഗൈ = 3×10^6; ഗൊ = 3×10^7; ഗൌ = 3×10^8 ഈ ക്രമമനുസരിച്ചു ആര്യഭടൻ ഒരു മഹായുഗത്തിനകത്തു ഭ്രഗോളം ചെയ്യുന്ന ഭ്രമണത്തിന്റെ സംഖ്യയായ 1582237500 ദിനങ്ങളെ രേഖപ്പെടുത്തിയതു ''ങിഗിബൃഷ്ഖ്യൂൺഞ'' എന്നീ അക്ഷരസംഘാതം കൊണ്ടാണു്.

ങീ = 500 [ങ = 5; ഇ = 100]

ഗി = 7000 [ഗ = 70; ഇ = 100]

ബൃ = 230000 [ബ് = 23: ഉ = 10^2 = 10000]

ഷ്ഖ്യൂ = 82,00000 [ഷ് = 80; ഖ് = 2 ഌ = 10^3]

ണ്ഞ = 15 00000000 [ണ് = 15; ഞ = 10^4]

ആകെ 15, 82, 23 7500 ദിനങ്ങളും.

ഭ്രമിയുടെ ഭ്രമണകാലം ഒരു ദിനമായി ആര്യഭടന്റെ കാലത്തു കണക്കാക്കിയിരുന്നു എന്നർഥം. $365\frac{1}{4}$ ദിനം ഒരു വർഷമായതുകൊണ്ടു് ഇതു 4320000 വർഷങ്ങൾക്കു തുല്യം. ഇതിനെ ആര്യഭടൻ വ്യവഹരിച്ചതു ''യുഗരവിഭഗണാഖ്യൂഘ്ല'' എന്ന സൂത്രവാക്യംകൊണ്ടാണു്

ഖ്യ = (ഖ് + യ്) ഉ = (2 + 30) 100^2 = 32,00,00

ഘ്ല = ഘ് × ള = 4 × 100^3 + 4000000

അതിനാൽ ഖ്യ ഘ്ല = 4320000 വർഷങ്ങൾ അങ്ങിനെ നാൽപ്പത്തിമൂന്നുലക്ഷത്തിഇരുപതിനായിരം എന്ന ഏഴക്കസംഖ്യയെ ആര്യഭടൻ കുറിച്ചതു വെറും രണ്ടക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ടായിരുന്നു. ''ഖ്യഘ്ല'' ! ഉച്ചാരണം സ്വല്പം ക്ലിഷ്ടമാണെന്നതു ശരി. സൂര്യൻ ഒരു യുഗത്തിൽ ഖ്യ ഘ്ല ഭഗണങ്ങളെ (ചക്രണങ്ങളെ) ചെയ്യുന്നു. ഇതിനെയാണു് ഏ. ആർ. രാജരാജവർമ ഉച്ചരിക്കാൻ വഹിയാത്ത വിധം കുറുഷ്ടായ അക്ഷരസംഖ്യ സൃഷ്ടിച്ചു. ശ്രോതാക്കളെ ആര്യഭടൻ ക്ലേശിപ്പിച്ചു എന്നു അഭിപ്രായപ്പെട്ടതു് (പ്രബന്ധസംഗ്രഹം—കേരളത്തിലെ ജ്യോതിഷം പേജ് 171 നോക്കുക)

ആര്യഭടീയം ഗീതികാപാദത്തിൽ കൊടുത്ത പ്രമാണം ഇതാണു്.

വർഗാക്ഷരാണിവർഗേ
ऽവർഗേ ऽവർഗാക്ഷരാണികാത്ങ്മൗയഃ
ഖദ്വിനവകേസ്വരാനവ
വർഗേ ऽവർഗേനവാന്ത്യവർഗേഽാ

ക തൊട്ടു മ വരെയുള്ള വർഗാക്ഷരങ്ങളെ വർഗസ്ഥാനങ്ങളിലും (അതായതു 1, 100, 100^2) 10, 10,1000 100000 മുതലായ അവർഗസ്ഥനങ്ങളെ യ തൊട്ടു ഹ വരെയുള്ള അവർഗാക്ഷരങ്ങൾവഴിയും ഗണിക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു.

മ = 25

യി = 30 × 100 മി = 25 × 100

യു = 30 × 100^2 മൂ = 25 × 10000

ഋ = 25 × 100^3 ഹി = 100 × 100 ഹൂ = 100 × 10000

ക്യ എന്നാൽ ക + യ എന്നറിയുക

മഖി = 225 [2 × 100 + 25]

ഭഖി = 224 [ഭ = 24; ഖി = 2 × 100]

ഫഖി = 222, ശഘകി = 174

മുമ്പു് സൂചിപ്പിച്ചപോലെ ആര്യഭടീയത്തിലെ അക്ഷരസംഖ്യയുടെ പ്രത്യേക സൗകര്യം വലിയ സംഖ്യയെ കുറിക്കാൻ അന്നത്തെ നിലയ്ക്കു വളരെ ഉപകരിച്ചു എന്നതാണു്. കൂടുതൽ സൗകര്യമുള്ളതാണു കേരളത്തിലെ പരൽപേരുകൾ എന്നതത്രേ. ഏ. ആർ. രാജരാജവർമ സൂചിപ്പിച്ചതു അക്കങ്ങളെ വളരെ ലഘുവായി ശ്ലോകങ്ങളിലും മറ്റും ചേർക്കത്തക്കവണ്ണം ഉള്ള സമ്പ്രദായമാണു ക ട പ യാദികൾ. ഇതിലെ നിയമങ്ങൾ അത്യന്തം ലളിതംതന്നെ വ്യഞ്ജനാക്ഷരങ്ങൾ 1, 2, 3 എന്നീ അക്കങ്ങളെയും കേവലസ്വരങ്ങൾ ശൂന്യത്തെയും കുറിക്കും. വർഗാക്ഷരങ്ങൾ 25 ഉള്ളതു് പതിപ്പത്തായി ഭാഗിക്കുമ്പോൾ രണ്ടരസൊറ്റു വരും. ശേഷം 'യ' മുതൽ 'ള' വരെയുള്ള ഒൻപതു മറ്റൊരു

ന്നേറ്റം. കൂട്ടക്ഷരങ്ങളിൽ ഒടുവിലത്തെ വ്യഞ്ജനം പ്രധാനം.—ഏ. ആറിന്റെ പദാവലികളിൽ വ്യവസ്ഥ ഇതാണു്.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ക	ഖ	ഗ	ഘ	ങ	ച	ഛ	ജ	ഝ	ഞ
ട	ഠ	ഡ	ഢ	ണ	ത	ഥ	ദ	ധ	ന
പ	ഫ	ബ	ഭ	മ					
യ	ര	ല	വ	ശ	ഷ	സ	ഹ	ള	ഴ
									റ

ഒന്നു മുതൽ 5 വരെ അക്കങ്ങളെ കുറിക്കാൻ നന്നാലക്ഷരങ്ങളുണ്ടു്. 6 മുതൽ 9 വരെ ഉള്ളവയ്ക്കു മുമ്മൂന്നക്ഷരങ്ങളും ശൂന്യത്തെ കാട്ടാൻ 16 കേവലസ്വരങ്ങളും ഞ ന ഴ റ എന്നീ നാലു വ്യഞ്ജനങ്ങളുടെയും, 20 അക്ഷരങ്ങളും കാണും; അങ്കാനാം വാമതോ ഗതിഃ എന്നതു ഇവിടെയും സ്വീകരിച്ചിരിക്കുകൊണ്ടു ജയം എന്ന പദം 18 നെ കുറിക്കും. ജ = 8 യ = 1

വൃത്തപരിധിയും വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തെയാണല്ലോ π എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടു കുറിക്കുക.

ഏഴിൽപ്പെരുക്കീട്ടിരിപത്തുരണ്ടിൽ
കീഴിക്കവെട്ടത്തിനെവിട്ടമാക്കാം
വിട്ടത്തെയേറീട്ടിരിപത്തുരണ്ടിൽ
കീഴിച്ചിടേഴാലതുവട്ടമല്ലോ

വട്ടം = പരിധി. വിട്ടം = വ്യാസം വട്ടത്തിനെ 7 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 22 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വിട്ടവും വിട്ടത്തെ 22 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വട്ടവും ഉണ്ടാകുമെന്നത്രേ ഈ ശ്ലോകം കൊണ്ടർഥമാകുന്നതു്. ഇതിനെ മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറയുന്നതിങ്ങനെയാണു്.

നർമരാജ്യേനവട്ടത്തെ
പെരുക്കസ്സുരളാംഗവും
കീഴിച്ചാൽ സൂക്ഷ്മമാംവിട്ടം
വട്ടത്തിന്നമറിച്ചുമാം

നർമരാജ്യം എന്ന പദത്തിൽ ന = 0; മ = 5; ര = 2; യ = 1 അതായതു് 1250 സരളാംഗമായാലോ സ = 7 ര = 2 ള = 9 ഗ = 3 ഇവിടെ 3927 നെ 1250 കൊണ്ടു പരിച്ചാൽ പരിധി വ്യാസബന്ധം കിട്ടും. എന്നതത്രേ വിവക്ഷ. ഇതിനു മറ്റൊരു സൂത്രവാക്യം കൂടി ഉദ്ധരിച്ചിട്ടുണ്ടു് കണക്കസാരം എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിൽ

ലകൂടംകൊണ്ടു വട്ടത്തെ
പ്പെരുക്കിക്കീഴിശർമഗൈഃ
വിട്ടമാം സൂക്ഷ്മമായ്വട്ടം
വരുത്താം വിപരീതമായ്

ലകടം = 113 ശർമഗം = 355

$$\pi = \frac{355}{113} \text{ അഥവാ } \frac{3927}{1250}$$

മറെറാരു പ്രസിദ്ധമായൊരു പ്രമാണമുള്ളതും ഈ പരല്പേരീൻെറ അടിസ്ഥാനത്തിലുള്ളതാണു 'ആനന്ദനന്ദതാനനന്ദനന്ദനിത്യം' എന്ന വ്യാസഞ്ഞിനു് പരിധിയാകുന്നതു് ചണ്ഡാംശുചന്ദ്രാധമാകംഭിപാല : (31415926536) ആകുന്നു. ആനന്ദനന്ദതാനനന്ദനന്ദനിത്യം എന്നാൽ 10^{10} ആകും, കടത്തനാട്ടു് ശങ്കരവർമ എഴുതിയ സദ്രത്നമാല എന്ന പുസ്തകത്തിൽ പരാർഥം 10^{17} വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി 'ഭദ്രാംബുധിസിദ്ധജന്മ ഗണിതശ്രുദ്ധാസ്യയൻഭ്രപഗി :" എന്നു കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. (= 314159265358979324)

17 ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളെ ഓർമിക്കാൻ ശ്ലോകപാദം ഉപകരിക്കും. "ഖ്യ ഘ്ല" കൊണ്ടു ആദിത്യപര്യയത്തെയും 1582 ങിശിബുഷ്ഖ്യണഓ" കൊണ്ടു ഭ്രമണസംഖ്യയേയും ആര്യടേൻ സൂചിപ്പിച്ചതായി നടേ പറഞ്ഞുവല്ലോ. 4320000 വർഷം 237500 ദിനങ്ങളും എന്നിവയെ പുതിയ വ്യവസ്ഥയനുസരിച്ചു യഥാക്രമം നാനാജ്ഞാനപ്രഗത : ഇനോമാസാംബരരാജമയ എന്നീ സംഗതപരൽ പേരുകളും കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാൻ നമുക്കു സാധിക്കുന്നു. ആചാര്യവാഗഭ്യോ എന്ന വാക്യം കൊണ്ടു 1434160 എന്ന കലിദിനസംഖ്യയേയും $865\frac{1}{4}$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചു. 3926 എന്ന കല്യബ്ദത്തെയും നാം ഓർമിക്കുന്നു. ഈ 3926 എന്ന കല്യബ്ദമാണല്ലോ ഉദയമാർത്താണ്ഡവർമ മഹാരാജാവു് കൊല്ലത്തുവച്ചു കലി 3926ൽ (ക്രി. ഡി. 825 ൽ) കേരളത്തിലുള്ള പല വിദ്വാന്മാരെയും വരുത്തി ആലോചിച്ചു ഈ വർഷം ആഗസ്റ്റു് 15–ാം തീയതി മുതൽ കൊല്ലം ആണ്ടു് എന്നസംജ്ഞയോടുകൂടി കേരളത്തിലെ ഉപയോഗത്തിനായി ഒരു നവീനആബ്ദം ഏർപ്പെടുത്തിയതു്. അങ്ങനെയും ആഗസ്റ്റു് 15 നു് ഒരു ചരിത്രപ്രാധാന്യമുണ്ടായി എന്നതുചിന്താമധുരമത്രേ കൊല്ലവർഷത്തിൻെറ തുടക്കം.

ഇതുപോലെ നാരായണീയം പൂർത്തിയായ കലിദിനസംഖ്യയെ കുറിക്കുന്ന ഭാഗമാണല്ലോ "ആയുരാരോഗ്യസൗഖ്യം" ആ = 0, യു = 1, രാ = 2, രോ = 2, ഗ്യ = 1, സൗ = 7, ഖ്യം = 1 ഇതിനെ തിരിച്ചിട്ടു നോക്കുമ്പോൾ 1712210 എന്നു കിട്ടും. ഈ കലിദിനസംഖ്യയെ $365\frac{1}{4}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ കലിവർഷം 4687 വർഷം 9 മാസം എന്നു കിട്ടുന്നു. കൊല്ലാരംഭമായ കല്യബ്ദം 3926 കുറയ്ക്കുണം. 761 മേടം ഒന്നു കഴിഞ്ഞു 9 മാസം എന്നു ലഭിക്കുന്നു. 762 വൃശ്ചികം–ധനു കാലം എന്നു ഏതാണ്ടു മനസ്സിലാക്കാം. 762 വൃശ്ചികം 28–ാം നു- നാരായണീയം ഉണ്ടാക്കാൻ തുടങ്ങിയതായി ഒരു ഗ്രന്ഥവരിയിൽ കണ്ടിട്ടുള്ള വസ്തുത ഇതിനു ദൃഷ്ടാന്തമായും പറയാം.

അടുത്ത കാലത്തുകൂടി ഈ ഗണനരീതി പ്രയോഗത്തിലുണ്ടായിരുന്നു. മഹാകവി ഉള്ളൂരിൻെറ ചരമത്തെപ്പറ്റി പി. വി. കൃഷ്ണവാരിയർ ദിവ്യംതവ വിജയം എന്ന ശീർഷകത്തിലെഴുതിയ ശ്ലോകങ്ങളിലവസാനത്തേതു് ഇതാണു്.

ദിവ്യംതവവിജയംകവി–
കാലത്തിനുചിതമീമഹൽകൃത്യം
പരമേശ്വരദേവാ ! ഭവൽ
പരരാമീഞങ്ങളം കാത്തിരുന്നീടാം.

ദിവ്യംതവവിജയം എന്ന വാക്യം 1844618 എന്ന കലിദിനത്തെ കുറിക്കും. 365¼ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കല്യബ്ദം 5050 വർഷം 3 മാസം അതിൽനിന്നു 3926 കുറച്ച മലയാളം വർഷവും കണക്കാക്കാവുന്നതാണു്. മേടം 1 മുതൽക്കാണു സാധാരണം ആർഷവർഷം കണക്കാക്കുക. 1124 മിഥുനം എന്നും കിട്ടും. ഇതിനോടു 825 ചേർത്താൽ സംഗതമായ ക്രിസ്താബ്ദം ലഭിക്കുന്നു

1949 ജൂൺ 15 നു ആയിരുന്ന മഹാകവിയുടെ പരമദിനം. സുസ്മരണീയമായ ദിനങ്ങളെ ഓർമിക്കാനുള്ള ഒരു സൂത്രമായും ഈ അക്ഷരസംഖ്യാക്രമം പ്രയോജനപ്പെട്ടു.

കേരളത്തിനേറെതായ കടപയാദിക്രമത്തിന്റെ ഒരു പരിഷ്കൃതരൂപമായിരുന്ന ആര്യഭടൻ സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ളതു്. ആര്യഭടീയവ്യാഖ്യാതാക്കളും എല്ലാവരും മലയാളികളാണു്. അക്ഷരസംഖ്യാസമ്പ്രദായം പദ്യരൂപത്തിലുള്ള ഗണിതപ്രശ്നാവതരണത്തിനു് അനുഗുണമായിരുന്നു. എന്നതു നിർവാദമത്രേ.

ഭിന്നതങ്ങളായ കീഴര കീഴ്ക്കാൽ കീഴ്മാകാണി തുടങ്ങിയഭിന്നിതങ്ങളെ ഓർമിക്കാനും അക്ഷരസംഖ്യാസൂത്രം പ്രയോഗിച്ചുകണ്ടിട്ടുണ്ടു്.

ഒന്നിന്നത്തുതമെന്നാ കീഴര
കീഴ്കാൽക്കുപേരഹിസ്രോദയം
അതിശ്രുരൻ പേരുമിനി
അമ്പോടൊന്നിന്നു കീഴരക്കാൽക്കു
കീഴ്മാകാണിയുടെപേരരിയമനം
കീഴ്മാവിനനുഭൂതി
ജ്ഞാനിജരോയം കീഴരമാനന്നു
ച്ചുമരന്നു കീഴക്കാണി

കീഴരയ്ക്കു അത്തുതം എന്ന സൂത്രപദം. പരൽപേർക്രമമനുസരിച്ചു് അത്തുതം = 640. അതായതു കീഴര 640 ൽ ഒന്നു കീഴ്ക്കാൽ = 1280 ൽ ഒന്നു അഹിസ്രോദയം 1280 നെ കുറിക്കുന്നു. കീഴരക്കാൽ 2560 ൽ ഒന്നു; അതിശ്രുരൻ 2560 നെ കുറിക്കുന്നു.

കീഴ്മാകാണി = 5120 ൽ ഒന്നും അതിയമനം = 5120 നെ കുറിക്കും.

കീഴ്മാവു = $\frac{1}{320} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{6400}$ 6400 ൽ ഒന്നു അനുഭൂതി 64000 നെ കുറിക്കുന്നു.

കീഴരമാ $= \frac{1}{320} \times \frac{1}{40} = \frac{1}{12800}$ (12800 ൽ ഒന്നു്) ജ്ഞാനീജരോയം 12800 നെ കുറിക്കുന്നു. കീഴരക്കാണി $\frac{1}{320} \times \frac{1}{80} = \frac{1}{25000}$ (25600 ൽ) ഒന്നു] നന്നചാമരം 25600 നെ കുറിക്കുന്നു.

അന്നരുപോമുനിഎന്നാ–
മൊന്നിനൻപൊട്ടകീഴരക്കാണി
ജ്ഞാനവരൻനൃപനെന്നാംകീഴു
മുന്തിരികപിനെ ഇമ്മിചൊല്ലുന്നേൻ
ജ്ഞാനീപാന്നമയോത്ര
ജ്ഞാനീവിദാംശഖ്യമെന്നണവും
ആനഭോവൈദേവേ
ഗേംധൂളീതിമിരിമേക്ക പേരിതുപോൽ
തലവരവൊന്നിന ചൊല്ലാംപേ
രന്നഭാനേദയാല്യുഹിനാദ്രീ
ആനന്ദേനാദ്രീന്ദ്രേ
രുദ്രനിഭസ്ഥനയ എന്ന ചതുരണവാം

കീഴരക്കാണി $= \frac{1}{51200}$ 51200 ൽ ഒന്ന അന്നരുപോമുനി 51200 നെ കുറി

കീഴുമുന്തിരി $= \frac{1}{102400}$ 102400 ൽ ഒന്നു് ജ്ഞാനവരൻനൃപൻ 102400 നെ കുറിക്കുന്നു.

ഇമ്മി $= \frac{1}{102400 \times 21} =$ 2150400 ൽ ഒന്ന ജ്ഞാനീഭാന്നമയോത്രാ2150400 കുറിക്കുന്നു.

അണു $= \frac{1}{2150400 \times 21} =$ 45158400 ൽ ഒന്നു് ജ്ഞാനീവിദാംശഖ്യമേവം എന്നതു് 45158400 നെ കുറിക്കുന്നു. ഇതുപോലെ തിമിരിമ, തലവർ, ചതുരണ ഏന്നിവയും.

ചെറിയ ഭിന്നിതങ്ങളുടെ ഒന്ന ആദ്യമായിട്ടുള്ള ഛേദമാകുന്ന വലിയ സംഖ്യയെഓർക്കുമാറു കുറിക്കുവാൻ കടപയാദിതത്വം പണ്ടുകാലത്തുപയോഗിച്ചിരുന്ന

ഭിന്നിതങ്ങൾ അക്കാലത്ത്

ഉത്തരേന്ത്യയിൽ വേദകാലത്ത് ഭിന്നിതങ്ങളുടെ ഉപയോഗം അജ്ഞാതമായിരുന്നില്ല. അർധം = 1/2, ത്രിപാദം = 3/4 മുതലായ ലഘുഭിന്നിതങ്ങളും സംഹിതപാദം = 1/7, സ്പഫ = 1/8, കസ്സും = 1/12, കാലാ = 1/16 എന്നിവയും പ്രത്യേക നാമത്തോടെ അറിയപ്പെട്ടിരുന്നു. ത്രിഭാഗം അഥവാ ത്രയാംശം = 1/3, പഞ്ചമഭാഗം, അഥവാ പഞ്ചമം = 1/5, ദ്വാദശഭാഗം അഥവാ ദ്വാദശ = 1/12, ത്രിഅഷ്ടമ അഥവാ ത്രിഷ്ടം = 3/8, ദ്വിസപ്തമ 2/7, ത്രയത്രയാഷ്ട = 3 3/8, പഞ്ചസ്യചതുർവിംശ = 1/5 ന്റെ 1/24 എന്നിങ്ങനെയുള്ള ക്ലിഷ്ടപ്രയോഗങ്ങളും അക്കാലത്ത് നിലവിലുണ്ടായിരുന്നുവത്രേ.

ദക്ഷിണേന്ത്യയിലേക്കു കടന്നാൽ സ്ഥിതി ഭിന്നമായിരുന്നു. വിന്ധ്യനു തെക്ക് പ്രചാരത്തിലിരുന്ന ഒരു പുസ്തകമാണ് കണക്കധികാരം. ചോള രാജ്യക്കാരൻ കാരി എന്ന ഒരാളുണ്ടാക്കിയതാണ് ഈ പുസ്തകമെന്നു കേട്ടിട്ടുണ്ട്. തഞ്ചാവൂരിലെ സരസ്വതിമഹാൽ ഗ്രന്ഥശാലയിൽ ഒരു പഴയ കോപ്പിയുള്ളതായി അറിഞ്ഞു. ഒരു പരിഷ്കൃതപതിപ്പ് 1958 ഏപ്രിൽ മാസത്തിൽ പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയിരുന്നു. രചന ഏറെക്കുറെ പദ്യങ്ങളായിത്തന്നെ ഗണപതി, വിഷ്ണു, ഉമ, സരസ്വതി, മുരുകൻ തുടങ്ങിയ ഇഷ്ടദേവന്മാരെ ഗ്രന്ഥാരംഭത്തിൽ സ്തുതിച്ചിട്ടുണ്ട്. പൂർവസൂരികളോടും ലീലാവതി തുടങ്ങിയ മൗലികഗ്രന്ഥങ്ങളോടും ഗ്രന്ഥകാരനു കടപ്പാടുള്ളതായി രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുമുണ്ട്. തമിഴ്രാജ്യത്തു പ്രചാരമുള്ള അളവുകൾക്കും തൂക്കങ്ങൾക്കുമാണ് മുൻഗണന. എന്നതായാലും 20-ാം നൂറ്റാണ്ടിനപ്പുറമാവും ഗ്രന്ഥരചനയെന്നു ഏകദേശം അനുമാനമായിരിക്കുന്നു.

ഇതിന്റെ ആദ്യഭാഗത്തു മുൻ സൂചിപ്പിക്കപ്പെട്ട മേൽ മുന്തിരിക (=1/320) കീഴ് മുന്തിരി $(1/320)^2$ അരക്കാണി (=1/160), കാണി = 1/80), ഒരു മാ = 1/20, വീശം = 1/16, അരയ്ക്കാൽ = 1/8, കാൽ = 1/4, അര = 1/2 എന്നിവ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഭിന്നിതങ്ങളും ഏറെക്കുറെ 1/2 ന്റെ ഘാതങ്ങളായി കുറിച്ചിട്ടിരുന്നു. ഈ ഭിന്നിതങ്ങളുടെ ദശാംശങ്ങളായ അളവുകളും അതായത്, 1/20, 1/40, 1/80, 1/160, 1/320 എന്നിവയും സർവസാധാരണങ്ങളും തന്നെ. 1/320 നു താഴെ, കീഴ് അരക്കാൽ $(1/320 \times 1/8)_4$

കീഴ് കാൽ (1/320 × 1/4), കീഴ്കാണി (1/320 × 1/80) എന്നിവയും ദക്ഷിണേന്ത്യയിൽ പ്രചാരത്തിലായിരുന്നു.

ഏതാണ്ടീ രീതിയിലായിരുന്നു, തമിഴ് സ്വാധീനം കൂടുതലുള്ള തിരുവിതാംകൂറിലെ കുടിപ്പള്ളിക്കൂടങ്ങളിൽ പ്രയോഗിച്ചിരുന്നത്. ഈ. വി. കൃഷ്ണപിള്ള തന്റെ ബാല്യകാലസ്മരണകളിൽ ഇക്കാര്യം രസമായി സൂചിപ്പിച്ചതു് ഓർക്കുമല്ലോ. ''ഭിന്നസംഖ്യ എന്ന എളപ്പരീതി വരുന്നതിനു മുമ്പു്, അംശങ്ങം പറയുക വളരെ വിഷമം തന്നെ. ഒന്നു്, അര, കാൽ, അരയ്ക്കാൽ, എന്നു് ഇപ്പോഴും നടപ്പുണ്ടല്ലോ. 1/8 ആണു് അരയ്ക്കാൽ, 1/16 ആണു് മാകാണി, 1/32 അരമാകാണി, 1/64 കാണിമുന്തിരി എന്നിങ്ങനെ പോകുന്നു പേരുകൾ''. ഇവിടെ മാകാണി = 1/20 + 1/80 = 1/16 (ഒരു മാ + കാണി കാണി മുന്തിരി = 1/80 + 1/320 = 1/64 അങ്ങനെ കാണിയും മുന്തിരിയും ചേർന്നതു് കാണിമുന്തിരി (അരേരയ്ക്കാൽ എന്ന ന്യായത്തിനു്). ഇ. വി. തുടർന്നു് എഴുതി, 1/3 എന്ന സങ്കല്പം അക്കാലത്തു് വ്യക്തമായിരുന്നില്ല എന്നു്. ''എന്റെ ബാല്യത്തിൽ നാട്ടിൻപുറത്തു് പഠിത്തക്കാരെ മടക്കുന്നതിനു് ഇട്ടുവന്ന കണക്കു്, മൂന്നു പേർക്കു ഒന്നു്; എന്നാൽ ഒരുത്തനെത്തു എന്നുള്ളതായിരുന്നു. ഞങ്ങളം പെട്ടെന്നു് 1/3 എന്നു പറയുമ്പോഴം അവർ പറയുമായിരുന്ന ഉത്തരം കാൽ, ഒരു മാ, അരമ, അരയ്ക്കാണി കീഴരയിൽ മൂന്നു് എന്നെല്ലാമാണു്. ദൈവത്തിനറിനാം ഈ തമിഴരുടെ പേരുകളുടെ അർഥം എന്തെന്നു്''.

കീഴര $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{320}$; കീഴരയിൽ മൂന്നു $= \frac{3}{640}$ വിട്ടാൽ

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{160} = \frac{40 + 8 + 4 + 1}{160} = \frac{53}{160}$$

കഷ്ടിച്ചു് 1/3 നോടടുത്തതാകും. 1/3 രൂപ കൊടുക്കാൻ 1/4 രൂപയും 1/20 രൂപയും (5 പൈസ) കൊടുക്കുന്നതുപോലെ എന്നു വച്ചോളൂ, അംശം, ഭാഗം, ഛേദം എന്നീ പദങ്ങളം പ്രചാരത്തിലില്ലായിരുന്നു. അതുകൊണ്ടാണു് കച്ചവടക്കാർ പഴയ പരിചയം വെച്ചു് ഇപ്പോഴും 1/4, 1/2 എന്നിവയ്ക്കു് പ്രത്യേക ചിഹ്നങ്ങളം സ്വീകരിച്ചുപോരുന്നതു്.

ഈ വിഷയത്തിലേക്കു് ധാരാളം വെളിച്ചം പകരുന്ന ഒരു പഴയ ഗണിതപുസ്തകമുണ്ടു്.* മാവനാൻ മാപ്പിള സയ്ദ മുഹമ്മദ ആശാന്റെ കണക്കധികാരം. അതിലെ ഗ്രന്ഥഭാഗങ്ങളിലുടനീളം ഇന്നത്തെ രീതിയല്ല, പഴയ സങ്കേതങ്ങളാണു് ഭിന്നിതങ്ങളെ കുറിക്കാൻ പ്രയോഗിച്ചിട്ടുള്ളതു് ഇതിന്റെ വിശദാംശങ്ങളിലേക്കു കടക്കും മുമ്പു് ഗ്രന്ഥകാരനെക്കുറിച്ചു് ഒന്നു രണ്ടു കാര്യ

* മാവനാൻ മാപ്പിള ഒരു കൗസ്യാനിയാണെന്നു് അവകാശപ്പെട്ടുകൊണ്ടു് ശ്രീ കൊച്ചീപ്പൻ തരകന്റെ ഒരു ഭാഷാപോഷിണിലേഖനം കണ്ടിട്ടുണ്ടു്. മാപ്പിള എന്ന പേരുകണംപ്രലോഭിപ്പിച്ചിരിക്കുക. കൂടുതൽ വഴിയേ

പട്ടിക ഒന്നു്

കണക്കധികാരം

കണക്കധികാരംതന്ന	കൊള്ളുമിന്നായിരത്തിൽ
കനിഞ്ഞുപാടിനലകിലുള്ളോർ	മുപ്പതും എട്ടതും
സകലവുംകണ്ടതിൻപേ	മുറയതായിചെന്നകാലം
സാരമങ്ങറിവതിന്നായി	മെസൂർഷാട്ടൂർസായ്പിന്റെ
വിവരമായുള്ളതെല്ലാം	മെണ്ണയുള്ളരുളിനാലെ
ചിരമോടുമൊഴിഞ്ഞതിന്നെ	മനവനൻകന്നകത്തിനെ
കൊല്ലമഞ്ഞൊന്നിൽനിന്ന	മാവിലാതടിപ്പതാമേ.

ചിത്ത മുറച്ചവക്കു തുനിഞ്ഞ മേവുമക്കാലം തന്നിൽ മിക്കുകളൊക്കെ നോക്കി നടന്നുകൊണ്ടതുള്ള വീരാ തത്തയൊടൊത്തുപെണ്ണൊഴി നാരി തൻ മകനാകുംചെട്ടി. തക്കനുറപ്പൊടിപ്പവിൽ വാഴവ തെത്തിനകാലമെന്നാൽ എത്തുകയും മനസ്സിൽ നിനച്ചു എമ്പത്തുകൊണ്ടു കൂറിട്ട പത്തു മടക്കി നാലിലിരുത്തി അമ്പതിലും പെരുക്കി എട്ടു മടക്കിയുള്ളതു മുമ്പു വല്ലതിലും നിനയ്ക്കാം പട്ടതിലിട്ട പത്തുകൊണ്ടുപെരുക്കുമാണ്ടളവേ,

പൊരുൾ. ഒരു മനുഷ്യൻ ഭ്രമിയിൽ നൂറ്റാണ്ടു വയസ്സു ഇരിക്കേണമെന്നു നിനച്ചാൽ യാതൊരു തുകയും നിനച്ച അതിനെകൊണ്ടു നൂറ്റാണ്ടു വയസ്സു വരുത്തുവാനുള്ള ലക്ഷ്യത്തെ ചൊല്ലുന്നു.

ഇതിന്നു വഴി. ക എന്ന നിനച്ചു എങ്കിൽ അതിയൊന്നിനെ വ്യാൽ കഴിക്ക ഒരു കൂറു കാണി അതിനെ പത്തിൽ പെരുക്കുക ങ ഇതിനെ രാൽ കഴിക്ക രൂ ഇതിനെ ദ്യാൽ പെരുക്കുക ഹ ഇതിനെ വ്യാൽ പെരുക്കുക ധാൽ ഇതിനെ മുമ്പു നിനച്ച

(കണക്കധികാരം തുടക്കപേജ്)

ആയിരം ൱ = 1000	നൂറ് ൹ = 100	പത്ത് ൰ = 10	ഒന്ന് ൦ = 1
രണ്ട് ൨ = 2	മൂന്ന് ൩ = 3	നാല് ൪ = 4	അഞ്ച് ൫ = 5
ഏഴ് ൭ = 7	എട്ട് ൮ = 8	ഒമ്പത് ൯ = 9	ഒന്നിന്റെ കാല് ൴ = $\frac{1}{4}$
അരക്കാല് ൵ = $\frac{1}{8}$	മുക്കാൽ ൶ = $\frac{3}{4}$	അര ൷ = $\frac{1}{2}$	കാല് ൸ = $\frac{1}{4}$
ഒരു മാ ൹ = $\frac{1}{20}$	രണ്ടു മാ ൺ = $\frac{1}{10}$	മാ കാണി ൻ = $\frac{1}{16}$	അര മാ ൽ = $\frac{1}{40}$
കുഴിവി ൾ = $\frac{1}{320}$	അരക്കാണി ൿ = $\frac{1}{160}$	കാണി ഩ = $\frac{1}{80}$	കീഴ് കാല് $\frac{1}{320}$ $(\frac{1}{4})$
മൂന്നു മാ ൰ = $\frac{3}{20}$	നാല് മാ ൱ = $\frac{1}{5}$	മൂന്നു കാണി ൲ = $\frac{3}{80}$	അരക്കാണി കുഴിവി ൵ $\frac{1}{160}$ + $\frac{1}{320}$ = $\frac{3}{320}$

(അക്ഷരചിഹ്നങ്ങൾ)

പെങ്കഷ്ടികെ(മാതൃക)

ഞ . ഞ $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$	= ൽ ഛ $\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$	=	$\frac{9}{16}$
ഞ . ൽ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$	= ർ ഹ്ര $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	=	$\frac{3}{8}$
ഞ . ർ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$	= ഗ്ഗ	=	$\frac{3}{16}$
ഞ . ഗ്ഗ $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{16}$	= ന്ന ന്ത $\frac{1}{10} + \frac{3}{80} + \frac{1}{320}$	=	$\frac{9}{64}$
ഞ . ന്ന $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{20}$	= ന്ന ള $\frac{1}{10} + \frac{1}{80}$	=	$\frac{9}{80}$
ഞ . ഛ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{16}$	= ന്ത ധ $\frac{3}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$	=	$\frac{3}{64}$
ഞ . ന്ത $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{80}$	= ന്ഥ $\frac{1}{40} + \frac{1}{320}$	=	$\frac{9}{320}$
ഞ . ധ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{160}$	= ന്ത കീഴ് $\frac{1}{320} + \frac{1}{320} \cdot \frac{1}{2}$	=	$\frac{3}{640}$

ഹരണപ്പട്ടിക [മാതൃക]

൪/പ്ത [ഉ 3/4 / 1/320]	൨ ൩൯ [ഇ 240]
൫/പ്ത [ഇ 1/5 / 1/320]	൩൱൨ [ഇ 64]
൬/പ്ത [അ 3/16 / 1/320]	൩ ൱ [ഇ 60]
൭/പ്ത [ഉ 3/20 / 1/320]	൩൨ ൰ [ഇ 48]
൮/പ്ത [ഉ 1/10 / 1/320]	൮൱൨ [ഉ 32]
൯/പ്ത [ഉ 1/16 / 1/320]	൱ [ഉ 20]
൰/പ്ത [1/20 / 1/320]	൱ ൩ [ഉ 16]
൱/പ്ത [ഉ 1/40 / 1/320]	൰ [ഇ 8]

ങ്ങളും സൂചിപ്പിച്ചുകൊള്ളട്ടെ. (1) കൊല്ലവർഷം 1038-ൽ അതായത് എ. ഡി. 1862-ൽ ഗ്രന്ഥനിർമാണം നടന്നു. 1038-ൽ ഷെപ്പറർ സായിപ്പിന്റെ നിർദേശമനുസരിച്ച് ജനസാമാന്യത്തിനും പ്രയോജനകരമാംവിധം പഴയ ഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ മാവനാൻ മാപ്പിള രചിച്ച ഗ്രന്ഥമാണിതെന്നു വ്യക്തം. 1880 ൽ ചർച്ച് മിഷ്യനറി സൊസൈറ്റി പ്രസ്സിൽ അച്ചടിച്ച ഒരു പ്രതിയുടെ മുഖപ്പേജ് ഇതോടൊപ്പം ചേർക്കാൻ സാധിച്ചതിനു സഹൃദയനായ ശ്രീ എൻ. കെ. ദാമോദരൻ അവർകളോടാണ് എനിക്കു കടപ്പാടുള്ളതു്. എന്റെ കൈവശമുള്ള കോപ്പി ആദ്യ പതിപ്പാകാനാണ് സാധ്യത. പക്ഷേ, മുഖപേജ് നഷ്ടപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഈ പുസ്തകത്തിൽ മലയാള അക്കങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച എന്നു മാത്രമല്ല, സ്ഥാനനാമങ്ങളായ പത്തു്, നൂറ്, ആയിരം, ലക്ഷം, കോടി എന്നിവയ്ക്ക് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ചിഹ്നങ്ങളും ഏർപ്പെടുത്തിക്കാണുന്നു. സംഖ്യകളും വായിക്കുമ്പോലെ, അക്കവും തൊട്ടു പിറകെ സ്ഥാനസംഖ്യയും ക്രമത്തിൽ കൊടുക്കുന്നതുകൊണ്ട് പൂജ്യ ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നില്ല. സംക്ഷേപവേദാർഥം എന്ന മലയാളത്തിലെ പ്രഥമഗ്രന്ഥത്തിന്റെ അച്ചടിവർഷം 1772 നു കുറിച്ചിരുന്നതു് ഈ ക്രമത്തിലാണ്. ആയിരത്തിന്റെ ചിഹ്നം, ഏഴ്, നൂറിന്റെ ചിഹ്നം, ഏഴ്. പത്തിന്റെ ചിഹ്നം. പിന്നെ 2 എന്ന രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കയാണ്, സംക്ഷേപവേദാർഥം അച്ചടിച്ച കാലത്തു് ഈ ക്രമം നടപ്പിലിരുന്നിരിക്കണം. പൂജ്യം ഒഴിവാക്കിക്കൊണ്ട് സംഖ്യകളെ വായിക്കുന്ന ക്രമത്തിനു് അക്കവും സ്ഥാനപ്പേരും ചേർത്തു് എഴുതുന്ന സംവിധാനമാണ് ഗ്രന്ഥഭാഗത്തിൽ കാണുന്നതു്, പുസ്തകത്തിന്റെ പേജുനമ്പരിട്ടതിലും വിഷയക്രമം കാണിച്ചിടത്തും പുതിയ മലയാള അക്ക രീതിയാണ താനും.

ആ നിലയ്ക്ക് ഈ. വി. പറഞ്ഞ പോലെ ഭിന്നിതങ്ങളുടെ കൈകാര്യം ക്ലേശകരമായിരുന്ന തീർച്ച. അന്നത്തെ രീതിയിലുള്ള പെരുക്കപ്പട്ടികയുടേയും ഹരണപ്പട്ടികയുടേയും മാതൃക ഇതൊന്നിച്ചു കൊടുക്കുന്നതു് ശ്രദ്ധിക്കുമല്ലോ. 1/320 നെ മുന്തിരി എന്നു പറയും. സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള സങ്കേതം 'പ്ര' എന്നാണ്. 1/320 നു താഴെയുള്ളവയെ മറെറാരു പതനമായി വിഭാവനം ചെയ്യുന്നു. കീഴ് എന്ന പദത്തിനർഥം 1/320 നു് കീഴ് എന്നാകാം. കാരണം കീഴ്കാൽ = 1/320 ($\frac{1}{4}$), കീഴ് അര = 1/320 ($\frac{1}{2}$), കീഴ് മുന്തിരി = 1/320 (1/320) ആകും. മാത്രമല്ല, പെരുക്കപ്പട്ടികയിൽ കാണിച്ചപോലെ 9/64 നെ കുറിക്കുന്നതു് $\frac{1}{10} + \frac{3}{80} + \frac{1}{320}$ എന്നിങ്ങനെ പിരിച്ചിട്ടായിരുന്നു. രണ്ടു മാ മൂന്നു കാണി മുന്തിരി എന്നിങ്ങനെ വായിക്കുകയും വേണം.

$\frac{3}{64} = \frac{3}{80} + \frac{1}{160} + \frac{1}{320}$ (എല്ലാം പ്രത്യേക ചിഹ്നമുപയോഗിച്ചാണെന്നു് പട്ടിക നോക്കിയാൽ അറിയാം). മൂന്നു കാണി, അരക്കാണി മുന്തിരി എന്നു വായിച്ചേക്കണം. അംശം, ഛേദം എന്ന സങ്കല്പമവർക്കജ്ഞാതമായതിന്റെ ബുദ്ധിമുട്ട്.

5

ശബ്ദസംഖ്യകൾ: പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ

ഏതൊരു വേദവുമേതൊരു ശാസ്ത്രവു
മേതൊരു കാവ്യവുമേതൊരാലംക്കാരം
ഹൃത്തിൽ പതിയേണമെങ്കിൽ സഭാഷ്ഠതൻ
വക്ത്രത്തിൽ നിന്നതാൻ കേൾക്കവേണം.

പഴയ കാലത്തു് പാഠ്യവിഷയങ്ങളിൽ മുന്നു വിഭാഗമായിരുന്നു. വേദം, ശാസ്ത്രം, കാവ്യം. ഈ മൂന്നിൽ വേദം ഛന്ദവൽക്കരിച്ചതുകൊണ്ടു മുഖാഭിമുഖമായി ചൊല്ലിക്കൊടുക്കാനും, കേട്ടുപഠിക്കാനും എളുപ്പമാക്കി. കാവ്യം ഏതാണ്ടു് വൃത്തനിബദ്ധമായിരിക്കണമല്ലോ. ഇന്ത്യയിൽ ശാസ്ത്രങ്ങളും കൂടി (ഉദാ: വൈദ്യം) പ്രമാണരൂപത്തിൽ കാരികകളായി അവതരിപ്പിച്ചു എന്നതാണു് വസ്തുത. ഏ. ആറിന്റെ ഭാഷാഭൂഷണം, വൃത്തമഞ്ജരി എന്നിവയും കേരള പാണിനീയവും പദ്യരൂപത്തിൽ എഴുതപ്പെട്ടതങ്ങനെയാണു്. വള്ളത്തോളിന്റെ ആരോഗ്യചിന്താമണി എന്ന വൈദ്യഗ്രന്ഥത്തിൽ 3000–ൽ ശിഷ്ടം ശ്ലോകങ്ങളാണുള്ളതു്. വേദങ്ങളെയും കാവ്യങ്ങളെയും പോലെ ഗണിതശാസ്ത്രവും ശ്ലോകരൂപത്തിൽ എഴുതപ്പെട്ടതങ്ങനെയാണു്. ആര്യഭടന്റെയും ഭാസ്കരാചാര്യരുടേയും പാരമ്പര്യം കേരളത്തിലും ആഴത്തിൽ വേരോടിയിരുന്നു. ഓരോ സംഖ്യയും തത്തുല്യമായി ഒരു നാമത്തെ ഏർപ്പെടുത്തുക; പദ്യാത്മകമാക്കുമെന്നു വയ്ക്കുക. അങ്ങനെ ഛന്ദസ്സിക്കരിക്കാൻ പാകത്തിൽ സംഖ്യകളെ ക്രമപ്പെടുത്തുക എന്നു വന്നു. ഫലമോ ഗണിതം ഏതാനും പണ്ഡിതന്മാരിൽ തങ്ങിനിന്നതേയുള്ളു. ബഹുജനങ്ങളിലേയ്ക്കു വ്യാപിയ്ക്കാൻ അതൊരു തടസ്സവുമായി. ശബ്ദസംഖ്യാക്രമത്തിന്റെ സവിശേഷതകളും വെളിപ്പെടുത്തുകയാണു് ഈ ലേഖനം കൊണ്ടുദ്ദേശിക്കുന്നതു്.

എട്ടു നൂറ്റാണ്ടുകൾക്കു മുമ്പു് എഴുതപ്പെട്ട ലീലാവതി എന്ന ഭാസ്കരാചാര്യകൃതിയിൽ ഭൂതസംഖ്യാക്രമം അഥവാ ശബ്ദസംഖ്യാസങ്കേതം ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. കണക്കുകളും ശ്ലോകത്തിലാക്കണമെങ്കിൽ, ആ സൂത്രം ഒഴിവാക്കുന്നതെങ്ങനെ? ഈ സമ്പ്രദായം സ്വതന്ത്രമായ അധ്യയനത്തിനു് തടസ്സമായി എന്നു പറയാതെ വയ്യ. ഭാദശ്രാദിത്യന്മാർ അഷ്ടവസുക്കൾ സപ്തശൈലങ്ങൾ ഷഡ്ഢ്

രസങ്ങൾ, പഞ്ചശരങ്ങൾ, ചതുർവേദങ്ങൾ, ത്രിഗുണങ്ങൾ, ദ്വിലോചനങ്ങൾ, ഏകചന്ദ്രൻ, ശൂന്യംകാശം — ഇങ്ങനെ ഏതാനും സങ്കല്പങ്ങൾ ഭാരതീയരുടെ ചിന്താമണ്ഡലത്തിനു് സുപരിചിതമായിരുന്നു. ശൂന്യാകാശം എന്ന സങ്കല്പം വച്ചു്, ആകാശത്തിന്റെ പര്യായങ്ങൾ ശൂന്യത്തെ കുറിക്കുന്നതായെടുക്കേയാണു് പതിവു്. ഭൂമി, ചന്ദ്രൻ എന്നിവയുടെ പര്യായങ്ങൾ ഒന്നിനെ കാണിയ്ക്കും.

1. ഇന്ദ്രവാരണമതിന്ദ്രവാജിയും
ചന്ദ്രശേഖരതനൂജദന്തവും
അർക്കദേവരഥചക്ര ശുക്രനേ—
ത്തുങ്ങളെന്നിവകളേകമായ്വരും.

ദേവേന്ദ്രന്റെ ആന (ഐരാവതം) കുതിര (ഉച്ചൈശ്രവസ്സു്) ഗണപതിയുടെ കൊമ്പു്, ആദിത്യന്റെ തേരുകൾ, ശുക്രമുനിയുടെ കണ്ണു് ഇവയെല്ലാം ഒന്നിനെ സൂചിപ്പിയ്ക്കാനുപയോഗിയ്ക്കാം. കം, ഭൂ, ശശി, ഗോ എന്നിവയും ഒന്നു്. ശൂന്യം, ഖം, ഗഗനം, ആകാശം അഭ്രം, പൂർണം എന്നീ പദങ്ങളെല്ലാം പൂജ്യത്തെ കാണിക്കുമത്രേ.

2. ചീറകും പുഴയുടെ കരയും
തരുണീകുചവും മൃഗങ്കംതൻ കൊമ്പും
സാധാരണ കൺ, കം, തെ
ന്നിവ പറയാം രണ്ടു കൊണ്ടന്നും.

കൂടാതെ ലോചനം, അയനം, ജാനു, യുഗളം, ദസ്രം, അശ്വി, യമ എന്നീ പദങ്ങളും കൂടി രണ്ടിനെ കുറിയ്ക്കാനുപയോഗിയ്ക്കുന്നു.

3. കാലാഗ്നി ദോഷാദികളും ഗുണങ്ങളും
കാലാരിതൻ കൺമധു മൂർത്തിയേവം
ശൂലാഗ്രവും ജാഹ്നവി തന്റെ മാർഗം
ത്രിലോകകോണങ്ങളുമത്രയാം.

ഇതാണു് കാവ്യനിയമം കാലം (ഭൂതം, വർത്തമാനം, ഭാവി) മൂന്നിനെ കുറിക്കുന്നു. ദക്ഷിണാഗ്നി, ഗാർഹപത്യം, ആഹവനീയം എന്നു അഗ്നികളും മൂന്നു്, വൈദ്യശാസ്ത്രപ്രകാരം ത്രിദോഷങ്ങളും ഉണ്ടു് — വാതം, പിത്തം, കഫം. ഗുണങ്ങളും മൂന്നു് — സത്വം, രജസ്സു്, തമസ്സു്. മധു മൂന്നുണ്ടു്. നെയ്യു്, പഞ്ചസാര, തേൻ എന്നിങ്ങനെ. മൂർത്തികളും (ബ്രഹ്മാ, വിഷ്ണു, ശിവൻ) മൂന്നുതന്നെ. ശൂലത്തിനു് മൂന്നു തലപ്പുകാണാം. ഗുണം അഗ്നി. ഭുവനം, കാലം, ലോകം എന്നിവയെ മുന്നിനെ കുറിയ്ക്കാനുപയോഗിച്ചു വരുന്നു.

4. ബ്രഹ്മാവുതൻ മുഖമുപായവുമിന്ദ്രദന്തി
ദന്തം, യുഗം, ഹരികരം പുരുഷാർഥമേവം
സേനാംഗവും മൃഗപദം ശ്രുതി, ജാതിദേഹം
നാലെന്നിതാശ്രമവുമശ്രമമത്രചൊല്ലാം,

ബ്രഹ്മാവിന്റെ മുഖം നാല്, ഉപായങ്ങളും നാലുണ്ട്—സാമ, ദാന, ഭേദദണ്ഡങ്ങളും, ഐരാവതത്തിനു കൊമ്പ് നാലാണല്ലോ. കൃതത്രേതദ്വാപര കലി എന്നീങ്ങനെ യുഗം നാല്. വിഷ്ണുവിനു് ശംഖു, ചക്ര ഗദാപദ്മങ്ങളും വഹിക്കാൻ നാലു കൈകളും വേണം പുരുഷാർഥങ്ങളും നാല് തന്നെ—ധർമാർഥകാമമോക്ഷങ്ങളും സേനാംഗങ്ങളും നാല്—ആന, കുതിര, തേരു്, കാലാളു്, ശ്രുതികളും. ഋക്കു്, യജുസു് സാമം, അഥർവണം എന്നിങ്ങനെ നാലുണ്ടു്. ബ്രാഹ്മണ ക്ഷത്രിയ വൈശ്യശൂദ്രാദികളും എന്ന ജാതിയും നാല്. ദേഹം നാലാണു്—ജരായുജം, അണ്ഡജം, സ്വേദജം ഉദ്ഭിജം, ആശ്രമങ്ങളും ബ്രഹ്മചര്യം, ഗൃഹസ്ഥം വാനപ്രസ്ഥം, സന്യാസം എന്നിങ്ങനെ നാലാണു് ഇവയിൽ. വേദശ്രുതി സമുദ്ഭവർണ, ആശ്രമ, യുഗങ്ങളും—ഈ പദങ്ങളോ പര്യായങ്ങളോ നാലിനെ കാണിക്കുന്നു.

രുദ്രമുഖേന്ദ്രിയകല്പക
വൃക്ഷസ്മരബാണഭൂതലോഹങ്ങളും
പ്രാണാനിലനും പിന്നെ
പറയാമഞ്ചെന്നിതംഗവും പാർത്താൽ

പരമേശ്വരന്റെ മുഖം, പഞ്ചേന്ദ്രിയങ്ങളും, കല്പകവൃക്ഷം (മന്ദാരം, പാരിജാതം, സന്താനം, കല്പവൃക്ഷം, ഹരിചന്ദനം) സ്മരബാണം (അരവിന്ദം, അശോകം, ചൂതം, നവമാലിക, നീലോല്പലം അഥവാ സമ്മോഹനം, ഉന്മാദനം, ശോഷണം, താപനം, സ്തംഭനം) ഭൂതം, (പൃഥിവി, അപ്പു്, തേജസു്, വായു, ആകാശം) പഞ്ചലോഹങ്ങളും (സ്വർണം, വെള്ളി, ചെമ്പു്, ഇരുമ്പു്, ഈയം) പഞ്ചവായുക്കളും (പ്രാണൻ, അപാനൻ, വ്യാനൻ, ഉദാനൻ, സമാനൻ) എന്നിവ അഞ്ചാണു്. ഇവയിൽ ബാണ, ശര, ഇഷു, ഭൂത, പർവ, പ്രാണ, പവന, പാണ്ഡവ, വിഷയ, ഇന്ദ്രിയ ശബ്ദങ്ങളും പ്രധാനം

6. താരകരിപുതൻവദനം
വജ്രായുധകോണവും ഗുണം പിന്നെ
രസവും വണ്ടിൻ കാലും
പറയാമാറെന്നു സൽകവീന്ദ്രമതം.

സുബ്രഹ്മണ്യന്റെ മുഖം, രസം (മധുരം, പുളി, ഉപ്പു്, കയ്പു്, ചവർപ്പു്, എരിവു്) വണ്ടിൻ കാൽ എന്നിവ കവിദൃഷ്ട്യാ ആറു തന്നെ. വസന്തം, ഗ്രീഷ്മം, വർഷം, ശരതു്, ഹേമന്തം, ശിശിരം തുടങ്ങിയ ഋതുക്കളും, ദർശനങ്ങളും എന്നിവയും ആറു്. അതിനാൽ രസ, രാഗ, ഋതു, ശാസ്ത്ര, തർക്ക, അംഗ, ദർശന, ഷൺമുഖപദങ്ങളും ആറിനെ കുറിയ്ക്കുന്നു.

7. ഋഷി, ധാതുസ്വരം വാരം
സൂര്യാശ്വം കുലപർവതം
ജലനജാലയും ദ്വീപും
ചേരുമേഴെന്നസംഖ്യയിൽ.

സപ്തർഷികം (മരീചി, അംഗിരസ്, അത്രി, പുലസ്ത്യൻ പുലഹൻ, ക്രതു' വസിഷ്ഠൻ) സപ്തധാതുക്കം (രസം, രക്തം, മാംസം, മേദസ്സ്, അസ്ഥി, മജ്ജ, ശുക്ലം,) സപ്തസ്വരം (ഷഡ്ജം, ഋഷഭം, ഗാന്ധാരം, മധ്യമം, പഞ്ചമം, ധൈവതം, നിഷാദം) വാരം (ഞായർ' തിങ്കൾ തുടങ്ങിയവ) സൂര്യന്റെ കതിരകം, കുലപർവതങ്ങൾ (മഹേന്ദ്രൻ, മലയം, സഹ്യൻ, ശുക്തിമാൻ,ഋക്ഷം' വിന്ധ്യൻ, പാരിയത്രൻ) അഗ്നിജ്വാലകം (കാളി, കരാളി, മനോജവം, സുലോഹിതം, സുധൂമ്രവർണം, ഉഗ്ര, പ്രദീപ്തം) ദ്വീപുകം (ജംബു, ശാകം, കുശം, ക്രൗഞ്ചം ശാബലി, പ്ലക്ഷം, പുഷ്കരം) ഇവയെല്ലാം ഏഴിനെ കുറിക്കുന്നു. പ്രധാനമായി നഗ, അഗ, പർവത, ഭൂഭൃൽ, ഋഷി, മുനി, സ്വര, ധാതു, അശ' വ്യസന പദങ്ങൾ ഏഴിനെ കാണിക്കും.

8. ദിഗ്ഗജദിക്പാലന്മാർ
ഭർഗ്ഗൻതൻ മൂർത്തിയംഗമൂവണ്ണം
മംഗലമൈശ്വര്യങ്ങളു
മെട്ടെന്നായിട്ടുചൊല്ലിടുന്നല്ലോ.

ദിഗ്ഗജങ്ങൾ (ഐരാവതം, പുണ്ഡരീകം, വാമനം, കുമുദം, അഞ്ജനം, പുഷ്പദന്തം, സാർവഭൗമം, സുപ്രതീകം) ദിക്പാലന്മാർ (ഇന്ദ്രൻ, അഗ്നി, അന്തകൻ, നിർഋതി, വരുണൻ, വായു, കുബേരൻ, ഈശാനൻ) ശിവന്റെ മൂർത്തി (പഞ്ചഭൂതങ്ങൾ, ആദിത്യർ, ചന്ദ്രൻ, ഹോതാവ്) അംഗം (കയ്യ്, കാല്, മുട്ട്, മാറ്, മനസ്സ്, ശിരസ്സ്, വാക്, ദൃഷ്ടി) അഥവാ യമം, നിയമം, ആസനം. പ്രാണയാമം, പ്രത്യാഹാരം, ധ്യാനം, ധാരണ, സമാധി, മംഗലങ്ങൾ (ബ്രാഹ്മണൻ, പശു, അഗ്നി, സ്വർണം, നെയ്യ്, ആദിത്യൻ, വെള്ളം, രാജാവ്) അഷ്ടൈശ്വര്യങ്ങൾ (അണിമാവ്, മഹിമാവ്, ലഘിമാവ്, ഗരിമാവ് ഈശിത്വം, വശിത്വം, പ്രാപ്തി, പ്രാകാശ്യം) ഇവയെല്ലാം എട്ട്. വസു, നാഗ, ഗജ. സർപ്പപദങ്ങൾ ചുരുക്കത്തിൽ എട്ടിനെ കുറിക്കും.

9. പുലിതൻ മലയും പിന്നെ
രത്ന ഗ്രഹരസങ്ങളും
ദുർഗ്ഗാധാന്യങ്ങളും ഭ്രഖണ്ഡ
മെന്നിത്യാദികളൊമ്പതാം.

നവരത്നങ്ങൾ (മാണിക്യം, മരതകം, വൈരം, വൈഡൂര്യം, ഗോമേദം, പദ്മരാഗം, ഇന്ദ്രനീലം, മുത്ത്, പവിഴം) ഗ്രഹങ്ങൾ (ആദിത്യൻ, ചന്ദ്രൻ, ചൊവ്വ, ബുധൻ, ഗുരു, ശുക്രൻ, ശനി, രാഹു, കേതു) രസം (ശൃംഗാരം, ഹാസ്യം കരുണം, രൗദ്രം, വീര്യം, ഭയാനകം, ബീഭത്സം, അദ്ഭുതം, ശാന്തം) ദുർഗ്ഗകൾ ശൈലപുത്രി, ബ്രഹ്മചാരിണി, ചന്ദ്രഘണ്ട, കൂശ്മാണ്ഡ, സ്കന്ദമാതാ, കാർത്ത്യായനി, കാളരാത്രി, മഹാഗൗരി, സിദ്ധിദ) ധാന്യങ്ങൾ (നെല്ല്, ചാമ, അമര, തുവര, കടുക, പയറ്, തിന, യവം, ഗോതമ്പ്).

10 ദശവദനന്റെ ശിരസ്സും
ശശിവാജികളച്യുതാവതാരങ്ങളും
ദിശയും കാമാവസ്ഥകളും
ദശസംഖ്യകളെന്ന തന്നെയോതിടാം.

രാവണ ശിരസ്സ്, ചന്ദ്രന്റെ കുതിരകളും, വിഷ്ണുവിന്റെ അവതാരങ്ങളും (മത്സ്യം, കൂർമം, വരാഹം, നരസിംഹം, വാമനൻ, പരശുരാമൻ, ശ്രീരാമൻ, ബലരാമൻ, ശ്രീകൃഷ്ണൻ, കൽക്കി,) ദിക്കുകളും (തെക്ക്, വടക്ക്, കിഴക്ക്, പടിഞ്ഞാറ്. ഇവയുടെ കോണുകളും, മേലുകീഴ്) കാമാവസ്ഥകളും (അഭിലാഷം, ചിന്ത, സ്മൃതി, ഗുണകീർത്തനം, ഉദ്വേഗം, പ്രലാപം, ഉന്മാദം, വ്യാധി, ജഡത, മരണം) ഇവ പത്തിനെ കാണിക്കുന്ന പദങ്ങളും.

11, 12 കുരുനൃപസേനാരുദ്ര
ന്മാരിവപതിനൊന്നിതെന്നു ചൊല്ലുന്നു
ഗ്രഹനടെ കണ്ണും കയ്യും
പറയാം രാശ്യാദിയത്രപന്ത്രണ്ടായ്

കുരുരാജാക്കന്മാരുടെ സൈന്യങ്ങളും (രുദ്രന്മാർ) അജൈകപാൽ, അഹിർബുർധ്നൻ, വിരൂപാക്ഷൻ, സുരേശ്വരൻ, ജയന്തൻ, ബഹുരൂപൻ, ത്ര്യംബകൻ, അപരാജിതൻ, വൈവസ്വതൻ, സാവിത്രൻ, ഹരൻ) ഇവ പതിനൊന്ന് എന്ന സംഖ്യയെ കാണിക്കും; സൂര്യന്റെ കണ്ണുകളും കൈകളും മേടം മുതൽ മീനം വരെയുള്ള രാശികളും പന്ത്രണ്ട് എന്ന സംഖ്യയെ കാണിക്കും.

വിശ്വ കാമ എന്നീ പദങ്ങൾ 13 നെ കുറിക്കുന്നു.

13. വിദ്യാലോകാദിയെല്ലാമേ
പതിന്നാലെന്നുവിശ്രുതം
പക്ഷങ്ങൾ പതിനഞ്ചല്ലോ
പതിനാറിന്ദുതൻകലാ
പുരാണം മുതലായുള്ള
തൊക്കെയും പതിനെട്ടതാനും
രാവണൻ തന്റെ ബാഹുക്കളും
ഇരുപത്തെന്നു വിശ്രുതം
നക്ഷത്രമിരുപത്തഴാം
മെന്നുസർവത്ര സമ്മതം
പുരുഷായുസ്സുമവ്വണ്ണം
ശക്രയജ്ഞം ശതം മതം
ശേഷവാസുകിസർവേന്ദ്ര
ശീർഷം താമരതൻദളം
സൂര്യനും ബാണനും കാർത്ത
വീര്യനും ചേർന്നിട്ടു കരം
സുരേന്ദ്രദൃഷ്ടിയെന്നുള്ള
തെക്കെയൊരായിരം മതം

വിദ്യകൾ (ശിക്ഷ, കല്പം, വ്യാകരണം, നിരുക്തം, ഛന്ദസ്സ്, ജ്യോതിഷം, നാലുവേദങ്ങൾ, മീമാംസ, ന്യായവിസ്താരം, പുരാണം, സ്മൃതി) ലോകങ്ങൾ പാതാളം, രസാതലം, മഹാതലം, തലാതലം, സുതലം, വിതലം, അതലം, ഭൂലോകം, ഭുവർല്ലോകം, സുവർല്ലോകം, ജനർല്ലോകം, തപോലോകം, സത്യലോകം ഇവയൊക്കെ പതിനാലും.

ചന്ദ്രകല—പതിനാറ്. പുരാണങ്ങൾ (ബ്രാഹ്മം, പാദ്മം, വൈഷ്ണവം, ശൈവം, ഭാഗവതം, ഭവിഷ്യൽ, നാരദീയം, മാർക്കണ്ഡേയം, ആഗ്നേയം, ബ്രഹ്മകൈവർത്തി, ലൈംഗം, വാരാഹം, സ്കാന്ദം, വാമനം, കൗർമം, മാത്സ്യം, ഗാരുഡം, ബ്രഹ്മാണ്ഡം അങ്ങനെ പതിനെട്ട തന്നെ. രാവണന്റെ കൈകൾ ഇരുപതാണ്. നക്ഷത്രങ്ങൾ (അശ്വതി etc.) ഇരുപത്തേഴ്. മനുഷ്യായുസ്സ് ദേവേന്ദ്രന്റെ യാഗവും നൂറ്. അനന്തൻ, വാസുകി എന്നു സർവ രാജാക്കന്മാരുടെ തലകളും താമരപ്പൂവിന്റെ ഇതളുകളും, സൂര്യന്റെ രശ്മികളും, ബാണൻ, കാർത്തവീരൻ എന്നിവരുടെ കൈകളും ദേവേന്ദ്രന്റെ കണ്ണുകളും ആയിരം.

രന്ധ്ര, ദന്ത—മുപ്പത്തി രണ്ട്. സുര, ദേവ—മുപ്പത്തി മൂന്ന്. നൃപ, അഷ്ടി—പതിനാറ്. അത്യഷ്ടി—പതിനേഴ്.

ലീലാവതിയിൽ പരിധിവ്യാസബന്ധത്തെ കുറിക്കുന്ന ശ്ലോകത്തിൽ ഇത്തരം സങ്കേതങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയതു് ശ്ലോകനിർമാണത്തിനു് ഉപകരിച്ചിരിക്കുന്നതും നോക്കുക.

വ്യാസേഭനന്ദാഗ്നിഹതേ വിഭക്തേ
ഖബാണസൂര്യൈ : പരിധി : സസൂക്ഷ്മ:
ദ്വാവിംശതിഘ്നേ വിഹൃതേ ന്ധ ശൈലൈ:
സ്ഥൂലോ ന്ധ വാസ്യാദ്വ്യവഹാരയോഗ്യ:

ഭം (= നക്ഷത്രം) = 27; നന്ദ (നവനന്ദന്മാരെ ഓർക്കുക) = 9; അഗ്നി = 3 ഭനന്ദാഗ്നി = 3927 ഖം (= ആകാശം) = 0 ബാണം = 5 സൂര്യൻ = 12 ഖബാണ സൂര്യൈ : 1250; ശൈലം = 7. [അങ്കാനാം വാമതോഗതി: എന്നാണു പ്രമാണം] വ്യാസത്തെ 3927 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് 2250 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സൂക്ഷ്മമായ പരിധി ലഭിക്കും. മറിച്ചു 22 കൊണ്ടു [ദ്വാവിംശതി] വ്യാസത്തെ ഗുണിച്ചു. 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ്ഥൂലമായ പരിധിയും കിട്ടുന്നു. 7 നു പകരം 'ശൈല' പദവും അഞ്ചിനു പകരം 'ബാണ' പദവും മൂന്നിനു പകരം 'അഗ്നി' പദവും പൂജ്യത്തിനു പകരം ഖം (ആകാശം) എന്ന പദവും ഒമ്പതിനു പകരം, 'നന്ദ' പദവും 27 നു പകരം നക്ഷത്രപര്യായമായ 'ഭം' എന്ന പദവും പ്രയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു എന്നു കാണുക.

മറ്റൊരുദാഹരണം കൂടി പ്രസിദ്ധമായിട്ടുണ്ട്.

വൃത്തക്ഷേത്രേ പരിധിഗുണിത-
വ്യാസപാദ : ഫലംതൽ
ക്ഷുണ്ണം വേദൈ രുപരിപപരിത:
കന്ദുകസ്യൈവജാലം
ഗോളസ്യൈവം തദഹച ഫലം
പൃഷ്ഠംജാ വ്യാസനിഘ്നം
ഷഡ്ഭിർഭക്തം ഭവേതിനിയതം
ഗോളഗർഭഘനാഖ്യം.

വൃത്തത്തിൽ പരിധി കൊണ്ട് ഗുണിച്ചെടുത്ത വ്യാസപാദം (വ്യാസത്തിന്റെ നാലിലൊന്ന്) ക്ഷേത്രഫലം(πr^2). അതിനെ വേദം (4) കൊണ്ട് ഗുണിച്ച ഫലം ഗോളത്തിന്റെ പുറത്തു. ചുറ്റും പന്തിനെ വലയെന്ന പോലെ ഇരിക്കുന്ന പൃഷ്ഠ ഫലം($4\pi r^2$); അതിനെ വ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഗോളത്തിന്റെ ഘനഫലമാകും

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

വ്യാസസ്യവർഗ്ഗേനവാഗ്നിനിഘ്നേ
സൂക്ഷ്മം ഫലം പഞ്ചസഹസ്രഭക്തേ
രുദ്രാഹതേ ശക്രഹൃതേ f ഥവാസ്യാൽ
സ്ഥൂലം ഫലം തദ്വ്യവഹാരയോഗ്യ.
ഘനീകൃതവ്യാസദലം നിജൈക-
വിംശാംശയുഗ്ഗോളഘനം ഫലംസ്യാൽ

വ്യാസവർഗത്തെ 3927 (ഭം = 27; നവ = 9; അഗ്നി = 3) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 5000 കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയതു് സൂക്ഷ്മമായ ക്ഷേത്രഫലം; 11 (രുദ്ര :) കൊണ്ടു് വ്യാസവർഗത്തെ പെരുക്കി 14 (ശക്ര :) കൊണ്ടു ഹരിച്ചതാകട്ടേ വ്യവഹാരയോഗ്യമായ സ്ഥൂലഫലം മാത്രമാകും.

മറെറാരുദാഹരണം.

വിശ്വാർക്കരുദ്ര ദശവർണസുവർണമാഷാ
ദിഗ്വേദലോചനയുഗേ പ്രമിതാ : ക്രമേണ
ആവർത്തിതേഷ്വംവദതേഷുസുവർണവർണം
തൂർണം സുവർണഗണിതജ്ഞവണിഗ്ഭവേൽക :

ഹേ ! സുവർണഗണിതജ്ഞവണിക്കേ, 13 (വിശ്വം) 12 (അർക്ക) 11 (രുദ്ര), 10 (ദശ) ഈ മാറുകളുള്ള 10 (ദിക്ക്) 4 (വേദ) 2 (ലോചന) 4 (യുഗം) ക്രമേണ തൂക്കമുള്ള സ്വർണങ്ങൾ ഒന്നായി ഉരുക്കിയാൽ ഉണ്ടാകുന്ന സ്വർണത്തിന്റെ മാറെറന്തെന്നു വേഗം പറയുക.

$$13 \times 10 + 12 \times 4 + 11 \times 2 + 10 \times 4 = (10 + 4 + 2 + 4)\,x$$
$$240 = 20x\ ;\ x = 12$$

ദശേന്ദ്രവർണാഹ്വണചന്ദ്രമാഷാ :
കിഞ്ചിത്തഥാഷോഡശകസ്യതേഷാം
ജാതാ യുതൗദ്വാദശകം സുവർണം
കതീഹതേഷോഡശവർണമാഷാ :

10 ഉം (ദശ) 14 ഉം (ഇന്ദ്ര) മാറ്റാട്ട കൂടി 3 ഉം (ഗുണ) 1 ഉം (ചന്ദ്ര) തുക്കമുള്ള സ്വർണം 16 മാറ്റുള്ള കുറച്ചു സ്വർണത്തോട്ട കൂടി ഉരുക്കിയപ്പോൾ 12 മാറ്റുള്ള സ്വർണമുണ്ടായി. എന്നാൽ 16 മാറ്റ് സ്വർണം എത്രയായിരുന്നു.

$$3 \times 10 + 1 \times 14 + 16x = 12\,(3 + 1 + x)$$
$$30 + 14 + 4x = 48$$
$$x = 1$$

ലീലാവതിയിൽ നിന്നു രസകരമായ ഒരു ദൃഷ്ടാന്തം കൂടി ഈ സന്ദർഭത്തിൽ ഉദ്ധരിയ്ക്കാമെന്നു തോന്നുന്നു.

പദ്മാക്ഷ്യാ : പ്രിയകല്പിതാ വസുലവാ
ഭ്രഷ്ടാ ലലാടീകൃതാ
യച്ഛേഷാത്രിഹ്വണാദ്രിഭോഗരചിതാ
ന്യസ്താസ്തനാന്തേ; സ്രജി
ശേഷാർധം ഭുജനാളയോർമ്മണിഗണ :
ശേഷാബ്ധികസ്ത്യാഹത :
കാഞ്ച്യാത്മാമണിരാശിമാഹ്വവദമേ
വേണ്യാംഹിയൽഷോഡശ

പദ്മാക്ഷിയുടെ പ്രിയകല്പിതമായ ഭ്രഷ്ടണം 8—ൽ ഒന്നു് (വസുലവാ) നെറ്റിയിലും ശേഷിച്ചതിന്റെ 7—ൽ 3 ഭാഗം (ത്രിഹ്വണാദ്രി ഭാഗം അദ്രി = 7) മാലയാക്കി സ്തനാന്തങ്ങളിലും ബാക്കിയുടെ പകുതി കൈത്തണ്ടയിലും അണിഞ്ഞു. ശേഷിച്ചതിന്റെ 4—ൽ 3 ഭാഗം (അബ്ധികം നാലിൽ ഒന്നു്) സ്വർണത്തിൽ പതിക്കുകയും ബാക്കി 16 മുടിയിൽ ചൂടുകയും ചെയ്തു. രത്നത്തിന്റെ എണ്ണം പറയുക.

$$\frac{1}{8} + \frac{7}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{7 + 21}{56} = \frac{1}{2}$$

ശേഷിച്ചതു് $\frac{1}{2}$

കൈത്തണ്ടയിൽ $= \frac{1}{4}$; ബാക്കി $= \frac{1}{4}$

സ്വർണത്തിൽ പതിച്ചതു് $= \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{2+6+4+3}{16}$$

$$= \frac{15}{16}$$

ബാക്കി $\frac{1}{16}$ = 16 മുഴവൻ = 256

മുമ്പു സൂചിപ്പിച്ചതു പോലെ ശബ്ദസംഖ്യകളെ സൗകര്യപൂർവം പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയാണ് ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളെ പ്രാചീനാചാര്യന്മാർ അവതരിപ്പിച്ചിരുന്നതു്, നമുക്കറിയാമല്ലോ, അതെത്ര അരോചകമായി തോന്നിയാലും!

ആര്യഭടീയം

വ്യക്തിനാമം കൊണ്ടറിയപ്പെടുന്ന ഭാരതത്തിലെ പ്രഥമഗണിത ഗ്രന്ഥമാണല്ലോ ആര്യഭടീയം. സാധാരണക്കാർക്ക് അനഭിഗമ്യമായ ആര്യാവൃത്തത്തിൽ ഗ്രന്ഥം പൂർണമായി രചിയ്ക്കയാൽ, തൽക്കർത്താവു എന്ന നിലയ്ക്കുള്ള ബിരുദനാമം മാത്രമായിരുന്ന ആര്യഭടൻ എന്നു് ചിലർ അഭിപ്രായപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടു്. അതെങ്ങിനെയായാലും ഏ. ഡി. 467-ൽജനിച്ച ഗ്രന്ഥകാരൻ ഏ. ഡി. 499-ൽ കേവലം 23 വയസ്സുള്ളപ്പോഴാം എഴുതിയ ഗ്രന്ഥമാണിതെന്നു അസന്ദിഗ്ധമായി തെളിഞ്ഞിട്ടുണ്ടു്. ''ഷഷ്ട്യബ്ദാനാം ഷഷ്ടിർയദാവ്യതീതാസ്ത്രയശ്ച യുഗപാദാഃ ത്രുധികാവിംശതി രബ്ദോസ്മദേഹ മമജന്മനോതീതാ'' എന്ന കാലക്രിയാപാദത്തിൽ ഗ്രന്ഥരചനാകാലം സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

ആര്യഭടൻ കേരളീയനാണെന്നു ചിലർ അഭിപ്രായപ്പെട്ടിട്ടുള്ളതു് നിസ്സാരമായി തള്ളിക്കളയാവുന്നതല്ല. ഒന്നാമതു് ആര്യഭടീയത്തിൽ ഗണിതപാദത്തിലും ഗീതികാപാദത്തിലും പ്രാരംഭശ്ലോകങ്ങളാം ആസ്പദമാക്കി ചിന്തിയ്ക്കുമ്പോഴാം, ആര്യഭടീയം ബ്രഹ്മസിദ്ധാന്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിരചിച്ചതാണെന്നു കാണുന്നു. കേരളീയർ മാത്രമായിരുന്നു ആദ്യം മുതൽക്കു ബ്രഹ്മസിദ്ധാന്തം സ്വീകരിച്ചിരുന്നതു്. ഇതരദേശീയരെല്ലാം സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തെ മുറുകെപ്പിടിച്ചവരായിരുന്നു. രണ്ടാമതൊരു കാരണം ഉന്നയിയ്ക്കാനുള്ളതു് ആര്യഭടീയത്തിനു കൂടുതൽ പ്രചാരം കേരളത്തിലുണ്ടു് എന്നതാണു്; ആര്യഭടീയ വ്യാഖ്യാതാക്കളെല്ലാം കേരളീയരുമാണു്. മാത്രമല്ല ആര്യഭടന്റെ അക്ഷരസംഖ്യാവ്യവസ്ഥ കേരളത്തിലെ കടപയാദിവ്യവസ്ഥയോടു ചേർന്നു നിൽക്കുന്നുണ്ടു്. ശബ്ദസംഖ്യകളല്ല ആര്യഭടൻ പ്രയോഗിച്ചതു്. ആര്യഭടീയവ്യാഖ്യാതാവായ കേളല്ലൂർ സോമയാജിപ്പാടു് ആര്യഭടനെ അശ്മകജനപദജാതഃ എന്നു വിശേഷിപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതും ശ്രദ്ധേയമത്രേ. അശ്മകപദത്തിനു് ആപ്തയുടെ സംസ്കൃതനിഘണ്ടുവിൽ പ്രാചീനതിരുവിതാംകൂർ (കൊടുങ്ങല്ലൂർ) എന്നർഥം കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്.

വ്യാകരണനിയമാനുസൃതമായ 108 ആര്യാവൃത്തശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഗണിതം, കാലക്രിയ, ഗോളം എന്നീ മൂന്നു പ്രമേയങ്ങളെ മൂന്നു പാദങ്ങളിലാക്കി ആചാര്യൻ വിവരിച്ചു. ഗണിതപാദത്തിൽ 33-ഉം കാലക്രിയാപാദത്തിൽ 25-ഉം ഗോളപാദത്തിൽ 50-ഉം ശ്ലോകങ്ങളാം അടങ്ങുന്നു. ഇതിനു മുമ്പു വ്യാക

രണനിയമരഹിതമായി ഒരു സംക്ഷിപ്ത പ്രബന്ധം ദശഗീതിയെന്ന പേരിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. ഇതിനെ അപേക്ഷിച്ച് 108 സൂത്രങ്ങളടങ്ങിയതു് വിസ്തര പ്രബന്ധമായി വ്യവഹരിക്കപ്പെട്ട എന്നു മാത്രം.

ബ്രഹ്മ കുജ ശശി ബുധ ഭൃഗു രവി കുജ ഗുരു
കോണ ഭഗ ണാൻ സമസംകൃത്യ
ആര്യഭടേ സംതപിഹ നിഗദതി കുസുമ പുരേ
ദ്യാർജിതം ജ്ഞാനം.

കുസുമപുരം എന്ന സ്ഥലത്തു വച്ചു് ശ്രദ്ധാലുക്കളായ നഗരവാസികൾക്കു വേണ്ടി രചിച്ചതാണീഭാഗം. കുസുമപുരം തൃശ്ശൂരിനടുത്തുള്ള പൂങ്കുന്നമാകുമോ? തന്റെ പേരിനെ പ്രഥമപുരുഷനാക്കിപ്പറഞ്ഞിരിയ്ക്കയാണു്. അങ്ങനെ പതിവുണ്ടു്. "കൗടില്യേന കൃതം ശാസ്ത്രം രാമോദചീർന്നാഭിഭാഷതേ" എന്ന ഉദാഹരണം ഉണ്ടു്.

പ്രമുഖവ്യാഖ്യാതാവായ ഗാർഗ്യ കേരളനീലകണ്ഠസോമയാജിപ്പാടു് കല്യബ്ദം 4545 നു് അതായതു് ഏ. ഡി. 1443–ൽ ജനിച്ചു. ഇദ്ദേഹത്തിന്റെ പേരു് ദാമോദരൻ എന്നായിരുന്നു. ഈ നമ്പൂതിരിയുടെ ഗുരുവും പിതാവും ആണു് ആലത്തൂർ ഭാർഗവഗോത്ര പരമേശ്വരൻ നമ്പൂതിരി. ദൃഗ്ഗണിത തന്ത്രം, സിദ്ധാന്തദീപിക, ഗോളദീപിക എന്നിവയുടെ കർത്താവു് സോമയാജിപ്പാടു് വ്യാഖ്യാനമെഴുതിയതു ഏ. ഡി, 1498–1499–ൽ ആകുന്നു. ആര്യഭടീയത്തിനു 1000 വയസ്സു കൃത്യമായിരുന്ന അന്നു്. ഭാഷ്യം കൊണ്ടു് സഹസ്രാബ്ദപൂർത്തിയാചരണം നടത്തിയതായും സങ്കല്പിക്കാം.

പ്രസിദ്ധസംസ്കൃതപണ്ഡിതനും ഗണിതജ്ഞനുമായിരുന്ന ഐ. സി. ചാക്കോ, ടി. ഏ. രാമലിംഗംപിള്ള എന്നിവർ ഭാഷാപോഷിണിമാസികയിൽ പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയിരുന്ന ആര്യഭടീയവിശദീകരണപരമായ ലേഖനങ്ങളും മുൻനിർത്തി ഇങ്ങനെ സംഗ്രഹിച്ചു് എഴുതുകയാണു്. ഭൂമിയെ സംബന്ധിച്ചു് 14 തത്വങ്ങളും സൂചിപ്പിച്ചതായി പറയുന്നു (1) ഭൂമിയുടെ ഗോളാകൃതി (2) ആകാശത്തിൽ ഭൂമിയുടെ സ്ഥാനം (3) ഭൂമിയുടെ ആകർഷണശക്തി (4) ഭൂമിയുടെയും ഇതരഗ്രഹങ്ങളുടെയും സ്വഭാവം (5) ഭൂമിയുടെ ദൈനംദിനഭ്രമണം (6) വാർഷികചലനം (7) ഭൂപ്രതലവിസ്തീർണം (8) സ്ഥലജലവിഭാഗങ്ങളും (9) ബുധശുക്രന്മാരുടെ കക്ഷ്യകളും (10) സമുദ്രനാമങ്ങളും (11) ഭൂവായുവിന്റെ വ്യാപ്തി (12) ചന്ദ്രഗമനവിഷയം (13) ഗ്രഹങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള രശ്മികളുടെ അപവർത്തനം (14) അയനചലനം (The precession of the Equinoxes) ഈ പതിനാലു തത്വങ്ങളിലേയ്ക്കും ഉൾക്കാഴ്ച കൊടുക്കുന്ന സൂചനകളും നൽകുകയായിരുന്നു ഗ്രന്ഥകാരന്റെ ലക്ഷ്യം. ആശയപ്രകാശനത്തിനു വിശദീകരണത്തിന്റെ ആവശ്യമുണ്ടു്. അതിനു കേരളീയനായ കേളല്ലൂർ ചോമാതിരി 10 ശതാബ്ദങ്ങൾക്കു ശേഷം നിർവഹിച്ചതു്.

ഭൂമി ഒരു ഗോളമായിരുന്നുവെന്ന പുരാണകാലം മുതൽ ഭാരതീയർ ധരിച്ചിരുന്നു. ഭാഗവതത്തിന്റെ വിഷയാനുക്രമണികയിലെ പഞ്ചമസ്കന്ധം ഭൂഗോളവർണനമാണ്. ബ്രഹ്മാവർത്തത്തിലെ സരസ്വതിതീരത്തിൽ തപസ്സു ചെയ്ത കർദ്ദമപ്രജാപതി ദേവഹൂതിയെ വിവാഹം ചെയ്യുകയും മധുവിധുവാഘോഷിക്കാൻ വിമാനത്തിൽ ഉല്ലാസയാത്ര ചെയ്യുകയും ആണ്. ആശ്ചര്യരൂപമായി കാണപ്പെടുന്ന ഭൂഗോളത്തെ പ്രിയതമയ്ക്കു വിവരിച്ചു കൊടുക്കുന്ന സപ്തദ്വീപങ്ങളും സപ്തസാഗരങ്ങളും ചേർന്നതാണ് ഭൂഗോളം. ഇതിന്റെ പശ്ചാത്തലത്തിൽ ഗോളപാദം ആറാം സൂത്രത്തിൽ ഭൂഗോളം സർവ്വതോവൃത്ത: എന്നു ആര്യഭടൻ പറയുന്നതു അർഥവത്താകുന്നു. കേരള നീലകണ്ഠഭാഷ്യത്തിൽ ഭൂമി ഗോളരൂപമാകയിൽ ഭൂമി ജംബീരഫലസദൃശമാണെന്നു (ചെറുനാരങ്ങാ രൂപം) വിശദീകരിച്ചിരിക്കുകയാണ്. ഭൂമി ഗോളരൂപമാകയാൽ എല്ലായിടത്തും സൂര്യോദയം ഒരേ കാലത്താകയില്ല. ഗോളപാദം 13–ാം സൂത്രം ഇക്കാര്യത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതാണ്.

വൃത്തഭപഞ്ജരമധ്യേ കക്ഷ്യാപരിവേഷ്ടിത:
ഖ മധ്യഗത:
മൃജ്ജലശിഖി വായുമയോ ഭൂഗോളസർവ്വതോ
വൃത്ത:
യദ്വൽ കദംബപുഷ്പഗ്രന്ഥി: പ്രചിരസ്സുമന്തത:
കുസുമൈ:
തദ്വദ്ധി സർവസത്വൈർജലജൈസ്ഥലജൈ
ശ്ചഭൂഗോള:

ആകാശത്തു വൃത്താകാരമായി കാണുന്ന നക്ഷത്രക്കൂട്ടം എന്നാണ് വൃത്തഭപഞ്ജരമെന്നതിനർഥം. കക്ഷ്യാപരിവേഷ്ടിതാ എന്നതിനു ഗോളങ്ങളുടെ ഭ്രമണപഥങ്ങളെ കുറിക്കുന്ന കക്ഷ്യകളെന്ന അർഥമാക്കാം. ഗോളങ്ങൾക്കു ആകാശമല്ലാതെ ദൃശ്യമായ ആധാരമൊന്നും കാണപ്പെടുന്നില്ല. ഭൂമിയ്ക്കു വിശ്വംഭരാ എന്ന പേരുണ്ടല്ലോ. ഗോളപാദം 11–ാം സൂത്രത്തിനു സോമയാജിപ്പാട്ടിലെ ഭാഷ്യത്തിൽ ആധാരാപേക്ഷായാം വിശ്വംഭരാതമപി പീയതെ ലോകേഹി വിശ്വംഭരൈവ വിശ്വാരോനനന്ത ദിഗ്ഗജാദി: എന്നു പറയുന്നു. യാതൊന്നു നിമിത്തം ഭൂഗോളം ചുറ്റിലും എല്ലാ പ്രാണികളാലും വ്യാപിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതു് അതു ഹേതുവായിത്തന്നെ നിരാധാരത്വവും ഗോളാകാരത്വവും ലഭിക്കുകയാണ്. ഭൂപൃഷ്ഠത്തിൽ ഒരു പ്രദേശവും പ്രാണികളുടെ നിവാസമില്ലാതെ കാണപ്പെടുന്നില്ല. ജലജന്തുക്കളോ സ്ഥലജന്തുക്കളോ വസിക്കുന്നു. ജലജന്തുക്കൾക്കു് ജലം മുഖേന ഭൂമി തന്നെ ആധാരമായിരിക്കുന്നു. ഏ. ഡി. 1150–ൽ ജീവിച്ച ഭാസ്കരാചാര്യൻ തന്റെ സിദ്ധാന്തശിരോമണിഗ്രന്ഥത്തിൽ എഴുതിയതെന്തെന്നല്ലേ.

ആകൃഷ്ടശക്തിശ്ച മഹീതലായൽ
ഖസ്ഥം ഗുരുസ്വാഭിമുഖം സ്വശക്ത്യാ
ആകൃഷ്യതേതൽപതതീവ ഭാതി

ആകർഷണശക്തി മഹത്താണ്. ആകാശസ്ഥിതിയും ഘനമുള്ളതും ആയ യാതൊരു വസ്തു ഭൂമിയുടെ ശക്തിയിൽ ഭൂമിയ്ക്കഭിമുഖമാകംവണ്ണം വലിക്കപ്പെട്ടാലോ അപ്പോഴും അതു ഭൂമിയിൽ വീഴുന്നതായി തോന്നും.

ഭഗ്രഹദാനാം ഗോളാർദ്ധാനി
സ്വച്ഛായയാവിവർണാനി
അർദ്ധാനി യഥാസാരം സൂര്യഭാ
മുഖാനിദീപ്യന്തേ

ചന്ദ്രൻ തുടങ്ങിയ ഗോളങ്ങളും പ്രകൃത്യാ പ്രകാശമില്ലാത്തവയാകുന്നു; സൂര്യാഭിമുഖമായ ഭാഗങ്ങളും പ്രകാശിച്ചു കാണപ്പെടുന്നു. സൂര്യവിരുദ്ധഭാഗങ്ങളും ഇരുണ്ടവയായും കാണപ്പെടുന്നു. സൂര്യനഭിമുഖമായ ഭഗോളാർദ്ധവും ദീപ്യമാനമാകുമെന്നു വിവക്ഷ. ആകർഷണശക്തിയെപ്പറ്റി തെളിച്ചു പറയാതെ ഒരുപമകൊണ്ടു സംശയനിവാരണം വരുത്താനാണ് ആചാര്യൻ ഉദ്യമിച്ചതു്. കടമ്പിന്റെ പൂങ്കുലയിൽ പുഷ്പങ്ങളും പിടിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ജലജങ്ങളും സ്ഥലജങ്ങളുമായ സത്വങ്ങളും ഭൂമിയ്ക്കു ചുറ്റും പിടിച്ചു നിൽക്കുന്നു.

അനുലോമഗതിർന്നൗസ്ഥ
പശ്യത്യചലം വിലോമഗംയദ്വൽ
അചലാനിഭാനിതദ്വൽ
സമപശ്ചിമദിശാനിലങ്കായാം.

ഒരു വള്ളത്തിൽ മുന്നോട്ടു തുഴയുന്ന ഒരാൾക്കു അചലവസ്തുക്കളും പുറകോട്ടു പോകുന്നതായി എങ്ങനെ കാണപ്പെടുമോ അങ്ങനെത്തന്നെ അചലങ്ങളായ സൂര്യചന്ദ്രാദികളും പടിഞ്ഞാട്ടു പോകുന്നതായി ലങ്കയിൽ കണപ്പെടുന്നു. ആചാര്യനു ലങ്ക എന്നതു ഒരു പ്രമാണപ്രദേശമാകുന്നു. ലക്ഷണം കൊട്ടത്തതിങ്ങനെയും.

സ്ഥലജലമധ്യരേഖാ
ഭൂകക്ഷ്യായാഭവേച്ചതുർഭാഗേ
ഉജ്ജയിനീ ലങ്കായാം
സ്വച്ചതുരംഗേസമോത്തരത:

സ്ഥലജലമധ്യം എന്നാൽ ഉത്തരദക്ഷിണധ്രുവമധ്യം എന്നർത്ഥമാകുന്നു. ഭൂമിക്കു ചുറ്റും നേരെ തെക്കു വടക്കായ സങ്കല്പരേഖയ്ക്കു കക്ഷ്യ എന്നു് പേർ. ഈ രേഖ ഒരു വൃത്തമാകുന്നു. ധ്രുവങ്ങളിൽ നിന്നു കക്ഷ്യയിലേക്കു് നാലിലൊരംശം ദൂരത്തിലാണ് (90°) ലങ്ക. അതായതു് ഭൂമധ്യരേഖമേൽ സാക്ഷാൽ ലങ്കയുജ്ജയിനിയിൽ കൂടിയുള്ള കക്ഷ്യമേലുമാകണം. സാക്ഷാൽ ശ്രീലങ്ക സങ്കല്പലങ്കയ്ക്കു അടുത്തിരിക്കും എന്നു മാത്രം. ഉജ്ജയിനി സൂക്ഷ്മനിരീക്ഷണത്തിനു സൗകര്യം കുറഞ്ഞ അക്കാലത്തു ഗ്രഹയാഗണിതം വെച്ചു ആര്യഭടൻ ഇത്രയും കാര്യങ്ങളും കൃത്യമാക്കിയെടുത്തു എന്നതു് വിസ്മയമുണ്ടാക്കുന്നു.

ലങ്കയിൽ ഉദയമാകുമ്പോൾ രോമകരാജ്യത്തു അർദ്ധരാത്രിയും സിദ്ധപുരത്തിൽ അസ്തമയവും യവകോടിയിൽ മധ്യാഹ്നവും ആകുമെന്നു ഗോളപാദം 13–ാം ശ്ലോകം കൊണ്ടു് ആര്യഭടൻ എടുത്തുകാട്ടുന്നു.

ഉദയോയോലങ്കായാം സോ
സ്തമയസ്സഹതുരേവസിദ്ധപുരേ
മധ്യാഹ്നോ യവകോട്യാം
രോമകവിഷയേർദ്ധരാത്രസ്യാൽ.

രോമകവിഷയമെന്നതു റോമാരാജ്യവും യവകോടി കംചാടകാ മുനമ്പു പ്രദേശവും സിദ്ധപുരം അമേരിക്കയിൽ ഗോതിമാലയിലെ ഒരു നഗരവും ആകാമെന്നു ഐ. സി. ചാക്കോ അഭിപ്രായപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഗോതിമാലാ ഗൗതമ നഗരമായും സംസ്കൃതീകരിച്ചു് സിദ്ധാർഥപരമായും അറിയപ്പെടുതാവാമെന്നാണു് ഐ. സി. സാറിന്റെ യുക്തി. അത്തരം വിശദാംശങ്ങളിലേയ്ക്കു കടക്കാതെ നമുക്കു പറയാം. ഭൂമി ഗോളമാകയാൽ ഒരിടത്തു് ഉദയമാകുമ്പോൾ മറ്റൊരിടത്തു മധ്യാഹ്നം, വേറെ ദിക്കിൽ അസ്തമനം, ഇനിയും വേറെ സ്ഥലത്തു അർദ്ധരാത്രി. ഇതൊക്കെ വിഭാവനം ചെയ്യാൻ ആര്യഭടനു 1500 വർഷം മുമ്പു ഗണിതദൃഷ്യാ സാധിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ആര്യഭടന്റെ ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്ര സൂക്തങ്ങൾക്കു് യുക്തിസഹമായ അർത്ഥവും വ്യാഖ്യാനവും നൽകാൻ സംസ്കൃത പണ്ഡിതൻ കൂടിയായ ഐ. സി. ചാക്കോസാർ തന്റെ ഭാഷാപോഷിണി ലേഖനങ്ങളിൽ സഫലശ്രമം ചെയ്തിരുന്നു (1092 ഭാഷാപോഷിണി ലക്കങ്ങൾ).

ആര്യഭടനു് സംഖ്യകളെ ദശാംശ രീതിയിൽ സങ്കല്പിക്കാൻ സാധിച്ചു എന്നതു നിർവിവാദമാണു്.

ഏകാദശ ചശതഞ്ചസഹസ്ര
മയുതനിയുതേതഥാപ്രയുതം
കോട്യർബുദഞ്ചവൃന്ദം സ്ഥാനാൽ
സ്ഥാനം ദശഗുണംസ്യാൽ

ഗണിതതത്വങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചതു സാമാന്യജനങ്ങൾക്കു സുഗ്രാഹ്യമാകത്തക്കനിലയിലായിരുന്നു. സ്ഥാനലക്ഷണങ്ങൾക്കു ശേഷം വർഗം, ഘനം, വർഗമൂലം, ഘനമൂലം ക്ഷേത്രവ്യവഹാരം എന്നിങ്ങനെയായിരുന്നു വിവരണക്രമം. നേർരേഖാനിർമിതമായ സരളക്ഷേത്രം ത്രികോണമാകുന്നു. ഭുജങ്ങളുടെ എണ്ണം എറ്റവും കുറവും ത്രികോണത്തിനാകയാൽ, ത്രികോണവിവരണത്തിലൂടെയാണു് ആചാര്യൻ കാര്യത്തിലേയ്ക്കു കടക്കുന്നതു്.

ത്രികോണത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലാനയനം ഇങ്ങനെയാണു് ''ത്രിഭുജസ്യ ഫല ശരീരം സമദല കോടി ഭുജാർദ്ധ കൂടി സംവർഗ'' സമദലകോടിയും ഭുജാർധവും ഗുണിച്ചാൽ ക്ഷേത്രഫലമായി. ലംബത്തിനാണു— സമദലകോടി എന്ന പേർ.

വൃത്തക്ഷേത്രഫലത്തെയും ആചാര്യൻ പരാമർശിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ''സമപരിണാഹ സ്യാർദ്ധം വിഷ്ക്കംഭാർദ്ധേനഹതമേവവൃത്തഫലം ''സമപരിണാഹം എന്നാൽ ചുറ്റളവു്; വിഷ്ക്കംഭംവ്യാസവും. ചുറ്റളവിൽ പാതിയെ വ്യാസത്തിൽ പാതി കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ വൃത്തക്ഷേത്രഫലം കിട്ടുന്നു.

ചുറ്റളവും വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ കുറിച്ചും ആര്യഭടനു വ്യക്തമായ ധാരണയുണ്ടായിരുന്നു.

ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം
ദ്വാഷഷ്ടിസ്തഥാ സഹസ്രാണാം
അയുതദ്വയ വിഷ്കംഭസ്യാ —
സന്നോവൃത്തപരിണാഹ:

അയുതദ്വയവിഷ്കംഭസ്യാസന്നോവൃത്തപരിണാഹ: = 20,090 വിഷ്കംഭ മാസവൃത്തത്തിന്റെ ഏകദേശമായ പരിധി ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം ദ്വാഷഷ്ടിസ്തഥാസഹസ്രാണാം = 62,832 [ദ്വാഷഷ്ടി സഹസ്രം = 62,000 ചതുരധികം ശതം = 104. അഷ്ടഗുണം = 8 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു]. 62000 + 832 ഇതനുസരിച്ച് $\pi = \frac{62832}{20,000} = 3.1416$. ഈ മൂല്യം എത്രാണ്ട് കൃത്യം എന്നു മാത്രമേ ആചാര്യർ അവകാശപ്പെട്ടുള്ളൂ.

ലഘുസമീകരണങ്ങളും, ദ്വിഘാതസമീകരണങ്ങളും എന്നിവ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി ചെയ്യേണ്ട പ്രശ്നങ്ങളും കൂടി ആചാര്യൻ പരിഗണിച്ചിരുന്നു. ലഘുസമീകരണമുപയോഗിക്കേണ്ട ഒരു സന്ദർഭം ഇതാ.

രണ്ടു തുല്യധനികന്മാരുടെ ഭ്രസവത്തു ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയുടെ a ഉം b ഉം മടങ്ങാകുന്നു.

ഇവർക്കു റൊക്കം തുക യഥാക്രമം x-ഉം y-ഉം ആകുമെങ്കിൽ നിശ്ചിതസംഖ്യ കാണുക.

നിശ്ചിതസംഖ്യ M എങ്കിൽ A യുടെയും B യുടെയും സ്വത്തുക്കളും aM+x ഉം bM+y ഉം ആകുന്നു. അവ തുല്യമാണ്.

$$aM+x = bM+y$$
$$M(a-b) = y-x$$
$$M = \frac{y-x}{a-b}$$

ദ്വിഘാതസമീകരണപ്രശ്ന : ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദവും സാമാന്യാന്തരവും പദങ്ങളുടെ തുകയും തന്നാൽ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണാൻ ആര്യഭടൻ പറയുന്ന വഴി ഇതാണ്. പദങ്ങളുടെ തുകയെ സാമാന്യാന്തരത്തിന്റെ 8 മടങ്ങു കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അതിനോട് പ്രഥമ പദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയും സാമാന്യാന്തരവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെ വർഗത്തെ കൂട്ടുക. ഇതിന്റെ വർഗമൂലം കാണുക. ഇതിൽ നിന്നു പ്രഥമ പദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയെ കുറയ്ക്കുക. ആകെ ഫലത്തെ സാമാന്യാന്തരം കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഇതിനോട് 1 ചേർത്തു ആകെ 2 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക.

a = ആദ്യപദം, d = സാമാന്യാന്തരം. S = പദങ്ങളുടെ തുക ഏങ്കിൽ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$n = \frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{8Sd + (2a-d)^2} - 2a}{d} + 1\right]$$

ഇതു $S = \frac{n}{2}[2a + \overline{n-1}d]$ എന്ന ശ്രേണീപദത്തുക കാണാനുള്ള സൂത്രവുമായി ഇണങ്ങുന്നു.

$$2S = 2an + n^2d - nd$$

അഥവാ $n^2d + n(2a-d) - 2S = 0$

$$n = \frac{-(2a-d) \pm \sqrt{(2a-d)^2 + 8dS}}{2d}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{8dS + (2a-d)^2} - 2a}{d} + 1\right]$$

കൂടാതെ ബീജഗണിതസംബന്ധമായ പല ക്രിയാരീതികളും ആര്യഭടീയത്തിൽ പറയുന്നു. "യോഗവർഗത്തിൽ നിന്നു വർഗയോഗത്തെ കുറച്ചു 2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഇരുസംഖ്യകളുടെ ഗുണം കിട്ടും."

$$ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{2}$$

അങ്ങിനെ ജ്യാമിതി, ലംബത്രികോണം, വൃത്തവ്യാസപരിധിബന്ധം, വൃത്തക്ഷേത്രഫലം തുടങ്ങിയ മണ്ഡലങ്ങളിൽ മൗലികമായ സംഭാവനകളും നൽകിയ പ്രഥമ ഭാരതീയ ഗണിതകാരന്റെ 1500 വർഷം പ്രമാണിച്ചു് ആദ്യത്തെ ഉപഗ്രഹത്തിനു് ആര്യഭടൻ എന്നു പേരിട്ടതു സമുചിതമായി.

7

ലീലാവതിഗ്രന്ഥ സ്വാധീനം

സംസ്കൃതത്തിലുള്ള ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ കേരളക്കരയിൽ ഏറ്റവും അധികം പ്രചാരം ലീലാവതി എന്ന ഭാസ്കരാചാര്യകൃതിയ്ക്കാണ്. ശബ്ദസംഖ്യകളെ വ്യാപകമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയതും ശ്ലോകങ്ങളിൽ പ്രമേയങ്ങൾ ഒതുക്കപ്പെട്ടതും സ്മൃതിപ്രധാനമായ അന്നത്തെ ഗണിതപഠനത്തിനു യോജിച്ച തരത്തിൽ തന്നെ. മാത്രമല്ല, പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ പ്രസക്തിയുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ കൈകാര്യത്തിനെടുത്തു എന്നതും ഗ്രന്ഥപ്രചാരത്തെ സഹായിച്ചിരിക്കാം.

ഒരുദാഹരണം. നിർമ്മലമായ കുറെ താമരപ്പൂക്കൾ സംഭരിച്ചു മുന്നിലൊരംശം കൊണ്ടു ശിവനെയും അഞ്ചിലൊരംശം കൊണ്ടു വിഷ്ണുവിനെയും ആറിലൊരംശം കൊണ്ടു സൂര്യനെയും നാലിലൊരംശം കൊണ്ടു ഭഗവതിയേയും പൂജിച്ചു. ശേഷിച്ച 6 എണ്ണം കൊണ്ടു ഗുരുപൂജയും നടത്തി. ആ ഉപാസകന്റെ കൈവശമുണ്ടായിരുന്ന താമര പൂക്കളുടെ എണ്ണം കാണുക. (ഇഷ്ടകർമ്മം 3)

വ്യത്യസ്ത മാറ്റുകളുള്ള രണ്ടു സ്വർണ്ണക്കട്ടിയും കൂട്ടി ഉരുക്കിയാൽ മാറ്റു കണക്കാക്കുക. ഉന്മേഷം തരുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കപ്പെട്ടതു ഗ്രന്ഥപ്രീതിയെ വർധിപ്പിച്ചിരിക്കണം. ആദ്യത്തെ പ്രാർഥനാശ്ലോകം തന്നെ ഗണിതകാരൻ തന്റെ ഉദ്ദേശലക്ഷ്യങ്ങളെ വ്യക്തമാക്കുന്ന തരത്തിലാണ്. സകലവിഘ്നങ്ങളെ ഒഴിവാക്കുന്ന ഗണപതിയെ നമസ്കരിച്ച ശേഷം സമർഥന്മാക്കു ആനന്ദമുണ്ടാക്കുന്ന ഗണിതവസ്തുതകളെ നിർമ്മലവും സുന്ദരവുമായ പദങ്ങളിൽ സംക്ഷേപമായും സ്പഷ്ടമായും വിവരിക്കുകയാണ് ഉദ്ദേശം.

പ്രീതിം ഭക്തജനസ്യയോ ജനയതേ
വിഘ്നം വിനിഘ്നൻ സ്മൃത—

സ്തം വൃന്ദാരകവൃന്ദവന്ദിതപദം
നത്വാ മതംഗാ നനം

പാടീം സദ്ഗണിതസ്യവച്മി ചതുര—
പ്രീതിപ്രദാം പ്രസ്ഫുടാം

സംക്ഷിപ്താക്ഷരകോമളാമല പദൈർ
ലാളിത്യ ലീലാവതി.

അങ്കഗണിതമാണ് ഇതിലെ പ്രതിപാദ്യം. പലകമേൽ എഴുതി അല്ലെങ്കിൽ കവടിനിരത്തി ചെയ്യേണ്ട ഗണിതമാണ് പാടീഗണിതം, ലൗകിക വ്യാപാരങ്ങളിൽ ആചാര്യന്റെ കാലത്തു് നടപ്പുള്ള തൂക്കം, അളവുകൾ എന്നിവയുടെ പട്ടിക ആദ്യം പറയുന്നു.

പ്രഥമകാണ്ഡമാരംഭിക്കുന്നതും ഒരു ഗണപതി സ്തുതിയോടെയാണ്.

ലീലാഗളല്വലല്ലോല
കാളവ്യാളവിലാസിനേ
ഗണേശായ നമോ നീല
കമലാ മലകാന്തയേ !

ലീലയോടുകൂടി കഴുത്തിൽ ലുലത്തായിരിക്കുന്ന ലോലമായ കാളസർപ്പം കൊണ്ടു ശോഭിക്കുന്നവനും നീലത്താമര പോലെ അമലമായ കാന്തിയോടുകൂടിയവനുമായ ഗണേശനു നമസ്ക്കാരം.

ഏകദശ ശതസഹസ്രായുത
ലക്ഷപ്രയുത കോടയ: ക്രമശ:
അർബുദവൃന്ദം ഖർവ്വനിഖർവ്വ
മഹാപദ്മ ശങ്ക വസ്തസ്മാൽ
ജലധിശ്ചാന്ത്യം മധ്യം
പരാർദ്ധമിതി ദശഗുണോത്തരാ: സംജ്ഞാ:
സംഖ്യായാ: സ്ഥാനാനാം
വ്യവഹാരാർഥം കൃതാ: പൂർവ്വൈ

വ്യവഹാര സൗകര്യം മുൻനിർത്തി ഏകം ദശം, ശതം, സഹസ്രാ, അയുതം, ലക്ഷം, പ്രയുതം, കോടി, അർബുദം, വൃന്ദം, ഖർവ്വം. നിഖർവ്വം, മഹാപദ്മം, ശംകു, ജലധി, അന്ത്യം, മധ്യം, പരാർദ്ധം എന്നി പ്രകാരം പതിനെട്ടു സ്ഥാനങ്ങളും പത്തിന്റെ പെരുക്കങ്ങളായി പൂർവ്വന്മാരാൽ നിശ്ചയിയ്ക്കപ്പെട്ടിരിക്കുകയാണ്.

ലഘൂസമീകരണം കൊണ്ടു ചെയ്യാവുന്ന പ്രശ്നങ്ങളെ "ഇഷ്ടകർമ്മ" പ്രശ്നങ്ങളായി ഭാസ്കരാചാര്യർ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

പഞ്ചഘ്ന: സപ്തഹോഗോനോ
ദശഭക്ത: സമന്വിത:
രാശിത്രയം ശാർദ്ധപാദൈ: സ്യാൽ
കോരാശിർദ്ധ്യൂനസപ്തതി.

ഒരുരാശിയെ അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് അതിന്റെ മൂന്നിലൊന്നു് കുറച്ചു് 10 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചു് അതിനോടു് രാശിയുടെ മൂന്നിലൊന്നും പകുതിയും കാലംശവും ചേർത്താൽ (ദ്യൂനസപ്തതം), 2 കുറഞ്ഞു 70 (= 68) വരുമെങ്കിൽ പ്രസ്തുത രാശി കാണുക.

$$\frac{x \times 5\left(1 - \frac{1}{3}\right)}{10} + x\left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right\} = 68$$

$$\frac{x}{2} \times \frac{2}{3} + x\left\{\frac{4 + 6 + 3}{12}\right\} = 68$$

$$4x + 13x = 68 \times 12$$

$$x = \frac{68 \times 12}{17} = 48$$

രസകരമായ മറെറാരുദാഹരണം.

യൂഥാർദ്ധം സത്രിഭാഗം വനവിവരഗതം
കുഞ്ജരാണാമഞ്ചഭഷ്ടം
ഷഡ്ഭാഗശ്ചൈവനദ്യാം പിബതിപസലിലം
സപ്തമാംശേനമിശ്ര:
പദ്മിന്യാം ചാഷ്ടമാംശ: സചനവമ സഹിത:
ക്രീഡതേസാന്തരാഗേ'
നാഗേന്ദ്രോഹസ്തി നീഭിസ്തിസൃഭിരനുഗത:
കാഭവേദ്യൂഥ സംഖ്യാ.

ഒരു ആനക്കൂട്ടത്തിൽ പാതിയും പാതിയുടെ മൂന്നിലൊന്നും കാട്ടിനുള്ളിൽ പോയതായി കണ്ടു. ആറിലൊന്നും അതിന്റെ ഏഴിലൊന്നും കൂടി നദിയിൽ വെള്ളം കുടിയ്ക്കുവാനിറങ്ങി. എട്ടിലൊന്നും അതിന്റെ ഒമ്പതിലൊന്നും കൂടി താമരപ്പൊയ്കയിൽ കളിച്ചു. മൂന്നു പിടിയാനകളാൽ അനുഗതനായി അനുരാഗപൂർവ്വം ഒരു കൊമ്പനാന അവിടെ ക്രീഡിയ്ക്കുന്നതും ഉണ്ട്. കൂട്ടത്തിൽ ഒട്ടാകെ ആനകളെത്ര?

ഇഷ്ടസംഖ്യ 9, 7, 4 എന്നിവയുടെ അധമസാധാരണ ഗുണിതം (= 252) ആയി സങ്കല്പിക്കുക.

കാട്ടിൽ പോയത്

$$= \frac{252}{2} + \frac{252}{2 \times 3} = 168$$

വെള്ളം കുടിച്ചിരുന്നത്

$$= \frac{256}{6} + \frac{252}{6 \times 7} = 48$$

കളിച്ചിരുന്നത്

$$= \frac{252}{8} + \frac{252}{8 \times 9} = 35$$

ബാക്കി $= 252 - (168 + 4 + 35) = 1$

∴ യൂഥസംഖ്യ

$$= \frac{252}{1} \times 4 = 1008$$

മുമ്പു പറഞ്ഞ പ്രശ്നമടങ്ങുന്ന ശ്ലോകം:

അമലകമലരാശേസ്ര്യംശ പഞ്ചാംശഷഷ്ഠൈ-
സ്ത്രിനയനഹരിസൂര്യാ യേനതുര്യേണചാര്യാ:
ഗുരുപദമഥ ഷഡ്ഭി: പൂജിതം ശേഷപദ്മൈ:
സകലകമലസംഖ്യാം ക്ഷിപ്രമാഖ്യാഹിതസ്യ

നിർമ്മലമായ താമരപ്പൂക്കളിൽ മൂന്നിലൊരംശം കൊണ്ട് ശിവനേയും അഞ്ചിലൊരംശം കൊണ്ട് വിഷ്ണുവിനേയും ആറിലൊരംശം കൊണ്ട് സൂര്യനേയും നാലിലൊരംശം കൊണ്ട് ഭഗവതിയേയും പൂജിച്ച ശേഷമുള്ള 6 എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുരുപൂജയും നടത്തി. ഭക്തന്റെ കൈവശം ഉണ്ടായിരുന്ന താമരപ്പൂക്കൾ എത്ര?

ആകെ ഉണ്ടായിരുന്നത് 1 എന്നു വെയ്ക്കുക. എങ്കിൽ ശേഷിച്ചത്

$$1 - (\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{4}) = \frac{1}{20}$$

ശേഷിപ്പ് 1/20 ആണെങ്കിൽ ആകെ = 1

∴ 6 ,, = 120

ഒരു മുത്തുമാല പൊട്ടിച്ചിതറിയ ഉദാഹരണമാണ് അടുത്തത്. തന്റെ പുത്രിയ്ക്കു കൂടുതൽ ആസ്വാദ്യമാകുമെന്ന പ്രതീക്ഷയിൽ ആഭരണം സംബന്ധിച്ച ഒരു ദൃഷ്ടാന്തമെടുക്കുകയാണ് എന്നു തോന്നുന്നു.

ഹാരസ്യാര്ദ്ധ സ്യതുര്യാംശ നിഗുവനകലഹേ
മൗക്തികാനാം വിശീർണ്ണോ
ഭ്രമൗയാവസ്രിതോഗ: ശയനതലഗത:
പഞ്ചമാംഗോ ഽസ്യദൃഷ്ട:
പ്രാപ്ത: ഷഷ്ഠ: സുകേശ്യാഗണക ദശമക:
സംഗൃഹീത: പ്രിയേണ
ദൃഷ്ടം ഷട്കം ചസൂത്രേ കഥയ കതിപയൈർ
മ്മൗക്തികൈരേഷഹാര:

ഒരു വഴക്കിൽ ഒരു സ്ത്രീയുടെ മുത്തുമാല പൊട്ടിച്ചിതറി. $\frac{1}{3}$ ഭാഗം നിലത്തും, $\frac{1}{5}$ ഭാഗം കിടക്കയിൽ; $\frac{1}{6}$ ഭാഗം സുകേശിയുടെ കൈയിൽ 1/10 ഭാഗം പ്രിയന്റെ കൈയ്യിൽ, 6 എണ്ണം പൊട്ടിയ നൂലിൽ തൂങ്ങുന്നു. ആകെ എത്ര മുത്തുമണികളാ ആ മാലയിലുണ്ടായിരുന്നു.

$$1 - (\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + 1/10) = \tfrac{1}{5}$$

ശിഷ്ടം $\frac{1}{5}$ ഏങ്കിൽ ആകെ $= 1$

,, 6 ,, $= 30$

പടിപ്പടിയായി സങ്കീർണത ഉൾക്കൊള്ളിച്ചു കൊണ്ടാണു് അടുത്ത ഏതാനും പ്രശ്നങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുന്നതു്.

സചാർദ്ധം പ്രാദാൽപ്രയാഗേ നവലവയുഗളം
യോ ഽവശേഷാച്ചകാശ്യാം
ശേഷാംശ്രീ: ശൂൽക്കഹേതോ: പഥിദശമലവാൻ
ഷ്ടചശേഷാദ്ഗയായാം
ശിഷ്ടാനിഷ്കത്രിഷഷ്ടീർന്നിജ ഗൃഹമനയ
തീർത്ഥപാന്ഥ: പ്രയാത:
തസ്യദ്രവ്യപ്രമാണം വദയദി ഭവതാ
ശേഷജാതി: ശ്രുതംസ്യാ.

ശേഷജാതി വിഭാഗത്തിലുള്ള കണക്ക്, ഒരു തീർത്ഥാടകൻ തന്റെ ധനത്തിൽ പാതി പ്രയാഗയിലും ബാക്കിയുടെ 2/9 ഭാഗം കാശിയിലും അവശേഷിച്ചതിൽ $\frac{1}{4}$ ചങ്കായും ശേഷിച്ചതിന്റെ 3/5 ഗയയിലും കൊടുത്തു 63 നിഷ്ക്കത്തോടെ വീട്ടിൽ മടങ്ങിയെത്തി. തീർത്ഥാടകൻ വശം ആദ്യമുണ്ടായിരുന്ന ദ്രവ്യം എത്ര?

പ്രയാഗയിൽ കൊടുത്തു ബാക്കി $= \frac{1}{2}$

കാശിയിൽ കൊടുത്തു ബാക്കി

$$= \frac{1}{2} \times \frac{7}{9} = \frac{7}{18}$$

ചങ്കമായി കൊടുത്തു ബാക്കി

$$= \frac{7}{18} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{24}$$

ഗയയിൽ കൊടുത്തു ബാക്കി

$$= \frac{7}{24} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{60}$$

$\frac{7}{60}$ ബാക്കിയാണെങ്കിൽ ആകെ $= 1$

63 ,, $= \frac{60}{7} \times 63 = 540$

മറ്റൊരു രസകരമായ ശ്ലോകവും കൂടി ചേർത്തെങ്കിലേ ഈ പ്രകരണം പൂർത്തിയാവൂ.

പദ്മാക്ഷ്യാ: പ്രിയകല്പിതാവസുലവാ
ക്ഷ്യാ ലലാടീകൃതാ
യച്ഛേഷാത്ത്രി ഗുണാദ്രിഭാഗരചിതാ
ന്യസ്ഥാസ്സുനാന്തഃ സ്രജി
ശേഷാർദ്ധം ഭുജനാളയോർമ്മണിഗണ;
ശേഷാബ്ധികസ്യാംഹത;
കാഞ്ച്യാത്മാ മണിരാശിമാശ്രവദമേ
വേണ്യാംഹിയൽഷോഡക:

ശബ്ദസംഖ്യാ നീയമമനുസരിച്ച വസു = 8 ൽ ഒരു വസുലവാ = 8 അംശം അദ്രീ=7 അബ്ധികം = $\frac{1}{4}$, പദ്മാക്ഷിയുടെ കിട്ടിയ രത്നങ്ങളിൽ $\frac{1}{8}$ നെറ്റിയിലും ശേഷിപ്പിന്റെ 3/7 ഭാഗം മാലയാക്കി നെഞ്ചിലും ബാക്കിയുടെ പാതി കൈത്തണ്ടയിലും അണിഞ്ഞു. ശേഷിച്ചതിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം സ്വർണ്ണത്തിൽ പതിയ്ക്കുകയും ബാക്കി 16 മുടിയിൽ ചൂടുകയും ചെയ്തു. എന്നാൽ രത്നങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം പറയുക.

നെറ്റിയിൽ പതിച്ചതിന്റെ ബാക്കി $= \frac{7}{8}$
മാലയാക്കിയതിന്റെ ബാക്കി $= \frac{7}{8}(1 - 3/7) = \frac{1}{2}$
കൈത്തണ്ടയിൽ ചേർത്തതിന്റെ ബാക്കി $= \frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$
സ്വർണ്ണത്തിൽ പതിച്ചതിന്റെ ബാക്കി $= \frac{1}{4}(1-\frac{3}{4})$
$= \frac{1}{16}$

1/16 ഭാഗം ബാക്കിയാണെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ എണ്ണം = 1
16 ബാക്കിയാണെങ്കിൽ ആദ്യം ഉണ്ടായിരുന്നത് = 256

ശ്രേഢീവ്യവഹാരം എന്ന ഭാഗത്തിൽ മൂലസംകലിതം വർഗസംകലിതം, ഘനസംകലിതം (Sum of natural numbers, sum of squares of natural numbers and sum of cubes of natural numbers) എന്നിവ വിവരിക്കുന്ന ഭാഗമുണ്ട്. ക്ലിഷ്ടമാർഗത്തിൽ കൂടിയാണ് ഫലം കണ്ടെത്തുന്നത് എന്നു മാത്രം.

സൈകപദഘ്നപദാർദ്ധമഥൈകാ–
ദ്യങ്കയുതി: കിലസംകലിതാഖ്യാ.
സാദ്യയുതേന പദേനവിനിഘ്നീ
സ്യാൽത്രിഹൃതാഖലുസംകലിതൈക്യം.

പദത്തോടു ഒന്നു ചേർത്തതിനെ പദാർദ്ധം കൊണ്ടു പെരുക്കിയതു സംകലിതം എന്ന പേരുള്ള ഏകാദിസംഖ്യായോഗം തന്നെ. പിന്നെ 2 ചേർത്ത പദം കൊണ്ട് അതിനെ പെരുക്കി 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചതു സംകലിതൈക്യമാകുന്നു.

മൂല സംകലിതം $= 1, 2+3+4+\ldots\ldots n$

$$\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$$

അവസാനപദം

$$= \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$$

സംകലിതൈക്യം

$$= \frac{\sum n^2 + \sum n}{2}$$

$\sum n^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots n$ കാണണം

$n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$

ഇരുവശങ്ങളിലും n ന പകരം $(n-1)$, $(n-2)$ തുടങ്ങീയ മൂല്യങ്ങൾ കൊടുത്തു ഇരുവശങ്ങളും കൂട്ടുക.

$$n^3 = 3\sum n^2 - 3\sum n + n$$

$$3\sum n^2 = n^3 + 3\sum n - n$$

$$= n^2 + \frac{3n(n+1)}{2} - n$$

$$= \frac{n}{2}\{2n^2+3n+3-2\}$$

$$= \frac{n}{2}\{2n+1\}\{n+1\}$$

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

സംകലിതൈക്യം

$$= \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{4}\left\{\frac{2n+1}{3} + 1\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{4}\left\{\frac{2n+4}{3}\right\}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

സൂത്രത്തിന്റെ രണ്ടാംപാദം ഇങ്ങനെ അർത്ഥവത്താകുന്നു.

ഏകാദീനാം നവാന്താനാം പൃഥക്സംകലിതാനിമേ

തേഷാം സംകലിതൈക്യാനി പ്രചക്ഷ്വഗണകദ്രുതം

അല്ലയോ ഗണക, ഒന്നു തൊട്ട് ഒമ്പതുവരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ സംകലിതങ്ങളെയും അവയുടെ സംകലിതൈക്യത്തേയും വെവ്വേറെ പറയുക.

സംകലിതം

$$= \frac{n(n+1)}{2} ; n = 9$$

$$= \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

സംകലിതൈക്യം

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$= \frac{9 \times 10 \times 11}{6} = 165$$

വർഗസംകലിതം അഥവാകൃതിയോഗം കാണുവാൻ കാരികയുണ്ട്.

ദ്വാഘ്നപദം കൃതം ത്രിവിഭക്തം
സംകലിതേന ഹതം കൃതിയോഗ:

സംകലിതസ്യകൃതേ: സമമേകാ–
ദ്യങ്കഘനൈക്യമുദീരിതമാദ്യൈ:

പദത്തെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഒന്നു (ക = ഭൂമി = 1) കൂട്ടിയതിനെ 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചു് അതിനെക്കൊണ്ടു് സംകലിതത്തെപ്പെരുക്കിയതു വർഗസംകലിതമാകുന്നു. ഒന്നു തൊട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഘനൈക്യം സംകലിതവർഗത്തിനു് തുല്യമെന്നു പൂർവ്വികർ കണ്ടെത്തിയിരിക്കുന്നു.

$\frac{2n+1}{3}$ കൊണ്ടു $\frac{n(n+1)}{2}$ നെ പെരുക്കിയാൽ വർഗസംകലിതം കിട്ടും.

$$\sum n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

$$= \frac{2n+1}{3} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$ തന്നെ.

ഘനൈക്യം $= \sum n^3$ കാണാൻ

$n^4 - (n-1)^4$ ന്റെ വില പരിഗണിക്കാം.

$$= 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$$

n നു് $(n-1), (n-2) \ldots 3, 2, 1$ എന്നീ വിലകളും നൽകുക.

$$n^4 = 4\sum n^3 - 6\sum n^2 + 4\sum n - n$$

$$4\sum n^3 = n^4 + 6\sum n^2 - 4\sum n + n$$

$$= n^4 + n(n+1)(2n+1) - 2n(n+1) + n$$

$$= n^2(n+1)^2 \text{ എന്നു കിട്ടും.}$$

$$\sum n^3 = \left[\frac{n(n+)}{2}\right]^2 = (\text{സംകലിതം})^2$$

സമാന്തരശ്രേണി. ആദ്യപദത്തെ മുഖം എന്നും അന്തരത്തെ ചയമെന്നും അന്ത്യപദത്തെ അന്ത്യധനമെന്നും തുകയെ സർവ്വധനമെന്നും പഴയ ഗണിതക്കാർ വിളിച്ചു.

ആദ്യപദത്തോട്ട, ഒന്നു കുറച്ച പദസംഖ്യയെ അന്തരം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കിട്ടിയതു ചേർത്താൽ അന്ത്യപദം കിട്ടുന്നു. ആദ്യപദത്തെയും അന്ത്യപദത്തെയും ചേർത്തു് ശരാശരി കണ്ടാൽ മധ്യപദം കിട്ടും; അതിനെ പദസംഖ്യ കൊണ്ടു് ഗുണിച്ച തുക കാണാമെന്ന പ്രമാണം പറയുന്നു.

വ്യേകപദഘ്നചയോ മുഖയുക്സ്യാ-
ദന്ത്യധനം മുഖയുഗ്ദലിതം തൽ
മധ്യധനം പദസംഗുണിതം തൽ
സർവ്വധനം ഗണിതജ്ഞതദുക്തം.

മുഖം അഥവാ ആദ്യപദം = a; അന്തരം = d; പദസംഖ്യ = n

$$\therefore \text{അന്ത്യപദം} = a + (n-1)d$$

$$\text{മധ്യപദം} = \frac{2a+(n-1)d}{2}$$

$$\text{തുക} = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$$

ആദ്യേദിനേദ്രമ്മ ചതുഷ്ടയം യോ
ദത്വാദ്വിജേഭ്യോ ഽനുദിനം പ്രവൃത്തഃ
തുര്യംസഖേ പഞ്ചചയേന പക്ഷേ
ദ്രമ്മാംവദ ദ്രാക്കതിതേനദത്താഃ

അല്ലയോ സഖേ, ആദ്യദിവസം ദ്വിജന്മാർക്കു 4 പണം കൊടുത്തു ഓരോ ദിവസവും അയ്യഞ്ചു പണം വർധിപ്പിച്ചു കൊടുത്തു പോന്നു. അയാൾ ഒരുപക്ഷം കൊണ്ടു (15 ദിവസത്തിൽ) ആകെ കൊടുത്തതെത്രയെന്നു വേഗം പറയുക.

ആദ്യപദം (a) = 4 ചയം (d) = 5

പദസംഖ്യ (ഗച്ഛ : d) = 15 എങ്കിൽ

$t_n = 4 + 14 \times 5 = 74.$

$$\text{മധ്യധനം} = \frac{4+74}{2} = 39$$

$$\text{തുക} = 39 \times 15 = 585.$$

മറൊരു കണക്ക്.

ആദി:സപ്ത ചയ:പഞ്ച
ഗച്ഛോ ഷ്ടൗയത്രതത്രമേ
മധ്യാന്ത്യധനസംഖ്യേകേ
വദ സർവ്വധനഞ്ചകിം.

ആദി 7, ചയം 5, ഗച്ഛം 8 എന്നിങ്ങനെ ഉള്ള ശ്രേണിയിലെ അന്ത്യധനം, മധ്യധനം, സർവ്വധനം എന്നിവ കാണുക.

$a = 7 \quad d = 5 \quad n = 8.$

അന്തധനം $t_n = a+(n-1)\,d$

$= 7+7\times 5 = 42$

മധ്യധനം $= \frac{7+42}{2} = \frac{49}{2}$

സർവ്വധനം $= \frac{49}{2} \times 8 = 196$

പഞ്ചാധികംശതം ശ്രേഢീഫലം സപ്തപദം കില
ചയം ത്രയം വയം വിദ്മോവദനം വദനന്ദന.

മകനേ, ശ്രേഢീഫലം (സർവ്വധനം—തുക) 105 ആയ ശ്രേഢിയിൽ പദങ്ങൾ 7; ചയം 3. മുഖം (ആദ്യപദം) എന്തെന്നു പറയുക.

$s = 105; \quad n = 7; \quad d = 3; \quad a = ?$

$$s = \frac{n}{2}\{2a+\overline{n-1}\,d\}$$

$$105 = \frac{7}{2}\{2a+6\times 3\}$$

$$30 = 2a+18 \qquad a = 6$$

ഗുണോത്തരശ്രേഢി

$a, ar, ar^2, ar^3 \ldots\ldots ar^{n-1}$

ഒരു നിശ്ചിതപദത്തെ കിട്ടാൻ മുൻപദത്തെ നിശ്ചിത സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമെങ്കിൽ, അത്തരം പദങ്ങൾ ഗുണോത്തര ശ്രേഢിയെ ഉണ്ടാക്കും. സമാന്തര ശ്രേഢിയിൽ ഒരു പദത്തെ കിട്ടാൻ മുൻപദത്തോടു നിശ്ചിത സംഖ്യ ചേർക്കുകയായ്രേ വേണ്ടതു്.

$$s = a + ar + ar^2 + \cdots\cdots ar^{n-1}$$
$$sr = \quad ar + ar^2 + \ldots\ldots ar^n$$
$$\therefore s - sr = a - ar^n$$
$$s(1-r) = a(1-r^n) \text{ അഥവാ}$$
$$s = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

ഗുണോത്തര ശ്രേഢിയിൽ സംകലനഫലം കിട്ടാൻ ഒന്നു കുറഞ്ഞ ഗുണോത്തര ഫലത്തെ ഒന്നു കുറഞ്ഞ ഗുണസംഖ്യ (common ratio)കൊണ്ടു ഹരിച്ചു് ആദ്യ പദം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതിയെന്നു പ്രമാണം പറയുന്നു.

വിഷമേ ഗച്ഛേവ്യേകേ
ഗുണക: സ്ഥാപ്യ: സമേർദ്ധിതേവർഗ.

ഗച്ഛക്ഷയാന്ത മന്ത്യാ
ദ്യസ്തംഗുണവർഗ്ഗജം ഫലം യത്തൽ

വ്യേകംവ്യേക ഗുണോദ്ധൃത–
മാദിഗുണം സ്യാദ്ഗുണോത്തരേഗണിതം.

മേൽപ്പദ്യത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗം ഗുണവർഗ്ഗഫലത്തെ കാണാനുള്ള വഴി വിവരിക്കുന്നു. പദസംഖ്യ 5, 7, 9, 11 ഇത്യാദി ഒറ്റയായി വരുമ്പോൾ, ഗുണോത്തര ഫലം കാണാനുള്ള എളുപ്പവഴി സൂചിപ്പിച്ചു എന്നു മാത്രം. പദസംഖ്യ 5 ആണെങ്കിൽ r^5 കാണാൻ $r \times r^4$ എന്നു സങ്കല്പിക്കുക. $r^4 = (r^2)^2$ ആകുന്നു. r ൽ നിന്നു് വർഗീകരിച്ചു് r^2 ഉം വീണ്ടും വർഗീകരിച്ചു് r^4 ഉം കണ്ടശേഷം r കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക. ഗുണവർഗഫലം കാണാനുള്ള എളുപ്പമാർഗമാണു് പൂർവ്വോദ്ധൃതത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചതു്. r^5 തിട്ടപ്പെടുത്തിയശേഷം

$$a\left(\frac{r^5-1}{r-1}\right)$$

ഇതാണു് ശ്രേഢിയുടെ സംകലിതം. എങ്കിൽ പദസംഖ്യ n ആണെങ്കിൽ

$$s = a\,\frac{(r^n-1)}{r-1}$$

എന്നു കിട്ടുമല്ലോ. ഇതനുസരിച്ചു് ചെയ്യാവുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്കു് ഒന്നു രണ്ടു ദൃഷ്ടാന്തങ്ങൾ നിത്യ ജീവിതത്തിൽ നിന്നു് എടുത്തുദ്ധരിച്ചിരിക്കുകയാണു്.

പൂർവ്വംവരാടകയുഗം
യേനദ്വിഗുണോത്തരം പ്രതിജ്ഞാതം

പ്രത്യഹമർത്ഥിജനായസ
മാസേ നിസ്ക്കാന്ദതി കതി.

ആവശ്യക്കാർക്ക ആദ്യം 2 പണം വെച്ച തുടങ്ങി ദിനംപ്രതി ഇരട്ടിച്ചിരട്ടിച്ച കൊടുക്കുന്ന ഒരാൾ ഒരു മാസത്തിൽ (30 ദി) എത്ര പണം കൊടുക്കേണ്ടി വരും.

$$a = 2, \qquad r = 2, \qquad n = 30.$$

$$s = 2\left(\frac{2^{30}-1}{2-1}\right) = 2\,(2^{30}-1) = 2^{31}-2$$

$$= 2147483646.$$

മറെറാന്ന കൂടി.

ആദിർദ്വികം സഖേ വൃദ്ധി:
പ്രത്യഹം ത്രിഘ്നോത്തരാ
ഗച്ഛ; സപ്തദിനം യത്ര
ഗണിതം തത്രകിംവദ.

സുഹൃത്തേ, ആദിപദം (a) = 2 ഉം ദിനംതോറും മുമ്മൂന്ന കൊണ്ട പെരുക്കിയ പദങ്ങളും 7 ഉം ആയ ശ്രേഢിയുടെ തുക കാണുക.

$$a = 2 \qquad r = 3 \qquad n = 7$$

$$= 2\,\frac{(3^7-1)}{3-1} = 3^7-1 = 2186.$$

സമാന്തരശ്രേഢി, ഗുണോത്തരശ്രേഢി സംബന്ധിച്ച പ്രശ്നങ്ങളും ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ കാലത്തു് വികാസരൂപം പ്രാപിച്ചതിൽ അത്ഭുതമില്ല. സമാന്തരശ്രേഢിയെ സംബന്ധിച്ചെങ്കിലും വ്യക്തമായ ധാരണ ആര്യഭടനു തന്നെ ഉണ്ടായിരുന്നുവല്ലോ. ഒരുദാഹരണം മാത്രം. ഒരു സമാന്തരശ്രേഢിയുടെ ആദിപദവും സാമാന്യാന്തരവും പദങ്ങളുടെ തുകയും തന്നാൽ പദസംഖ്യ കാണാൻ ആര്യടേൻ മാർഗ്ഗനിർദ്ദേശം നൽകിയതു മുൻ അധ്യായത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു ഓർക്കുമല്ലോ.

ഈ ദ്വിഘാത സമവാക്യത്തിൽ നിന്നു n കാണണം.

സമാന്തരശ്രേഢി സംബന്ധിച്ചു് മാത്രമല്ല, ദ്വിഘാത സമീകരണങ്ങളും സംബന്ധിച്ചുകൂടി ആര്യടേന്റെ കാലത്തു് കൈവരിച്ച നിലവാരമോർക്കുമ്പോൾ ശ്ലോകങ്ങളിൽ കുരുങ്ങിയിട്ടായാലും നല്ല പുരോഗതി ഉണ്ടായി എന്നതിൽ അത്ഭുതമില്ലതന്നെ,

വൃത്തപരിധി വ്യാസബന്ധങ്ങൾ

വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി, വ്യാസത്തിന്റെ ഇത്രമടങ്ങാണെന്നു് കാണിക്കുന്ന പ്രമാണം ലീലാവതിയ്ക്കു മുമ്പുതന്നെ പ്രചാരത്തിലായിക്കഴിഞ്ഞിരുന്നു. ആര്യഭടീയ ചർച്ചയിൽ അക്കാര്യം വ്യക്തമാക്കിയതുമാണു്.

വ്യാസേ നന്ദാഗ്നിഹതേ വിഭക്തേ
ഖബാണസൂര്യൈ: പരിധി:സസൂക്ഷ്മ;
ദ്വാവിംശതിഘ്നേ വിഹൃതേ ശതഘ്നൈ:
സ്ഥൂലോ ഽഥവാസ്യാദ്യവഹാരയോഗ്യ:

ഭം = നക്ഷത്രം (= 27) നന്ദ = 9, അഗ്നി = 3, നന്ദാഗ്നി = 3927, ഖ. (ആകാശം) = 0, ബാണം = 5, സൂര്യൻ (ദ്വാദശാദിത്യന്മാർ) = 12, ഖബാണ സൂര്യ: = 12-0, ശൈലം (സപ്തകുല ശൈലങ്ങൾ) = 7.

വ്യാസത്തെ 3927 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 1250 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ സൂക്ഷ്മമായ പരിധി കിട്ടും. 22 കൊണ്ട് വ്യാസത്തെ ഗുണിച്ച് 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലോ ലാകി കാവശ്യത്തിനുവേണ്ട സ്ഥൂല പരിധിയും കിട്ടുന്നു.

$$\pi = \frac{3927}{1250} \quad \text{അഥവാ} \quad \frac{22}{7} \quad (\text{ഏകദേശം})$$

വൃത്തക്ഷേത്രേ പരിധി ഗുണിത–
വ്യാസപാദ: ഫലംതൽ
ക്ഷുണ്ണം വേദൈ രു പരി പരിത:
കന്ദുകസ്യേവജാലം
ഗോളസ്യൈവം തദപി ചഫലം
പൃഷ്ഠജം വ്യാസനിഘ്നം
ഷഡ്ഭിർഭക്തം വേതിനിയതം
ഗോളഗർഭേഘനാഖ്യം.

വൃത്തത്തിൽ പരിധി കൊണ്ട് വ്യാസപാദത്തെ പെരുക്കിയാൽ ക്ഷേത്രഫലമാകും. അതിനെ വേദം (=4) കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലോ ഗോളത്തിന്റെ ബാഹ്യതലം ലഭിയ്ക്കുന്നു. ഇതിനെ വ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഗോളത്തിന്റെ ഘനഫലവും ലഭിക്കുന്നു.

$$\text{വൃത്തക്ഷേത്രഫലം} = 2\pi r \times \frac{2r}{4} = \pi r^2$$

$$\text{ഗോള ഉപരിതലം} = 4 \times \pi r^2 = 4\pi r^2$$

$$\text{ഗോള ഘനഫലം} = 4\pi r^2 \times \frac{2r}{6} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

ഒരുദാഹരണം കൂടി:

യദ്വ്യാസസ്തുരഗൈർമ്മിത: കിലഫലം
ക്ഷേത്രേസമേതത്തകി,
വ്യാസ:സപ്തമിതശ്ചയസ്യ സുമതേ
ഗോളസ്യതസ്യ പ്രകിം

പൃഷ്ഠേ കന്ദുകജാലസന്നിഭഫലം
ഗോളസ്യതസ്യാപികിം
മധ്യേബ്രൂഹിഘനം ഫലഞ്ചവിമലാം
ചേദേത്സി ലീലാവതിം.

ലീലാവതി ശരിക്കു പഠിച്ചുവെങ്കിൽ 7 (തുരഗം) വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലമെന്തെന്നു പറയുക. 7 വ്യാസമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ പുറത്തു് പന്തിന്റെ വലപോലെ ഇരിക്കുന്നതിന്റെ ഫലമെന്തെന്നും ഗോളാന്തർഭാഗത്തു ഘനഫലമെന്തെന്നും തിട്ടപ്പെടുത്തുക.

$$\text{ക്ഷേത്രഫലം} = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = 38\ 5$$

$$\text{ഗോളപൃഷ്ഠം} = 4\pi r^2 = 4 \times 38.5 = 154$$

$$\text{ഗോളഘനം} = 154 \times \frac{7}{6} = 179.66$$

സമകോൺ ത്രികോണം, ക്രമ്പാരം എന്നിവ സംബന്ധിച്ച കണക്കുകളും മറ്റു മലയാളഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ആശയാനുവാദരൂപത്തിൽ കൊടുക്കുന്നതു കൊണ്ടു് ആ ഭാഗം അധികം വിസ്തരിക്കുന്നില്ല.

8

കണക്കുസാരം–ബാലപ്രബോധം

ലീലാവതി എന്ന മകൾക്കു വേണ്ടി ഭാസ്കരാചാര്യർ തയ്യാറാക്കിയതാണു് മുൻഅധ്യായത്തിലെ ലീലാവതി എന്നതു് എത്രമാത്രം വിശ്വാസയോഗ്യം എന്നു പറയാൻ വയ്യ. വദനന്ദന, ധീമൻ, സുവർണഗതിജ്ഞ വണിക്കു്, വൈശ്യനന്ദന ഗണക, മിത്ര, സഖേ, ഗണികോവിദ, ഇത്യാദി സംബോധനാവൈവിധ്യം സംശയങ്ങളുണ്ടാക്കുന്നു. അതെന്തായാലും ശ്ലോകത്തിലാകുക, പ്രമാണവും പ്രശ്നവും, അതും സംസ്കൃതത്തിലാകുക, ശബ്ദസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിക്കുക— ഇതെല്ലാം കാര്യങ്ങൾ ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ വ്യാപകമായ പ്രചാരത്തിനു് തടസ്സമായിരിയ്ക്കും. ഈ തടസ്സമൊഴിവാക്കാൻ നടത്തിയ ശ്രമങ്ങളുടെ ഫലമാണു് മലയാളത്തിൽ കണക്കുസാരം ബാലപ്രബോധം എന്നീ രണ്ടു് പുസ്തകങ്ങൾ ഉണ്ടായതു്. മദിരാശി സർവകലാശാലക്കാർ ഈ രണ്ടു പുസ്തകങ്ങളും അച്ചടിച്ചു് പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു്. ഭാഷ മലയാളമാക്കുക, ശബ്ദസംഖ്യകൾ വേണ്ടെന്നു വെയ്ക്കുക ഇത്യാദി പരിഷ്ക്കാരങ്ങൾ ആ ഗ്രന്ഥത്തിൽ വരുത്തിയിട്ടുണ്ടു്. സമീപനം ലീലാവതി ഗ്രന്ഥത്തിലെതു തന്നെയാണു്.

ലീലാവതീമപികണക്കധികാരവും കൾ-
ണ്ടേതോനാട്ടമൽഗുരുപറഞ്ഞതുമോർത്തുകൊണ്ടു
ബാലപ്രബോധകരണായമണിപ്രവാളൈ-
രുക്തംമയാല്പഹൃദയേനകണക്കുസാരം

ഈ വക കൃതികൾക്കു് കർത്തൃത്വം നിർണയിയ്ക്കുന്നതു് വിഷമം പിടിച്ചകാര്യമാണു്. പല ഗ്രന്ഥങ്ങളും നോക്കി ഗുരുനാഥന്റെ ഉപദേശങ്ങളും കണക്കിലെടുത്തു് നിർമിച്ചു എന്നേ ഉള്ള.

ദശഗുണോത്തരരീതിയിൽ കൊടുക്കുന്ന സ്ഥാനക്രമം വിവരിക്കുന്ന കാരിക പ്രസക്ത ലീലാവതിശ്ലോകത്തിന്റെ നേർ തർജ്ജമ തന്നെ.

ഏകം ദശശതമായിരമയുതം
നൂറായിരം തഥാ പ്രയുതം
കോടിയുമംബുദമബ്ജം
ഖർവ്വനിഖർവ്വൗതഥാമഹാപദ്മം

ശംഖുംജലധിയുമന്ത്യം
മധ്യഞ്ചപരാർദ്ധമെന്നിതിക്രമശ:
മുന്നേസ്ഥാനത്തിന്റെ പത്തും
സ്ഥാനം ക്രമേണപിന്നേതും

അംബുദം, അബ്ജ ഇത്യാദി ചില പേരുകളും മാറ്റിയിരിക്കയാണു്, ലക്ഷത്തിനു പകരം നൂറായിരം എന്ന പദവും സ്വീകൃതമായിരിക്കുന്നു. പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിനുപകരിയ്ക്കുന്ന കാര്യങ്ങളാണു് ചർച്ചകളിൽ വരുന്നതു്.

അളവുപാത്രങ്ങളും തന്നെ പരിഗണിയ്ക്കും.

മുന്നൂറ്റൊരുപത്തു നെല്ലിൻമണി കൊണ്ടതു
ചവടതഞ്ചിനാഴക്കാം
ആഴക്കെട്ടിനു പിന്നെച്ചെറുനാഴിയിടങ്ങഴിക്കുനാലതിനാൽ

ഇടങ്ങഴി എങ്ങനെ ഉണ്ടാക്കണമെന്നു കൂടി വ്യവസ്ഥ ചെയ്തിട്ടിരിക്കുന്നു.

രണ്ടേകാൽവിരൽകുണ്ടാ–
യഞ്ചരവിരൽ നീളമുള്ള പാലവുമായ്
ഉണ്ടാക്കുന്നതിടങ്ങഴിഇരുപതു
കൂട്ടീട്ടതൻപോടൊരുപൊതിയാം.

360 നെല്ലിൻ മണി = 1 ചവടു്, 5 ചവടു് = 1 ആഴക്കു്, 8 ആഴക്കു് = 1 ചെറുനാഴി (14400 നെന്മണി = ഒരു നാഴി) 4 ചെറുനാഴി 1 = ഇടങ്ങഴി, 20 ഇടങ്ങഴി = 1 പൊതി.

കണ്ടുംനീളവുമിടവുമൊരിക്കോലാക്കീട്ടു്
തീർത്തപാത്രത്തിൽ കൊണ്ടതുഖാരി
ഈവണ്ണം പണ്ടുള്ളവർ
കണ്ടറിഞ്ഞു പേരിട്ടാർ.

ഒരിക്കോൽ നീളവും ഒരിക്കോൽ ഇടവും ഒരിക്കോൽ ആഴവുമായി അളപ്പാൻ തീർത്തതിനു ഖാരിയെന്നു പൊരുൾ.

ഒരു കോൽ സമചതുരമായ മരത്തിന്റെ വ്യാപ്തം ഒരു ഖാരിയാണു്.

നീളവുമിടവുമൊരിക്കോലാകി
ലതാംകോല്പലം തഥൈവപുന:
കനവുമൊരിക്കോലാകിൽ പേർപറയാം
ഖാരികണ്ടികോല്പുനവും.

നിത്യോപയോഗത്തിൽ ഉപയോഗിക്കേണ്ടി വരുന്ന ഒരു തത്വമാണല്ലോ ത്രൈരാശികം (Rule of Theree)

തള്ള, പിള്ള, പെരുവാഴ്മ എന്നിവ തന്നിട്ടുള്ള മുന്നളവുകളും. കാണേണ്ടതു ഫലം.

മുന്നിൽ ചൊന്നതുതള്ള
ഒട്ടക്കം ചൊല്ലുന്നസംഖ്യപെറുവാളാം
വകയിവരണ്ടിനുമൊന്നാം
പേരൊരുവകപിള്ളചൊല്ലുമതുനട്ടവേ.

ഇത്തരം കണക്കുകൾക്ക് ഒരുദാഹരണം 8 പണത്തിനു് ലഭിക്കുന്ന ചന്ദനം 25 പലം എങ്കിൽ 5 പണത്തിനു് കിട്ടുന്ന ചന്ദനമെത്ര.

8 പണം = തള്ള, 25 പലം = പിള്ള, 5 പണം = പെറുവാളാം. തള്ളയും പെരുവാളും ഒരേ തരത്തിൽ പെടുന്നവയാകുന്നു.

പിള്ളയെ പെറുവാളാം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു തള്ള കൊണ്ടു ഹരിക്കുക മാത്രം മതി ഇത്തരം കണക്കിനു് പ്രമാണമിങ്ങനെ എഴുതാം.

പെറുവാളാലപ്പിള്ളയെ ഏറിറി
ട്ടുതള്ളയാൽ കിഴിച്ചിടുക.
എന്നാൽ ത്രൈരാശികമായുള്ള
കണക്കൊക്കെവന്നുകൂടും.

ത്രൈരാശികത്തിനു് രസകരമായ പല ഉദാഹരണങ്ങളും കൊടുക്കുന്നുണ്ടു്.

ചെമ്പുമുപ്പതുപലത്തിനാറുര–
ണ്ടണ്ടെടോപണമിവണ്ണമാകിലോ
അൻപതുണ്ടുപലമെങ്കിലൊന്നിന–
ച്ചെമ്പിനെത്ര പണമാശുരം സഖേ!

മുപ്പതു പലം ചെമ്പിനു് 12 പണമാകുമ്പോൾ അൻപതു പലം ചെമ്പിനു് എത്ര പണമുണ്ടെന്നു് പറക. പെരുവാളാകുന്ന അൻപതു കൊണ്ടു് പിള്ളയാകുന്ന 12 നെ പെരുക്കിയാൽ 600. അതിനെ തള്ളയാകുന്ന മുപ്പതിൽ കിഴിച്ചാൽ 20. എന്നാൽ 30 പലം ചെമ്പിനു് 12 പണം വിലയാകുമ്പോൾ 50 പലം ചെമ്പിനു് വില 20 പണമാകുന്നു.

പത്തമ്പുകൊണ്ടരഘുനാഥനൊരിക്കലേവ–
ന്നെത്തുന്നരക്കരറുന്നറിനെവെന്നതെന്നാൽ
പത്തൊമ്പതമ്പൊരുമയോടൊരുനേരമെയ്താൽ
ചത്തീടുമപ്പൊഴതിലെത്ര സഖേ! വദാശു

ശ്രീരാമൻ പണ്ടു യുദ്ധത്തിങ്കൽ ഒരു നേരം തന്നെ 10 ബാണം എയ്തിട്ടു 600 രാക്ഷസരെ കൊന്നു. 19 ബാണം തൊടുത്തെയ്താൽ എത്ര രാക്ഷസർ ചാകുമെന്നു പറക.

$$\frac{600 \times 19}{10} = 1140$$

തള്ളപിള്ളപെരുവാളാം എന്നിവ ഭിന്നിതമായാലും ഇതേ നടപടി ക്രമം സ്വീകരിയ്ക്കണം.

കർപ്പൂരംപലമേഴരക്കുപണമ
ഞ്ചെന്നാൽപ്പറഞ്ഞീടെടോ
മുപ്പത്താറുപലത്തിനെത്രപണമെ
ന്നെന്നോടുധന്യോഭവാൻ
കസ്തൂരിപലമെട്ടിനിന്നുപണമു-
ണ്ടമ്പേത്തിരണ്ടെങ്കിലോ
പത്തേകാൽപലമുള്ളതിനുവിലയും
ചൊല്ലീടുകല്യാണമായ്.

ഏഴരപ്പലം കർപ്പൂരത്തിനു് വില 5 പണം.

$$36 \text{ പലത്തിനു് വില} = \frac{5 \times 36}{7\frac{1}{2}} = 24 \text{ പണം}$$

രണ്ടാമത്തെ കണക്കിലാകട്ടേ,

8 പലം കസ്തൂരിയ്ക്കു വില = 52

$$10\frac{1}{4} \text{ പലത്തിനു് } = \frac{52 \times 10\frac{1}{4}}{8}$$

$$= \frac{533}{8}$$

$$= 66.625$$

മറ്റൊരുദാഹരണങ്ങൾ,

പുഴുകെട്ടപലത്തിനു പാർത്താൽ
പണമഞ്ചുറുറിരിപത്തുനാലു തോഴാ
എഴുന്നൂറുപലത്തിനെത്രകിട്ടും
പണമെന്നെന്നോടറിഞ്ഞുചൊല്ലുമെല്ലോ.
പതിനാറുപണത്തിനൊൻപതേകാൽ
പലമല്ലോവിലകുങ്കുമത്തിനെങ്കിൽ
പണമെൺപതിനെത്രകിട്ടും
പലമെന്നെന്നോടുചൊല്ലുവല്ലുമാകിൽ.
മുന്നേമുക്കാൽ പണത്തിനു
വെള്ളോടുപലമേഴര
എന്നാലാറേകാൽ
ക്കെത്രയുണ്ടായ്വരുംപലം.
ആണ്ടരണ്ടിനരിജീവിതപ്പണം
മുപ്പതുള്ളവനുപത്തുതിങ്ങളും
ആറുനാളുമിഹനില്ക്കിലെത്രയു-
ണ്ടെന്നുചൊൽകപണമങ്ങുനൽകുവാൻ.

[360 ദിവസത്തിനു് ഒരു ആണ്ടു് 30 ദിവസത്തിനു ഒരു തിങ്കൾ എന്നു വെച്ചു ചെയ്താൽ മതി].

പണംമുപ്പതിനോരാണ്ടു്
വേലചെയ്യേണ്ടചേവകൻ
പണമെൺപതുവാങ്ങിടീൽ
വേലചെയ്യേണമെത്രനാൾ.
അകിലഞ്ചുപണത്തിനെട്ടകിട്ടം
പലമെങ്കീൽ പണമേഴരക്കുതൊഴാ
പലമെത്രനമുക്കുകിട്ടുമിപ്പോൾ
പാകെന്നോടിതുനീയറിഞ്ഞുതാകിൽ
പാത്തടങ്ങഴിനെല്ലിപ്പോൾ
കുത്തിയാലരിനാലര
എട്ടെടങ്ങഴി കുത്തുമ്പോ-
ളെത്രതണ്ഡുലമുണ്ടെടോ.
അരിനാലരക്കനെല്ലിരഞ്ഞാ-
മ്പോഴൊമ്പതരിക്കെടോ
എത്രനെല്ലെന്നുചൊല്ലീടു-
കെന്നോടിതിനെവല്ലുമാകിൽ,

പഞ്ചരാശികം-സപ്തരാശികം

തള്ളകൾപലവകചൊല്ലും
പെറുവാളും പൊല്ലുമെത്രപലവകയായ്
പിള്ളയിവറ്റിന്നൊന്നേ-
യുള്ളുപോൽപഞ്ചരാശികാദിക്കു

പഞ്ചരാശികത്തിനു തള്ളയും പെറുവാളും ഈരണ്ടു്. സപ്തരാശികത്തിനു് മുമ്മൂന്നു്. ഇതിനൊക്കെയും പിള്ള ഒന്നേയുള്ള.

പെറുവാളായവയെല്ലാം തങ്ങളിലേറീ-
ട്ടതിനാൽക്കിഴിപഞ്ചരാശികാദിക്കു:

പഞ്ചരാശികത്തിനു പെറുവാളായുള്ളവയൊക്കെ തങ്ങളിൽ പെരുക്കി പിന്നെ തള്ളകളെ തമ്മിൽ പെരുക്കിയതിനെക്കൊണ്ടുഹരിച്ചാൽ മതി.

ഉദാഹരണം.

ഒരാണ്ടിനുപണംപത്തി-
ന്നെടോരണ്ടുപണംസഖേ!
എന്നാൽ പലിശമുവ്വാണ്ടി-
ന്നെത്രയുറുമ്പതിനുചൊൽ?

ഒരാണ്ടിനു് 10 പണത്തിനു് പലിശ = രണ്ടുപണം. ഏഴാണ്ടേക്കു് അഞ്ഞൂറുമ്പതിനു് എത്ര പലിശപ്പണമെന്നാലതുവരുത്തും പ്രകാരം: ഇവിടെ തള്ളയും പെരു

വാളം ഈ രണ്ടു കൂട്ടമുണ്ടാകെ കൊണ്ടു് അവ തങ്ങളിൽ പെരുക്കേണം. തള്ളയിലെ ആണ്ടാകുന്ന ഒന്നും പണമാകുന്ന പത്തും തങ്ങളിൽ പെരുക്കിയാൽ പത്തു തന്നെ.

പട്ടിനേറെ നീളമെട്ടുണ്ടിടമതിനുമൊളം
രണ്ടതെട്ടെണ്ണമീപ്പോഴം
കെട്ടിക്കാതം ചുമന്നാലിരിപത്തു പണമാം
കൂലിയെന്നാലിടാനിം
നീളംപത്തുണ്ടിടംനാലരമുളമതിനാ—
ലഞ്ചുപട്ടെട്ടുകാതം
കെട്ടിച്ചുലെത്തു കൂലിപ്പണമതിനുസഖേ
ചൊല്ലെടോവയ്യുമെങ്കിൽ.

നമ്മളിപ്പോഴം ചെയ്യുന്ന പ്രകാരമിതാണു്. തന്നിട്ടുള്ള കൂലി = 20 പണം. നീളം 8 എന്നതു് പത്താകുമ്പോഴം

$$\text{കൂലി അധികമാകും} = \frac{20 \times 10}{8}$$

ഇടം 2 എന്നതു് $4\frac{1}{2}$ ആകുമ്പോഴും

$$\text{കൂലി അധികമാകും} = \frac{200}{8} \times \frac{4\frac{1}{2}}{2}$$

എണ്ണം 8 എന്നതു് 5 ആകുന്ന കൂലി കാണും $= \frac{200 \times 4\frac{1}{2}}{8 \times 2} \times \frac{5}{8}$

കാതം ഒന്നു്, 8 ആകുമ്പോഴം കൂലി കൂട്ടുതൽ

$$= \frac{200 \times 4\frac{1}{2} \times 5 \times 8}{8 \times 2 \times 8}$$

$= 281\frac{1}{4}$ എന്ന കിട്ടും.

വ്യസ്തത്രൈരാശികം

പെരുവാളേറും തോറും
കുറയുന്നുഫലമെവിടെയവിടെവരും
വ്യസ്തത്രൈരാശികമഥ
പെരുവാഴം കുറയഫലങ്ങളേറുകിലും.

വ്യസ്തത്രൈരാശികതത്വങ്ങളം പ്രായോഗികമാക്കേണ്ട ചില ദൃഷ്ടാന്തങ്ങളം ഗ്രന്ഥത്തിൽ കൊടുക്കുന്നുണ്ടു്

പ്രായംതാനേറുവോളം വിലകുറയെവരും
പ്രാണിനാംവൃദ്ധതാകൊ—
ണ്ടപ്പോലേപൊന്നുമാറേറുകിലതിനു
പണത്തുക്കവും പോയ് ചുരുങ്ങും

വ്യസ്തത്തൈരാശികംപോലിവചൊറിയ
പറക്കൊട്ടനെല്ലങ്ങളന്നി–
ട്ടപ്പോഴന്നെല്ലതന്നേ വലിയതിനു
മളക്കുന്നതും വ്യസ്തമല്ലോ.

പ്രാണികൾക്ക് വയസ്സാവുമ്പോൾ വില കുറഞ്ഞു പോകുന്നതും, പൊന്നിനു് മാറേറവും തോറും പണത്തൂക്കം ചുരുങ്ങുന്നതും, ചെറിയ പറയ്ക്കു് അളന്ന നെല്ലു് വലിയ പറയ്ക്കളക്കുമ്പോൾ എണ്ണം താഴ്ന്നതും—ഇതെല്ലാം വ്യസ്തത്രൈരാശിക ങ്ങൾക്കുദാഹരണങ്ങളാകുന്നു. ഇത്തരം കണക്കു ചെയ്യുന്നുള്ള വഴിയും ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഒഴക്കൻ മട്ടിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടു്.

തള്ളകൊണ്ടുപെരുക്കീട്ടു്
പിള്ളയെപ്പെറുവാളിനാൽ
ഹരിച്ചീടുന്നതാകുന്നു
വ്യസ്തത്രൈരാശികക്രിയ

തള്ള കൊണ്ടു് പിള്ളയെ പെരുക്കി പെറുവാള കൊണ്ടു ഹരിക്കുക തന്നെയാണു് ഇത്തരം കണക്കുകളിൽ സ്വീകരിയ്ക്കേണ്ട സമീപനം.

രണ്ടുപല്ലായകാളയ്ക്കുപന്ത്രണ്ടുപണമാകിലോ
ആറുപല്ലായകാളയ്ക്കുപണമെത്രകൊടുക്കിടാം

$$\text{ഉത്തരം} = \frac{2 \times 12}{6} = 4$$

അതുപോലെ മറെറാന്നു്

എട്ടുമാറുള്ള പൊൻതുക്ക–
മച്ചുതിങ്ങോട്ടുവങ്ങിയാൽ
മാറൊമ്പതുള്ള പൊന്നാല–
തങ്ങോട്ടെത്രകൊടുത്തിടാം.

$$\text{ഉത്തരം} = \frac{8 \times 50}{9} = \frac{400}{9}$$

$$= 44\frac{4}{9}$$

പണം നാലിന്നുമാറാറു–
ള്ളോരുപൊന്നഞ്ചുതൂക്കമാം
എങ്കിലൊമ്പതുമാറുള്ള–
തെത്രനാലുപണത്തിനു്?

4 പണത്തിനു് 6 മാറു പൊന്നു് 5 തൂക്കം

4 ,, 9 ,, ?

$$= \frac{30}{9} = 3\frac{1}{3}$$

ക്രമവ്യവഹാരം—വ്യാപ്തം

കൂടംപോലേകൂർത്തൊരേടംക്രമത്താൽ
മറേറാരഗ്രംചുറ്റുനാല്പത്തുനാൽകോൽ
എൺകോൽനീളം കൂർത്തുമുണ്ടിപ്രകാരം
കണ്ടാലുണ്ടോംകണ്ടിചൊല്ലിതുരയെന്നു്

കൂടം പോലെയുള്ള ഒരു മരത്തിനു ചുവടു് 44 കോൽ ചുറ്റുണ്ടു് മറേറത്തല ക്രമത്താലെ ഉരുണ്ടു് കൂർത്തു് എട്ടു കോൽ നീളവുമുണ്ടു്. അതിനെത്ര കണ്ടിയെന്നു് ചോദ്യം. ഇത്തരം കണക്കു രചയ്യാനുള്ള സൂത്രം അടുത്ത ശ്ലോകത്തിൽ കാണാം.

വട്ടത്താൽവിട്ടമേറേറീടു്
നാലൊന്നാക്കീട്ടതേറുക
നീളത്താലതു് മൂന്നിൽതാൻ
കീഴിച്ചാൽ കണ്ടികോൽക്കനം.

ചുറ്റിനെ വട്ടമളന്നു കല്പിച്ചു അതിന്റെ വിട്ട മുണ്ടാക്കി വട്ടവും വിട്ടവും തങ്ങളിൽ പെരുക്കി നാലിൽ കീഴീച്ചതിനെ നീളത്തിൽ പെരുക്കി മൂന്നിൽ കഴീച്ചാൽ കണ്ടിവരും.

$$V = \frac{2\pi r \cdot 2r}{4} \times \frac{h}{3} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

ചുറ്റളവാകുന്ന 44 ന്റെ വിട്ടം = 14. എന്നി 44 ഉം 14 ഉം പെരുക്കി 616 വരുത്തി യതിനെ നാലിൽ കിഴിച്ചാൽ 154. ഇതിനെ നീളം 8 ൽ ഗുണിച്ചാൽ 1232. അതിനെ മൂന്നിൽ കിഴിച്ചാലോ $410\frac{2}{3}$.

അടിഭാഗം മുക്കോണായ ഒരു പിരമിഡിന്റെ വ്യാപ്തം കാണാൻ. അടിഭാഗത്തിന്റെ ഫലം കണ്ടു് നീളം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് മൂന്നൊന്നാക്കിയാൽ മതി. മുക്കോണിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം കാണാൻ $\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$ എന്ന സൂത്രമുപയോഗിക്കാൻ നിർദ്ദേശം തരുന്നു

$$s = \frac{a+b+c}{2}.$$

മുക്കോണായനിലത്തുമൂന്നുഭുജയും
കൂട്ടീട്ടതർധിച്ചുടൻ
നാലേടത്തതുവച്ചുമൂന്നുഭുജയും
മൂന്നീന്നുവാങ്ങീടുടൻ

ഒക്കത്തുങ്ങളിലേറുകമ്പൊടവ
നാലും പിന്നെമൂലിച്ചുകൊ൦
കെന്നാൽകോൽഫലമായതിൽപരമിതൊ
ന്നൊന്നും വരാസൂക്ഷ്മമായ്.

9, 11, 10 എന്നീ പ്രകാരമുള്ള മൂന്നു ഭുജകളെ കൂട്ടി അർധിച്ചാൽ 15 കിട്ടും. അതിൽ നിന്നു 9, 11, 10 കുറച്ചാൽ 6, 4, 5 എന്നിവ കിട്ടും. 15, 6, 4, 5 ഗുണിച്ചു മൂലിക്കുക. $\sqrt{15 \times 6 \times 4 \times 5} = \sqrt{1800} = 42$. ഇതു് മുരട്ടിന്റെ ചതുരം. ഇതിനെ നീളം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് 3 ൽ ഹരിക്കുക.

മുക്കോണായ്കൂർത്തമരവും
കീണറും പറയും വിധൗ
ഇപ്പോലെകണ്ടികണ്ടിട്ട
മുന്നൊന്നൊക്കകിലോവരും,

$$\frac{42 \times 8}{3} = 112.$$

അതുപോലെ സമമായനിലത്തു നെല്ലു കുമ്പാരമായ് കൂട്ടിയാൽ നെല്ലിനെ ചുറ്റി പ്പിടിച്ചാൽ അളവു് 60 കോൽ ചുറ്റുണ്ടു്. അതിനെത്ര ഖാരിയെന്നു് കാണാൻ പ്രമാണം,

ചൊരിഞ്ഞനെല്ലിന്റെചുവട്ടിലേടം
ചുറ്റിപ്പിടിച്ചുള്ളതിലാറിലൊന്നു
അറിഞ്ഞുവർഗ്ഗിച്ചുയരത്തിലേറ്റി
ട്ടറിഞ്ഞുകൊള്ളാമതിനുള്ളഖാരി.

ചുറ്റിപ്പിടിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു, $2\pi r$. ഇതിന്റെ ആറിലൊന്നു വർഗ്ഗിച്ചതോ

$= \left(\frac{2\pi r}{6}\right)^2 = \frac{\pi^2 r^2}{9}$ ഉയരം h കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

$$\frac{\pi^2 r^2 h}{3 \times 3}$$

എണ്ണുധാരിയിലെ $\pi = 3$ എന്നെടുത്താൽ ഇതു് $\frac{1}{9}\pi r^2 h$ ആയി കിട്ടും. 60 കോൽ ചുറ്റുള്ള അവസ്ഥയ്ക്കു് $\pi = 3$ എന്നെടുത്താൽ വലിയ പിശകു് ഉണ്ടാ കില്ല. [ഏകദേശവില കിട്ടും]

കുറിപ്പു്. ഖാരി—കണ്ടി എന്നതു് ഒരു കോൽ സമ ു'തുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തമാണു് 256 ഇടങ്ങഴിയ്ക്കു തുല്യമാണതു് എന്നു് കാണിക്കുന്ന പ്രമാണമിതാ.

ചെറുനാഴികളിവനാലാം
പ്രസ്ഥമതുംനാലുകൊണ്ടതാഢകമാം
നാലാഢകമാംദ്രോണം
ദ്രോണംപതിനാറുകൂടിയതൊരുഖാരി.

നാലുനാഴി = 1 പ്രസ്ഥം (ഇടങ്ങഴി); 4 ഇടങ്ങഴി = ആഢകം; 4 ആഢകം = ദ്രോണം; 16 ദ്രോണം = ഖാരി. അങ്ങനെ ഒരു ഖാരി ഇരുനൂറമ്പത്താറിടങ്ങഴിയുടെ തുല്യം.

ചോരോട്ടുചേർത്തിട്ടചൊരിഞ്ഞതിന്റെ
ചുറ്റുണ്ടതോകണ്ടുമുപ്പതുംകോൽ
അകത്തുകോണിൽചൊരിയുന്നനെല്ലിൽ
ചുറ്റുണ്ടതുനാൽപതിനഞ്ചുകോല്.

പുറത്തുകോണാടുപൊതിഞ്ഞുകൂടി
ക്കിടന്നതിൻ ചുറ്റുചുവട്ടിലേടം
അളന്നുകോൽനാല്പതുമഞ്ചുമെന്നാൽ
പറഞ്ഞുകേൾമൂന്നിലുമുള്ളഖാരി.

ചോരോട്ട് ചേർത്തു കൂട്ടിയ നെല്ലിന്റെ ചുവട്ടിലേടം ചുറ്റു 30 കോല്; അകത്തെ മുക്കിൽ കൂട്ടിയ നെല്ലിന്റെ ചുറ്റു 15 കോല്; പുറത്തു് കോണിൽ പൊതിഞ്ഞു കൂട്ടിയ നെല്ലിന്റെ ചുറ്റു 45 കോൽ. ഖാരി വെവ്വേറെ പറക.

ചോരോട്ട ചേർത്തു ചൊരിഞ്ഞ ചുറ്റുതുരണ്ടിൽ പെരുക്കി ആറിൽ ഹരിച്ചു് വർഗ്ഗിച്ചു ഉയരത്തിൽ പെരുക്കി അർദ്ധിച്ചു; ഖാരിവരും. ചുറ്റാകുന്ന മുപ്പതിനെ ഇരട്ടിച്ചാൽ അറുപതു്; ആറിൽ കിഴിച്ചാൽ പത്തു്; വർഗ്ഗിക്ക; നൂറു്. അതിനെ ഉയരമാകുന്ന ആറിൽ പെരുക്കിയാൽ അറനൂറു് അർധിച്ചാൽ 300. ഇതു് ഖാരി.

അകത്തുകോണിൽചൊരിയുന്നതിൻചു-
റ്റോറാറിട്ടനാലിൽപുനരാറിലിന്താൽ
വർഗ്ഗിച്ചുകൊണ്ടിട്ടയരത്തിലോറാറി
നാലിൽകിഴിച്ചുള്ളതുഖാരിയല്ലോ.

മുക്കിൽ കൂട്ടിയ നെല്ലിന്റെ ചുറ്റു് നാലിൽ പെരുക്കി ആറിൽ കിഴിച്ചു് വർഗ്ഗിച്ചുയരത്തിൽ പെരുക്കി നാലിൽ കിഴിച്ചാൽ ഖാരിവരും. ചുറ്റാകുന്ന 15 നെ നാലിൽ പെരുക്കിയാൽ 60; അതിനെ 6 ൽ കിഴിച്ചാൽ 10; വർഗ്ഗിച്ചാൽ 100. ഉയരമാകുന്ന ആറിൽ പെരുക്കുക = 600. ഇതിനെ നാലിൽ കിഴിച്ചാൽ 150. ഇതു് ഖാരി.

പുറത്തുകോണിൽചൊരിയുന്നനെല്ലിൻ
ചുറ്റിന്റെമുന്നൊന്നതിനോടുകൂട്ടി
ആറൊന്നു് വർഗ്ഗിച്ചുയരത്തിലോറാ
റ്റതിന്റെ നാലൊന്നുകളഞ്ഞുഖാരി.

പുറത്തു മുക്കിൽ കൂട്ടുന്ന നെല്ലിന്റെ ചുറ്റളന്നു അച്ചുറ്റിന്റെ മൂന്നൊന്നതിൽ കൂട്ടി ആറിൽ കിഴിച്ചു് വർഗ്ഗിച്ചു് ഉയരത്തിൽ പെരുക്കിയാലുണ്ടായതിന്റെ നാലൊന്നു കളഞ്ഞാൽ ഖാരിവരും. ഇവിടെ ചുറ്റാകുന്ന 45 ന്റെ മൂന്നൊന്നു = 15, അതു കൂടെ നാല്പത്തഞ്ചിൽ കൂട്ടിയാൽ 60. അതിനെ ആറിൽ കിഴിച്ചാൽ 10. അതു

വർഗ്ഗിച്ചാൽ 100. അതിനെ ഉയരമാകുന്ന 6 ൽ പെരുക്കിയാൽ 600. അതിൽ നിന്നു് നാലൊന്നാകുന്ന നൂറമ്പതു കളഞ്ഞാൽ 450 ഖാരിയാകുന്നതു്. ഇതാണു് ചൊരി നെല്ലിനെ സംബന്ധിച്ച കണക്കു്.

വ്യാസ—പരിധിബന്ധംഅഥവാ
വട്ടം—വിട്ടംബന്ധം

കണക്കുസാരത്തിൽ വട്ടത്തെ വിട്ടമാക്കാനും വിട്ടത്തെ വട്ടമാക്കാനും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം പ്രമാണം പറയുന്നുണ്ടു്.

ഒരു പ്രശ്നമുന്നയിച്ചാണു് തത്വത്തിലേയ്ക്കു കടക്കുന്നതു്

ആയിരത്തൊരുനൂറിൻകോൽ
വട്ടമുള്ളതിനെത്രയാം
വിട്ടമെന്നുസഖേചൊൽക
വിട്ടംകൊണ്ടുള്ളവട്ടവും.

1100 കോൽ വട്ടമുള്ളതി നത്രവിട്ടമുണ്ടെന്നു കണക്കാക്കുക.

ഏഴിൽപെരുക്കീട്ടിരിപത്തുരണ്ടിൽ
കിഴിക്കവട്ടത്തിനെവിട്ടമുണ്ടാം
വിട്ടത്തെഏറീട്ടിരിപത്തുരണ്ടിൽ
കിഴിച്ചിടേഴാലതുവട്ടമല്ലോ.

വട്ടത്തെ ഏഴിൽ പെരുക്കി 22 ൽ കിഴിച്ചാൽ വട്ടത്തിന്റെ വിട്ടം കിട്ടും; വിട്ടത്തെ 22 ൽ പെരുക്കി 7 ൽ കിഴിച്ചാൽ വട്ടം കിട്ടും.

ഇവിടെ വട്ടമാകുന്ന 1100 നെ 7 ൽ പെരുക്കിയാൽ 7700. ഇതിനെ 22 ൽ കിഴിച്ചാൽ 350. ഇതു് 1100 ന്റെ വിട്ടമാകുന്നതു്

നർമരാജ്യേനവട്ടത്തെ
പെരുക്കിസരളാംഗവും
കിഴിച്ചാൽസൂക്ഷ്മമാംവിട്ടം
വട്ടത്തിന്നമറിച്ചുമാം.

നർമരാജ്യം എന്നതിൽ ന = 0; മ = 5; ര = 2; യ = 1 അങ്ങനെ 1250. സരളാംഗം എന്നതിൽ സ = 7, ര = 2, ള = 9, ഗ = 3 ആകയാൽ = 3927. വട്ടത്തെ 1250 ൽ പെരുക്കി 3927 ൽ കിഴിക്ക.

മറ്റൊരു തരത്തിൽ കൂടി പ്രമാണത്തെ അവതരിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടു് കണക്കുസാരത്തിൽ.

ലകടംകൊണ്ടുവട്ടത്തെ
പ്പെരുക്കിക്കിഴിശർമ്മഭൈ:
വിട്ടമാംസൂക്ഷ്മമായ്വട്ടം
വരുത്താംവിപരീതമായ്

ലകൂടം എന്നതിൽ ട = 1; ക = 1; ല = 3; = 113. ശർമ്മഗത്തിൽ ഗ = 3, മ = 5, ശ = 5; = 355.

$$\pi = \frac{355}{113}$$. അഥവാ

മൻപ്രമാണത്തിൽ പറഞ്ഞപോലെ $\frac{3927}{1250}$.

ബാലപ്രബോധത്തിൽ വേറെ ചില ഉദാഹരണങ്ങളും കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

വട്ടമായകിണററിന്റെ ചുറ്റുനാല്പത്തുനാല്കോൽ
എട്ടുകോലുംകുണ്ടെന്നാൽഎത്രകോൽക്കനമാംകിള

8 കോൽ ആഴത്താൽ 44 കോൽ ചുറ്റുള്ള കിണററിനു് എത്രകോൽക്കനമുണ്ടെന്നു് ചൊല്ലുക.

വട്ടവുംവിട്ടവുംതമ്മിൽ
ഏററിനാലിൽ കിഴിച്ചതു
കുണ്ടിന്റെസംഖ്യയാലേററി
ക്കണ്ടതുകോൽക്കനംകിള

ചുറ്റിൽ നിന്നു വിട്ടമുണ്ടാക്കി, വട്ടവിട്ടങ്ങളും തമ്മിൽപ്പെരുക്കി നാലിൽ കിഴിച്ചു ആഴത്താൽ പെരുക്കുക. കോൽക്കനം വരും.

44 ന്റെ വിട്ടം = 14. ∴ 44 × 14 = 616. നാലിൽ കിഴിച്ചാൽ 154. ഇതിനെ കുണ്ടു 8 ൽ പെരുക്കുക 1232. ഇതാണു് കോൽ കനം.

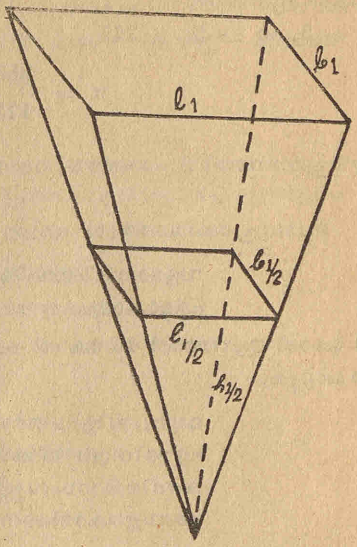
മറെറാരു കണക്കു് കൊടുത്തിട്ടുള്ളതു് ഒരു ലീലാവതി കണക്കിന്റെ തർജമ മാത്രമാണു്.

ഈരാറുകോൽ നീളമിടംപതിനേഴുകോൽ
മേൽഭോഗമങ്ങാഴമൊരേഴുകോലു്
കീഴാറുകോൽനീളമിടത്തിലഞ്ചു
കോലുണ്ടതിൽകോൽക്കനമെത്രയുണ്ടാ.

മേലേടം 12 കോൽ നീളം 10 കോൽ ഇടം. കീഴേടം 6 കോൽ നീളം 5 കോൽ ഇടം. ആഴം 7 കോൽ.

മുഖേദശദ്വാദശഹാസ്തുല്യം
വിസ്താരദൈർഘ്യംതുതലേതദർദ്ധം
യസ്യാസഖേ സപ്തകരശ്ചവേധാ
കാഖാതസംഖ്യാവദ തത്രവാപ്യം:

കുളത്തിന്റെ അടി ഭാഗത്തിന്റെ നീളം വീതി അളവു്, മേൽ ഭാഗത്തുള്ളതിന്റെ പാതിയാണെന്നു തന്നിട്ടുണ്ടു്. അപ്പോഴം കുളം, തലവെട്ടിയ പിരമിഡിന്റെ ആകൃതിയിലിരിയ്ക്കും (തലകീഴായ നിലയിൽ).



മുഴുവൻ പിരമിഡ് — പാതി ഉയരം മുറിച്ച പിരമിഡ് = കളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം.

$$\frac{1}{3} l_1 b_1 h_1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} l_1 b_1 \frac{h_1}{2}$$

$$\frac{1}{3} l_1 b_1 h_1 \left(1 - \frac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{7}{24} l_1 b_1 h_1$$

$$= \frac{7}{24} 12 \times 10 \times 14 = 490$$

ഇതു കണക്കാക്കുവാൻ ഒരു വളഞ്ഞ വഴി നിർദേശിച്ചിട്ടുണ്ട്. മേലോടവും കീഴോടവും ക്ഷേത്രഫലങ്ങളും കണ്ടു കൂട്ടുക. $[120 + 30] = 150$. മേലേ നീളവും കീഴെ നീളവും കൂട്ടി മേലേ ഇടവും കീഴെ ഇടവും കൂട്ടി അവ തമ്മിൽ പെരുക്കുക $[18 \times 15] = 270$. ഈ 150 ഉം 270 ഉം കൂട്ടി 6 ൽ കിഴിച്ചു ആഴം 7 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

$$= \frac{420 \times 7}{6} = 490$$

$$\frac{l_1 b_1 + l_2 b_2 + (l_1 + l_2)(b_1 + b_2)}{6} \frac{h_1}{2}$$

$$\frac{\left[l_1 b_1 + \frac{l_1 b_1}{4} + \frac{3}{2} l_1 \cdot \frac{3}{2} b_1\right] \frac{h_1}{2}}{6}$$

$$= \left[\frac{5}{4} l_1 b_1 + \frac{9}{4} l_1 b_1\right] \frac{h_1}{12}$$

$$= \frac{14}{4} \times \frac{l_1 b_1 h_1}{12} = \frac{7}{24} l_1 b_1 h_1$$

കാര്യം: വസ്തുതകളും അഥവാ നിർദേശങ്ങളും നൽകി അപ്രകാരം പ്രവർത്തിക്കുക എന്നതിനപരി ചിന്തിക്കുവാനുള്ള സൗകര്യങ്ങളും ഗ്രന്ഥത്തിൽ നിന്നു കിട്ടുന്നില്ല. ആവശ്യക്കാർ സ്വയം ആ ധർമ്മം അനുഷ്ഠിച്ചു കൊള്ളണം എന്നതാകാം അവരുടെ സമീപനം.

കണക്കധികാരം

സംസ്കൃത ഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ വ്യാഖ്യാനങ്ങളായും വിവർത്തനങ്ങളായും മലയാള ഭാഷയ്ക്കു ലഭിച്ച ഗണിതവിജ്ഞാനമാണ് മുൻ അധ്യായങ്ങളിൽ ഏറെക്കുറെ പ്രതിപാദിക്കപ്പെട്ടായത്. സംസ്കൃതസങ്കേതങ്ങളിൽ ഉറച്ചുനിന്നു കാൽക്കുലസിന്റെ പ്രാഥമികതത്ത്വങ്ങൾ വിശദീകരിക്കാൻ പി. കെ. കോരു ചെയ്ത ശ്രമമാണ് വരഗണിതത്തിനു വഴിയൊരുക്കിയത്. AB എന്ന നേർരേഖമേൽ CD എന്ന നേർരേഖ നിൽക്കുന്നു എന്നു പറയുന്നതിനു പകരം മലയാള ലിപി നിർബന്ധം കാരണം, പന എന്ന നേർരേഖമേൽ തറ എന്ന നേർരേഖ നിൽക്കുന്നു എന്നു പറയുകയാണെങ്കിൽ, എഴുത്തുമാത്രം ആശയക്കുഴപ്പത്തിനു വഴിവയ്ക്കുമെന്നു മനസ്സിലാക്കാവുന്നതേയുള്ളൂ. ആധുനിക ശാസ്ത്രവിവരണത്തിനു അന്തർദേശീയസംജ്ഞകളും സങ്കേതങ്ങളും ആകാവുന്നിടത്തോളം ഉപയോഗിക്കയാണു പ്രായോഗികം. അതുകൊണ്ടു പുതിയ വിഞ്ഞിനെ പഴയ കുപ്പിയിലാക്കിയാലുള്ള പ്രയാസം നമ്മുടെ ചർച്ചകളിൽ കൈകാര്യം ചെയ്തില്ല.

അതേസമയം കർണാടകം, തമിഴ് ഭാഷകളിലെല്ലാം പ്രചാരമുള്ള ഒരു പഴയ പുസ്തകമായ കണക്കധികാരത്തെപ്പറ്റി ഫോൺസ് ജർണലിൽ വായിക്കാനിടയായി. എന്നാൽ 1968 ൽ കേരള ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിലെ ഔതികവിഭാഗത്തിന്റെ ചുമതല ഏൽക്കേണ്ടി വന്ന സാഹചര്യത്തിൽ പ്രസ്തുത കണക്കധികാരം കണ്ടെത്താൻ ഒരു തീവ്രശ്രമം നടത്തിനോക്കി. ഭാഗ്യമെന്നു പറയട്ടേ, ഒരു പഴയ പുസ്തകസൂക്ഷിപ്പുകാരന്റെ പൊടി മൂടിയ ഷെൽഫിൽ നിന്നു ഒരു കോപ്പി കണ്ടുകിട്ടി. ശ്ലോകങ്ങളായിട്ടല്ല—മാപ്പിളപ്പാട്ട് രീതിയിൽ എന്നു പറയാമെന്നു തോന്നുന്നു—നിരണം പാട്ടുകളുടെ ചുവട് പിടിച്ച് തമിഴും മലയാളവും കലർന്ന ഭാഷയിൽ പാട്ടുരീതിയിലാണ് രചന. മാവനാൻ മാപ്പിള സയദ് മുഹമ്മദ് ആശാൻ എന്നാണ് ഗ്രന്ഥകാരന്റെ മുഴുവൻ പേര്.

കണക്കധികാരം തന്നെ
കനിവോടിന്നുലകിലുള്ളോർ
സകലവും കണ്ടതിന്റെ
സാരമിങ്ങറിവതിന്നായി

വിവരമായുള്ളതെല്ലാം
വിരവോടൊഴിന്തതിനേ

കൊല്ലമിങ്ങൊന്നിൽ നിന്നു
കൊള്ളമിന്നായിരത്തി

മുപ്പത്തും എട്ടതോളം മുറ
യായിച്ചെന്ന കാലം

മിസ്റ്റർ ഷെപ്പറർസായിപ്പിന്റെ
മേന്മയുള്ളരുളിനാലേ

മാവനാൻ കണക്കതിനേ
മറവിലാ തുരപ്പതാമേ

എന്നതാണ് ഗ്രന്ഥാരംഭവരികളും കൊല്ലവർഷം 1038 ൽ (എ. ഡി. 1862 ൽ) ഉണ്ടാക്കിയ പുസ്തകമാണിത്. അചിരേണ പുസ്തകം ലുപ്തപ്രചാരമായതു കൊണ്ടാണോ എന്നു നിശ്ചയമില്ല, മാവനാൻ മാപ്പിളയുടെ കണക്കധികാരം, സൂറിയാനി ക്രിസ്ത്യാനിയുടെ സംഭാവനയായി പി കെ. കൊച്ചീപ്പൻ തരകൻ ഒരു ഭാഷാപോഷിണി ലേഖനത്തിൽ (1088, പേജ് 46) അവകാശപ്പെട്ടിരുന്നു.
(മുഖപേജു മുമ്പുകൊടുത്തതു കാണുക)

1914 കാലത്തു് പുസ്തകം ലുപ്തപ്രചാരമായാലും അതിലെ പ്രശ്നപദ്യങ്ങളും കർണാകർണികയാ, പ്രചരിച്ചു എന്നതിനു തെളിവുണ്ടു്. ഈ. വി. കൃഷ്ണപിള്ളയുടെ സ്മരണകളിൽ കുഴിപ്പള്ളിക്കുടത്തിലെ കണക്കു് പാഠത്തെ വിവരിക്കവേ ഓർമയിൽ നിന്നു് ഉദ്ധരിച്ചു ചേർത്ത സാമ്പിളും പദ്യങ്ങളും പ്രസ്തുത പുസ്തകത്തിലുള്ളവയാണു്.

ചാർത്തലത്തിൽ മുളച്ചനൽപ്പന
മൂട്ടിൽ നിന്നൊരു പല്ലിതാൻ

ചാണയർച്ച കരേറിനാൻ ഒരു
നാൽവിരൽക്കു് മിറങ്ങിനാൻ

പേർത്തു മുപ്പത്തു രണ്ടുകോലുയരത്തി
ലുള്ള മരത്തിനുടേ

പേരു കെത്തിനനാമം കുഴിഞ്ഞുകരേറു
വാറിതു ചൊല്ലിടീർ

മുപ്പത്തിരണ്ടു കോൽ പൊക്കമുള്ള ഒരു കരിമ്പനയുടെ മേൽ ഒരു ഗൗളി ചെന്നു് ദിവസേന ഒരു ചാൺ കയറും; നാൽവിരൽക്കു് താഴോട്ടു് വഴുതുകയും ചെയ്യും. ആ ഗൗളി എത്ര ദിവസം കൊണ്ടു പനമുകളിൽ എത്തുമെന്നു് കണക്കാക്കണം. വേറേ രണ്ടു് കണക്കുമുദ്ധരിച്ചതും ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ നിന്നായതു കൊണ്ടു് അക്കാലത്തു് പ്രസ്തുത പദ്യങ്ങൾക്കു് പ്രചാരമുണ്ടായിരുന്നു എന്നതിനു് സംശയമില്ല.

നൂറുണ്ടകലം നദിക്കകലത്തു
നിന്നു പനക്കുമേൽ
നൂറുകോലുയരത്തിരിപ്പവർ
രണ്ടുവാനരവീരർകയം
ചീറിമേലുയരക്കുതിത്തുമിറങ്ങിയും നദിവായ്
ക്കരിക്കുത്തിരുപാടുമുള്ള മരത്തിന്മേൽ
എന്നുമൊക്കെ എഴുന്നിണത്തോടു
കൂടി വാഴുമിതാകിനാൽ
കൂറിടീർ ഗുരുവാണ എന്നുര
ചെയ്തനമെന്ന തുരക്കിലോ
ഈടുകാൽ അലജ്ഞകമ്പിയവർക്കു
മോതിരമാക്കുവൻ

ഇതു് ഒരു ലീലാവതി ശ്ലോകത്തിന്റെ ഭാഷാനുവാദമാണു്. മാവനാൻ കൊടുക്കുന്ന ഗദ്യവിവരണം ശ്രദ്ധിക്കുക. നൂറുകോൽ ഉയരമുള്ള ഒരു പനയുടെ മുകളിൽ രണ്ടു വാനരന്മാർ ഇരിക്കുന്നു. ആ പനയുടെ മുട്ടിൽ നിന്നു് 200 കോൽ ദൂരെ ഉണ്ടൊരു കുളം. ആ കുളത്തിൽ ചെന്ന വാനരൻ രണ്ടിനും തണ്ണീർ കുടിച്ചുണ്ണണം. ഒരുത്തൻ തായ്വഴി ഇറങ്ങിച്ചെന്നും ഒരുത്തൻ മേല്പോട്ടു് കുതിച്ചു് കർണസൂത്രമായിച്ചെന്നും രണ്ടുപേരും ഒന്നിച്ചു് തണ്ണീർ കുടിക്കയും ചെയ്യുക. പനയുടെ വിതാനം വിട്ടു് എത്ര കോൽ പൊങ്ങി എന്നു് ചൊൽക.

ആദ്യഭാഗത്തു് ചിത്രങ്ങൾ കൊടുക്കാത്തതു്, പ്രശ്നനിർദ്ധാരണ ഘട്ടത്തിൽ യുക്തിചിന്തയ്ക്കു് പ്രാധാന്യം ഇല്ലാത്തതും അന്നത്തെ ഒരു മുഖ്യ ന്യൂനതയായിരുന്നു. ഗുരുഭക്തിയുടെ തണലിൽ ഒരു തരം ആരാധനാഭാവം, വായനക്കാരിൽ ഉളവാക്കാനുള്ള ശ്രമം പ്രകടം. ഒരുവക പ്രവചന സിദ്ധി പഴയ കാലവിദ്വാന്മാരുടെ മുഖമുദ്രയായി കണക്കാക്കപ്പെട്ടിരുന്നിരിക്കാം. അന്ധയായികളിൽ വിശ്വാസം ഉറപ്പിക്കാനുള്ള ശ്രമമാണു് സൂചിപ്പിക്കുന്നതു്. ഒരു സൂത്രക്കണക്കോടു കൂടിയ ഗ്രന്ഥാരംഭം തന്നെ ദൃഷ്ടാന്തം. ഒരു സംഖ്യ വിദ്യാർഥിയോടു് ഒരുത്തരോടും സങ്കല്പിക്കാൻ പറയുക. വിചാരിച്ച സംഖ്യ ഏതുമാകട്ടെ, ഗുരുനാഥൻ നിർദ്ദേശിക്കുന്ന ക്രിയകൾ കൃത്യമായി ചെയ്താൽ എല്ലാവരും ഒരേ സംഖ്യയിൽ എത്തിപ്പെടുകയാണു് മനുഷ്യായുസ്സിന്റെ പൂർണതയെക്കുറിക്കുന്ന 125 ൽ എങ്കിൽ അത്ഭുതവും സന്തോഷവും തോന്നാം വിശ്വാസവും ശിഷ്യനിലുണ്ടാകാതെ വയ്യ. വലിയ സംഖ്യ വിചാരിക്കാം. 8 കൊണ്ടും 10 കൊണ്ടും 5 കൊണ്ടും ഗുണിക്കു; വിചാരിച്ച സംഖ്യ ഓർത്തിരിക്കാൻ അഭ്യർഥന നടത്തി ചട്ടുവിൽ അതുകൊണ്ടു് ഹരിക്കുക. 16 കൊണ്ടു ഹരിക്കു. 5 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചാൽ എല്ലാവരും എത്തിപ്പെടുന്നതു് 125 ലാകും. അതു പോലെ 11881 പഴം വാങ്ങി ഏതാനും പേർക്കു തുല്യമായി വീതിച്ചു കൊടുത്തു. പഴം മുറിക്കേണ്ടി വന്നില്ല. ആളുകൾക്കു് ഒന്നിലധികം പഴം തിന്നാൻ ലഭിച്ചുതാനും. എങ്കിൽ

ഒരേ ഒരുത്തരം മാത്രം = 109. അതു് 11881 ന്റെ വർഗമൂലമാണു് ഗ്രന്ഥകാരൻ ഇസ്ലാംമത വിശ്വാസിയാണെങ്കിലും ഒരു രാജാവു് ബ്രാഹ്മണർക്കു് പണം ദാനം ചെയ്യുന്ന യാഗത്തെ സംബന്ധിച്ചതായിട്ടുണ്ടു് ഒരു കണക്കു്.

ചിലപ്പോഴും ഒരു കടംകഥ സ്വഭാവമായേക്കും കണക്കിനെ നൽകിയിരിക്കുക. ഉദാഹരണത്തിനു് ഒരു കണക്കെടുക്കാം.

10 മാറ്റിൽ കുറച്ചു പൊന്നു്, 9 മാറ്റിൽ കുറച്ചു പൊന്നു്, 8 മാറ്റിൽ അല്പം 7 മാറ്റിൽ അല്പം 6 മാറ്റിൽ അല്പം എല്ലാം ചേർത്തുരുക്കിയപ്പോൾ 1000 പണം മിടയുണ്ടായിരുന്ന മാറ്റ് $8\frac{1}{4}$ ഉം. ഓരോ മാറ്റിലും എടുത്ത പൊന്നു കാണുക. ഒരു സമീകരണം സാധാരണ രീതിയിൽ എഴുതുകയാണെങ്കിലോ ?

$$10a + 9b + 8c + 7e + 6f = 1000 \times 8\tfrac{1}{4}$$
$$= 1000 \times \frac{33}{4}$$

നമുക്കറിയാം $10^2 + 9^2 + 8^2 + 7^2 + 6^2 = 330$

$$\frac{100}{4}[10^2 + 9^2 + 8^2 + 7^2 + 6^2] = 1000 \times \frac{33}{4}$$

$$a = \frac{1000}{4};\ b = \frac{900}{4};\ c = \frac{800}{4};\ e = \frac{700}{4};\ f = \frac{600}{4}$$

$$a = 250;\quad b = 225;\quad c = 200;\quad e = 175;\quad f = 150$$

ആദ്യകാല പുസ്തകപ്രതികളിൽ ആരംഭം ഗണപതി സ്തുതിയോടു കൂടിയായിരുന്നു.

കണക്കധികാരം തന്നെ കവികൾ കേട്ടിയങ്ങുവാൻ
തുണയ്ക്കുയെൻ കരിമുഖത്തോൻതുയർകടൽ തെളിഞ്ഞവന്നോൻ

എന്നതാണതു തുടക്കം. ഇപ്പറഞ്ഞ കണ്ടു് കൊച്ചീപ്പൻ തരകൻ എഴുതുകയാണു്, "ഹരി ശ്രീ ഗണപതയേ നമഃ" എന്നു് പഴയ കാലത്തു് ക്രിസ്ത്യാനിക്കുട്ടികൾ ഭക്തിപൂർവം ചൊല്ലിപ്പഠിക്കയും നമ്മുടെ ആശാന്മാർ ഗണപതിക്കു് കുറ്റിയും ചെയ്യുന്നതു കൊണ്ടു് ഇങ്ങനെയൊരു പ്രാർഥന മാമനാം മാപ്പിളയും ചെയ്തുകൂടായികയില്ല മാമനാൻ കണക്കതിനെ മറവില്ലാ തുരപ്പതാമേ എന്നു് പുറകേയും കാണുന്നുണ്ടു്. അതിനാൽ ഈ കണക്കധികാരം നമ്മുടെ മാമനാൻ മാപ്പിളയുടെ കവിതയാണെന്നു് വിചാരിക്കാനാണു് അധികം ന്യായമുള്ളതു് അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ ദുർഘടമായ കണക്കുകളെ കവിതയിലാക്കിത്തീർന്ന മാപ്പിള ഒരസാമാന്യനാണെന്നു് തീർച്ചപ്പെടുത്താം.,,

(1038 ചിങ്ങം കന്നി)

ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കത്തിനു് അച്ചടിയെക്കാളും പഴക്കമുണ്ടു് എന്നു തീർച്ച. പേജു് നമ്പറിടുന്നിടത്തും ഉള്ളടക്കം പട്ടികപ്പെടുത്തിയ പേജിലും സംഖ്യകളെ പൂജ്യമുപയോഗപ്പെടുത്തിയാണു് രേഖപ്പെടുത്തിയതു്; പത്തു് എന്നെഴുതാൻ മലയാളം ഒന്നു് പൂജ്യം എന്നു കുറിയ്ക്കും. നൂറെട്ടിനു ഒന്നു പൂജ്യം എട്ടു് എന്നും എന്നാൽ ഗ്രന്ഥഭാഗത്തു് പത്തു്, നൂറു്, ആയിരം എന്നിവയ്ക്കു് പ്രത്യേകം ചിഹ്നങ്ങളും ഏർപ്പെടുത്തുകയും സംഖ്യ വായിക്കുന്ന ക്രമത്തിനു്, മുന്നൂററുപത്തഞ്ചു് എന്നെഴുതാൻ ആ മൂന്നിന്റെ ചിഹ്നം നൂറിന്റെ ചിഹ്നം, ആറിന്റെ ചിഹ്നം പത്തിന്റെ ചിഹ്നം അഞ്ചിന്റെ ചിഹ്നം എന്നിവ നിരത്തുകയായിരുന്ന പതിവു്. പൂജ്യമൊഴിവാക്കിക്കൊണ്ടുള്ള സംഖ്യയെഴുത്തു്. റോമൻസമ്പ്രദായത്തിനെക്കാളും മെച്ചപ്പെട്ടിരിക്കുമെന്നു മാത്രം. ഇതിൽ തന്നെ നൂറു പത്തു് എന്നീ സ്ഥാനചിഹ്നങ്ങളും സാങ്കല്പികമാക്കുകയും എട്ടുത്തുമാറുകയും ചെയ്താൽ പരിഷ്ക്കരിച്ച സംഖ്യയെഴുത്തു കിട്ടുകയും ചെയ്യും. മുമ്പു് സൂചിപ്പിച്ചു പോലെ ഭിന്നിതങ്ങളുടെ കാര്യത്തിലും ചില പരിമിതികളും ഉണ്ടായിരുന്നു മുക്കാൽ, അര, കാൽ. അരക്കാൽ മാകാണി, ഒരുമാവു്, അരമാവു്, കാണി, അരക്കാണി, മുന്തിരി എന്നീ ഭിന്നിതങ്ങൾക്കു് പ്രത്യേകം ചിഹ്നങ്ങളും നൽകി, അവയുടെ സങ്കലനങ്ങളായി മറ്റു ഭിന്നിതങ്ങളെ രേഖപ്പെടുത്തുന്ന പതിവായിരുന്ന അതിൽ സ്വീകരിക്കപ്പെട്ടതു്. അംശം ഛേദം എന്നീ സങ്കല്പമാണു് വന്നു കഴിഞ്ഞിട്ടില്ലായിരുന്ന എന്നർഥം. (വിശദമായ പട്ടിക മുമ്പു കൊടുത്തതു കാണുക)

പൊൻകണക്കു്, നെൽക്കണക്കു്, പാക്കു് കണക്കു് എന്നിങ്ങനെ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം വിഭാഗങ്ങളാക്കി കാര്യങ്ങളും വിവരിച്ചു പോയിരിക്കയാണു്. മുമ്പു് സൂചിപ്പിച്ച പോലെ പല ലീലാവതിക്കണക്കുകളും ഇതിനകത്തു് പാകപ്പെടുത്തിയും തർജമ ചെയ്തും ചേർത്തിട്ടുള്ളതു് അതാതു് ദിക്കിൽ വ്യക്തമാക്കിയിട്ടുണ്ടു്. പ്രസക്തമായ ഭാഗങ്ങളും മുഴുവൻ അടുത്ത പേജുകളിൽ ഉൾക്കൊള്ളിക്കാൻ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടു്. അക്കങ്ങളും ഭിന്നിതങ്ങളും എഴുതുന്നതിൽ അറബി അക്കങ്ങളും സ്വീകരിച്ചതാണു് ഞാൻ വരുത്തിയ മാറ്റം.

കുറിപ്പു്: ഇതേ ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ പുതിയ ഒരു പതിപ്പു് ശ്രീ എൻ. കെ. ദാമോദരൻ എനിക്കു് നൽകുകയുണ്ടായി. 1880 ൽ കോട്ടയം സി. എം. എസ്. പ്രസ്സിൽ അച്ചടിച്ച ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ മുഖപേജു് ഈ പുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്. ഗുണദോഷവചനങ്ങളും എന്ന ഗ്രന്ഥമുഖവുര ഒരു പാതിരിയുടെ പ്രഭാഷണം പോലെയാണു് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിനെതല്ല. ''ഞങ്ങളും ഞങ്ങളുടെ ഹൃദയങ്ങളെ ജ്ഞാനത്തിൽ അഭ്യസിപ്പിക്കേണ്ടുന്നതിനു, ഞങ്ങളുടെ ദിവസങ്ങളെ 'കണക്കു' കൂട്ടുവാൻ ഞങ്ങളോടു് ഉപദേശിക്കേണമേ എന്ന അന്ത്യ വാക്യത്തിൽ ഒരു 'കണക്കു' വന്നുപെട്ടുന്നുണ്ടെന്നു മാത്രം.

കണക്കധികാരം

കണ|ക്കധി|കാരം| തന്നെ| കനി|വോടി|ന്നലകി|ലുള്ളോർ
സക|ലവും| കണ്ട|തിൻെറ| സാര|മങ്ങ|റിവതി|ന്നായി
വിവരമായുള്ളതെല്ലാം വിരവോടുമൊഴിഞ്ഞതിന്നെ
ഒകൊല്ലമ|ങ്ങൊന്നിൽ| നിന്ന| കൊള്ളമി|ന്നായി|രത്തി
മുപ്പതും| എട്ട|തോളം| മുറ|യരുയി| ചെന്ന| കാലും
മെസ്സർ|ഷാപ്പ്റർ| സായിപിൻെറ| മെമ്മ|യുള്ള|രുളി/നാലെ
മുവന്നാൻ| കണക്കതിനെ| മറവിലാ|തടിപ്പ|താമേ[1]

1

ചീത്തമുറച്ചവർക്കു് തുനിഞ്ഞ മേവുമക്കാലം തന്നിൽ
ദിക്കുകളൊക്കെ നോക്കി നടന്നു കൊണ്ടുരുന്ന വീരാ
തത്തയൊടൊത്ത പെണ്ണൊഴിനാരിതൻ മകനാകം ചെട്ടി
തക്കന്നറപ്പൊടിപ്പവിൽ വാഴവതെത്തിനകാലമെന്നാൽ
എത്തുകയും മനസ്സിൽ നിനച്ച എമ്പതുകൊണ്ടു കുറിട്ട
പത്തുമടക്കി നാലിലിരുത്തി അമ്പതിലും പെരുക്കി
എട്ടുമടക്കിയുള്ളതുമുമ്പ വല്ലതിലും നിനയ്ക്കും
പട്ടതിലിട്ട പത്തു കൊണ്ടു പെരുക്കുമാണ്ടളവേ[2]

---

1 കൊല്ലം 1038 ൽ മാവനാൻ മാപ്പിള ഷെവ്റർ സായിപ്പിൻെറ ഉപദേശപ്രകാരം ജനസാമാന്യത്തിൻെറ അറിവിനായി പണ്ഡിതന്മാർ ദയാപൂർവം കണക്കു കൂട്ടിവച്ച കാര്യങ്ങളെ 'കണക്കധികാരം' എന്ന പേരിൽ ശ്രദ്ധാപൂർവം അവതരിപ്പിക്കുന്നു;

1038 കൊല്ലവർഷം എന്നാൽ 1863 എ. ഡി. 1042 ൽ ആണു് തിരുവിതാംകൂർ ബുക്കു് കമ്മിറ്റി രൂപം കൊള്ളുന്നതും കേരളവർമ്മ വലിയ കോയിത്തമ്പുരാൻെറ നേതൃത്വത്തിൽ ആദ്യത്തെ ഗണിതപാഠപുസ്തകം, രണ്ടാം പാഠം, മൂന്നാം പാഠം എന്നിവ രചിക്കപ്പെടുന്നതും ബുക്കു് കമ്മറ്റിയുണ്ടാകുന്നതിനു് നാലുവർഷം മുമ്പാണു് ഈ കൃതിയുടെ രചന.

2 ഒരു തരം പ്രവചന സിദ്ധി ശാസ്ത്രകാരൻെറ മുഖമുദ്രയായിരുന്ന പഴയ കാലമുണ്ടു്. അനുയായികളിൽ വിശ്വാസം ഉറപ്പിച്ചുവേണമല്ലോ ഉപദേശം കൊടുക്കൽ. ഇതിനുള്ള ഒരു സൂത്രക്കണക്കോടു കൂടി ഗ്രന്ഥത്തിലേക്കു കടക്കുകയാണു്. ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യ സങ്കല്പിക്കാൻ പറയുക. നിർദ്ദേശിച്ച ക്രിയകൾ ചെയ്യുക. സങ്കല്പിച്ച സംഖ്യ ഏതുമാകട്ടെ, നിർദ്ദേശിച്ച ക്രിയകളെല്ലാം ചെയ്താൽ സർവശിഷ്യന്മാരും ഒരേ സംഖ്യയിൽ എത്തിപ്പെടുന്നു. അതു മനുഷ്യൻെറ ദീർഘായുസ്സിനെ കുറിക്കുന്ന 125 ആവുകകൂടി ചെയ്താൽ അനുയായീകരണം തീർച്ചയായും തലകുലുക്കും. ഒരു കാര്യം: ഇവിടെ അത്ഭുതത്തിൻെറ മായാവലയമുണ്ടാകുന്നതു് മനക്കണക്കായി പറയുമ്പോഴാണു്. എഴുതിക്കാണിച്ചാൽ അത്ഭുതം അപ്രത്യക്ഷമാകും. വിചാരിച്ച സംഖ്യ ഏതുമാകട്ടെ (= x) 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചു 10 കൊണ്ടു പെരുക്കി 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചു 50 കൊണ്ടു വീണ്ടും പെരുക്കി 8 കൊണ്ടു പെരുക്കി വിചാരിച്ച സംഖ്യകൊണ്ടു് (അതോർക്കുന്നുണ്ടല്ലോ എന്നു ഇടക്കു് കയറിച്ചോദിക്കണം !) ഹരിച്ചു് ഉടൻ 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 125 ആകും.

പൊരുൾ: ഒരു മനുഷ്യൻ ഭൂമിയിൽ 125 വയസ്സുവരെ ഇരിക്കണമെന്നു നിനച്ചാൽ യാതൊരു തുകയും നിനച്ചു അതിനെക്കൊണ്ടു 125 വയസ്സു വരുത്തുവാനുള്ള ഉപായത്തെ ചൊല്ലുന്നു. ഇതിനു വഴി. 1 എന്നു നിനച്ചുവെങ്കിൽ ആയൊന്നിനെ 80 ൽ കുഴിക്ക. ഒരു കുറുകാണി $\left(\frac{1}{80}\right)$. അതിനെ പത്തിൽ പെരുക്കുക $\left(\frac{1}{8}\right)$. ഇതിനെ നാലിൽ കുഴിക്ക $\left(\frac{1}{32}\right)$. ഇതിനെ 50 ൽ പെരുക്കുക $\left(\frac{50}{32}\right)$. ഇതിനെ 8 ൽ പെരുക്കുക $\left(\frac{50}{4}\right)$. ഇതിനെ മുമ്പു് നിനച്ച 1 ൽ കുഴിക്ക $(11\frac{1}{2})$. ഇതിനെ 10 ൽ പെരുക്കുക (125). എന്നാൽ 125 വയസ്സും എന്നറിക.

2

മദകരിപോൽ വലിയതാകും മനുഷ്യനങ്ങളതൊന്നാം
അധികമിണംപെരുകുമടാ ഒരു വതുടനതിനെ
എഞ്ചാതമതന്നിലേഴും കനകം വില പറെ
നാലധികം അറുപതുപുമടാ വെറുമ്മുതലേ ഉരചെയ്വീർ.

പൊരുൾ: മദിച്ചു വരുന്ന ആനത്തലവനേപ്പോലെയിരിക്കുന്ന മല്ലനു് ഒന്നിനെ പത്തുമടക്കിൽ അധികം ചെയ്തു് 1024 അടതിന്നുന്നവനു് 800 ക 800 = 640000 പണം വിലയാകുന്നു എങ്കിൽ ഒന്നിനെ നാലു മടക്കിൽ അധികം ചെയ്ത 16 നെ 60 ൽ പെരുക്കി 960 അടതിന്നുന്നവനു പണം ചൊൽക.

ഇതിനു വഴി: 1024 അടയ്ക്കു് വില 640000 പണം. 960 അടയ്ക്കു എന്തു വില വരും? $\frac{640000 \times 960}{1024} = 600000$ പണം

എന്നു കാണുകയേ വേണ്ടു.

$$\frac{x}{80} \times \frac{10}{4} \times \frac{50}{x} \times 8 \times 10 = 125$$

ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ ഏതായാലും അതുകൊണ്ടു തന്നെ അവസാനം ഹരിക്കാൻ പറയുന്നു. എന്നതു് ശ്രോതാവു് ശ്രദ്ധിക്കാനിടയില്ല എന്നതാണു് ഗണിതത്തിലെ തിരുകുറി. ആദ്യം 80 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചതിനെ ശരിപ്പെടുത്താൻ അവസാനം 8 കൊണ്ടും 10 കൊണ്ടും ഗുണിക്കുന്നു മുണ്ടു്.

3

ആയിരമിതഞ്ച വിളങ്കും താമരയിൽ മേവും ഭൃംഗം
തൂയ്യവരിതഞ്ച പതത്തിൽ ചൊല്ലും കവിനൂറൊട്ടാനാൽ
തൊയതാരിതളൊരെണ്ണൂറാറാ അഥനീലനീതിപാഷ്കര
കായഞെന കവികളെ താൻ അരുൾ ചെയ്ക വചനമാതേ

പൊരുൾ: ആയിരം ഇതൾ ഉള്ളൊരു ചെന്താമരപ്പൂവിന്മേൽ ഇരിക്കുന്ന വണ്ട് നൂറൊട്ട രാഗം പാടുന്നു. 806 ഇതൾ ഉള്ളൊരു ചെന്താമരപ്പൂവിൽ ഇരിക്കുന്ന വണ്ട് എത്ര രാഗം പാടും എന്നു ചൊല്ലുക.

ഇതിനുവഴി: 806 ഉം 108 ഉം പെരുക്കുക.[3] 800 ക്ക 100 = 80000;
800 ക്ക് 8 = 6400; 100 ക്ക് 6 = 600;
6 ക്ക് 8 = 48.

ഇതിനെ കൂട്ടി പിടിക്കുക 87048. ഇതിനെ 1000 ൽ കഴിക്കുക

$$87\frac{48}{1000}$$

4

അൻപിനോടു നടന്ന മേവിന വമ്പനായൊരു രാജനു
അൻപതിനായിരക്കോടി ചുറ്റുദരത്തിനപ്പുമതങ്കുകേയം
ചങ്കുപൂവുമതായയോജന ചുറ്റിരട്ടി നരന്നുമ
ങ്ങിനു മോടമുതെത്തിനെയെന്നരയ്യു നല്ല കണക്കരേ.

പൊരുൾ: 50000 കോടി യോജന ചുറ്റുള്ള ഒരാനയ്ക്ക് ഒരു പൂവും ഒരു ചങ്കും അപ്പം തിന്നും. എങ്കിൽ 100000 കോടി യോജന ചുറ്റുള്ള ആന എത്ര അപ്പം തിന്നും

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലും പടി, 4 പൂവും 4 ചങ്കും അപ്പം തിന്നും എന്നും അറിക +

5

അഞ്ചുമാറുമേഴമെട്ടും നാലുരണ്ടുമൊരുവീട
അൻപൊടുപൊതുവേ കിട്ടിയപ്പമൊമ്പതേറും
അഞ്ചുമാകെ തങ്കം പറനി വെളുവുതായ്പെടാമൽ
നെഞ്ചിലില്ലെണ്ണറിന്ത എണ്ണർ നിന്നവാറു ചൊല്ലിടീർ

---

[3] ഗുണിക്കുന്നതിന് വഴി പറയുന്നു.

$$806 \times 108 = (800 + 6)(100 + 8)$$
$$= 800 \times 100 + 800 \times 8 + 6 \times 100 + 6 \times 8$$

ചുറ്റ് ഇരട്ടിച്ചാൽ വിസ്തീർണം നാലിരട്ടിക്കും എന്ന തത്ത്വമാണിവിടെ പ്രയുക്തം.

പൊരുൾ: ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 5; ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 6; ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 7; ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 8; ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 4; ഒരു വീട്ടിൽ ആളം 2 ഇങ്ങനെ വീട്ട് ആറും ആളം 32 ഉം കൂടെ പൊരുവിൽ കിട്ടിയ അപ്പം 14. അപ്പോളം മാരോ വീട്ടതോറും കൊടുക്കേണ്ട അപ്പം എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

ഇതിന വഴി: അപ്പം 14 ആളം 5 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക (70). ഇതിനെ 32–ൽ കഴിക്ക $\left(2\ \frac{3}{16}\right)$. 14 ഉം 6 ഉം പെരുക്കുക (84). ഇതിനെ 32–ൽ കഴിക്ക $\left(2\ \frac{5}{8}\right)$. 14 ഉം 7 ഉം പെരുക്കുക (98) ഇതിനെ 32–ൽ കഴിക്ക $\left(3\ \frac{1}{16}\right)$. 14 ഉം 8 ഉം പെരുക്കുക (112). ഇതിനെ 32–ൽ കഴിക്ക $(3\frac{1}{2})$ 14 ഉം 4 ഉം പെരുക്കുക. ഇതിനെ 32 ൽ കഴിക്ക $(1\frac{3}{4})$. 14 ഉം 2 ഉം പെരുക്കുക. ഇതിനെ 32 ൽ കഴിക്ക $\left(\frac{7}{8}\right)$. ഇങ്ങനെ

5 ആളം വീട്ടിൽ കൊടുക്കേണ്ടും അപ്പം		$2\ \frac{3}{16}$
6	,,	$2\ \frac{5}{8}$
7	,,	$3\ \frac{1}{16}$
8	,,	$3\ \frac{1}{2}$
4	,,	$1\ \frac{3}{4}$
2	,,	$\frac{7}{8}$

6

ആറടാ എട്ടിളന്നീർ അഴകിലേഴും നാരങ്ങാ തേ
ങ്ങാവേറെഴുനൂറും വിറനായകര വരവർക്ക
ഏഴിനവിരുണാലൊരൊ നീരന്തൊരു വിലയ്ക്കു എല്ലാം
മാറിനപൊരുളമൊത്താൽ മരുവിന വിലയെ ചൊല്ലീർ

പൊരുൾ: നാലു വ്യാപാരിമർ കൂടെ പോരുന്നപ്പോളം ഒരുത്തന്റെ പാറിൽ 6 അട ഉണ്ട്. ഒരുത്തന്റെ പാറിൽ 8 ഇളന്നീർ ഉണ്ട്. ഒരുത്തന്റെ പ

റിൽ 7 നാരങ്ങാ ഉണ്ട്. ഒരുത്തന്റെ പറ്റിൽ 700 തേങ്ങ ഉണ്ട്. ഇവകയും തങ്ങളുക്കില്ലാത്തതുപകർന്നും കൊണ്ടു വിറ്റപ്പോഴും 4 പേർക്കും മുതൽ ഒത്തിരുന്നു. അപ്പോഴും ഓരോരുത്തരു എത്ര വിലക്കു വിറ്റെന്നും ഓരോരുത്തർക്കു എത്ര മുതൽ ഉണ്ടെന്നും ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലും പടി: അട 6–ൽ 6 പേരു് 4 ഉം പോകെ 2; എളന്നീർ 8 ൽ പേരു് 4 ഉം പോകെ 4; നാരങ്ങ 7 ൽ 4 ഉം പോകെ 3; തേങ്ങ 700 ൽ പേരു് 4 ഉം പോകെ 696. ഈ 696 നെ 2 ൽ കഴിക്ക. അട ഒന്നിനു് വില 348; 696 നെ 4 ൽ കഴിക്ക. എളന്നീർ ഒന്നിനു് വില 174; 696 നെ 3 ൽ കഴിക്ക. നാരങ്ങ ഒന്നിനു് വില 232; 696 നെ 696 ൽ കഴിക്ക. തേങ്ങ ഒന്നിനു് വില പണം 1. അട ആറിൽത്തന്ന കൂടാതെയുള്ള മൂന്നു പേർക്കും കൊടുത്ത അട 3 പോയശേഷം 3 അട. അട ഒന്നിനു് വില പണം 348. ആകെ അട മൂന്നിനു് പണം 1044. എളന്നീർ ഒന്നിനു് വില പണം 174. നാരങ്ങ ഒന്നിനു് വില പണം 232. തേങ്ങാ ഒന്നിനു് വില പണംഒന്നും കൂടെ ഒരുത്തനു് വില പണം 1451. ഇതിന്മണ്ണം നാലുപേർക്കും മുതൽ ഒക്കുമെന്നും അറിക.

7

ഇനി കുറെ പെരുവയറന്മാർ പഴം തിന്ന കണക്കാണു്. പഴം 11881. കുറെ ആളുകളും കൂടി അതു് പങ്കിട്ടു തിന്നു. എല്ലാവർക്കും കിട്ടിയ പഴം ഒപ്പം. ഓരോരുത്തനും എത്ര പഴം കിട്ടി? 11881 നു് ഭാഗങ്ങളും കണ്ടുപിടിക്കാനില്ല; പക്ഷേ വർഗമൂലം ചെയ്യാം 109. പഴം മുറിക്കാതെ വിതിക്കണമെങ്കിൽ 109 ആളുവന്നു് 109 പഴം വീതം തിന്നണം. 109 പഴം തിന്നുന്നവനെ. പെരു വയറനെന്നല്ലാതെ മറെന്തു വിളിക്കാനാണു്. പാട്ടു് ശ്രദ്ധിച്ചോളു.

പണ്ടുമൊന്നമായിരത്തോടെട്ടുനൂറുമെന്നതൊന്നും
ഒത്തനൽ പ്പഴങ്കളൊക്കെ ഉണ്ണും വണ്ണം വയറനാം
ഒത്തുമേധരിക്കനാഥന്മള്ളതിന്നു സംഖ്യയെന്നു
ചിത്തമൂറു ചൊല്ലുവിൻ ജഗത്തിൽ നല്ലക്കണക്കരെ

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലും പടി: 11881 നെ 109 ആയിമൂലിക്ക. ആയതു കൊണ്ടു് ആളുകളും 109 എന്നും ഓരോരുത്തരു് ഭക്ഷിച്ച പഴങ്ങളും 109 എന്നും അറിയുക.

8

വർഗമൂലം കാണേണ്ടതായ മറെറാരു കണക്കുണ്ടു്.

നാവിൽ മാനിനീ വിരും പൂംനലങ്കയം തോഴിമാർക്കായി
പൂവിൽ വാഴ്വയൻ കൊടുത്ത പുതുപടം ആയിരമ്മേൽ
മെവിനാതഞ്ചു നൂറും ഇരുപതുമൊന്നുമൊക്കെ
കൊർവയായണിഞ്ഞു ചൂഴ്ന്തകനിചില്ലിമാതരെ താൻ

പൊരുൾ: രാജാവ് ഒട്ട സ്ത്രീകൾക്ക് 1521 മുത്തുമാലയെടുത്ത് ഒരുപോലെ പകുത്ത് ഒരുപോലെ പുണ്ടാലും എന്ന കല്പിച്ചു കൊടുത്തപ്പോൾ ഓരോരുത്തരു പുണ്ടുത്ത മാല ഏത്രയുണ്ടെന്നും ചൊൽക.

ഇവിടെയും മൂലിച്ചാണ് മാവനാൻ മാപ്പിള 39 എന്ന ഉത്തരത്തിലെത്തിച്ചേരുന്നത്.*

9

കോർത്ത നിത്തലകുങ്കുമകൊങ്കയാലം ഊട്ടകാതെൽ
കൊണ്ടോടികലന്തിടീർ
ആർത്തഭൂമിയിലഞ്ചിലൊന്നാറിലൊന്നാകും
അമളിയിൽ
മൂന്നിലൊന്നും ഏറാറിനിന്ന കണവൻ കയ്യിൽ ഒണ്ടൊരു
എട്ടിലൊന്നും
എലവാർ കുഴലിയേടീരട്ടൊടീരഞ്ചും പാർത്തു നിന്ന
പേരെണ്ണൊമ്പതാകും
പാരിലുള്ളവർ മുത്തപകുന്തിടീർ

പൊരുൾ: ഒരു സ്ത്രീ ഒട്ട മുത്തുത്താവടം ഇട്ടും കൊണ്ട് ഒരു ഘോഷം കാണാൻ പോയി. സുഖിച്ചു നിൽക്കുമ്പോൾ ലോകരാർത്ത നേരത്ത് അമളിയുണ്ടായി. ആ സമയം ആഭരണം ഇട്ട കിടന്ന താവടം അഴിഞ്ഞു് അഞ്ചൊന്നും ആറൊന്നും ഭൂമിയിൽ വീണുപോയി. പിന്നേയും അമളിയുണ്ടായി നേരത്ത് മൂന്നൊന്നും വീണുപോയി. അവളുടെ ഭർത്താവിന്റെ പക്കൽ എട്ടൊന്നാഭരണം കിട്ടി. അവം തന്റെ പക്കൽ പത്തിലൊന്നു, പതിനാറിലൊന്നും ഉണ്ടായിരുന്നു. അവളുടെ അടുക്കൽ നിന്നവരുടെ പക്കൽ 72 മുത്തുകിട്ടി. അപ്പോൾ ആകെ എത്ര മുത്തുത്താവടം ഇട്ടും കൊണ്ട് ചെന്ന എന്നും ചൊൽക.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} = \frac{948}{960}$$

ബാക്കി $\frac{12}{960}$ ഭാഗം = 72

അതുകൊണ്ട് ആകെമുത്ത് = 5760 എന്ന കാണുക

---

* $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ എന്ന തത്വം പ്രാവർത്തികമാക്കിയിരിക്കയാണ്.
$30^2 + 30 \times 9 + 30 \times 9 + 9^2 = 1521$
അതുകൊണ്ട് വർഗമൂലം $30 + 9 = 39$

10

അഞ്ചുവൈരം എട്ട നീലമാറുപുഷ്പം നൂറുമുത്ത
അഞ്ചിയെ പകർന്നൊരൊന്നൊരുത്തരു തമ്മിൽ
നൽകിനാൻ തങ്ങളിൽ വിറ്റു വിറ്റ തമ്മിലൊത്തിതാക
പൊൻ നെഞ്ചിലെണ്ണറിന്ത എണ്ണർ നിന്ന വാറു ചൊല്ലിടീർ

പൊരുൾ: നാലു് വ്യാപാരിമാരുകൂടെ പോകുന്നപ്പോൾ ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ 5 വൈരം ഉണ്ടു്. ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ 8 നീലം ഉണ്ടു്. ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ 6 പുഷ്പരാഗം ഉണ്ടു്. ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ 100 മുത്തു് ഉണ്ടു്. ഇവർകയ്യിൽ തങ്ങയ്കില്ലാത്തതു് ഓരോന്നു പകർന്നും കൊണ്ടു് വിറ്റപ്പോൾ നാലു് പേർക്കും മുതലൊത്തിരുന്നു. അപ്പോൾ ഓരോരുത്തരു് എത്രയ്ക്കു വിലക്കു് വിറ്റെന്നും ഓരോരുത്തർക്കു് എത്രയ്ക്കു മുതലുണ്ടെന്നും ചൊൽക.

ഇതിനുള്ള വഴി: വൈരം 5 ൽ പേരു് നാലും പോകെ 1. നീലം 8 ൽ പേരു് നാലും പോകെ 4. പുഷ്പരാഗം 6 ൽ പേരു് നാലും പോകെ 2. മുത്തു നൂറിൽ പേരു് 4 ഉം പോകെ 96. 96 നെ 96 ൽ അഴിക്ക 1. വൈരം 1 നു് വില 96. 96 നെ 4 ൽ കഴിക്ക 24. നീലം ഒന്നിനു് വില 24, 96 നെ 2ൽ കഴിക്ക. പുഷ്പരാഗം ഒന്നിനു് വില 48. 96 നെ 96 ൽ കഴിക്ക മുത്തു് ഒന്നിനു വില 1. വൈരം 5 ൽ പേരു് 3 ഉം പോകെ 2 വൈരം ഒന്നിനു് വില 96. ആകെ വൈരം 2 നു് വില 192. നീലം 1 നു് വില 24. പുഷ്പരാഗം ഒന്നിനു വില 48. മുത്താന്നിനു് വില 1 കൂടെ ഒരുത്തനു് മുതൽ 265. ഇതിന്മണ്ണം നാലുപേർക്കും മുതൽ ഒക്കുമെന്നു കാൺക. *

ഇതേപോലെയുള്ള മറ്റൊരു കണക്കു്:

11

വനിതാപദതാരു തന്നിൽ പരിചേഴം ചിലമ്പിൽ നൂറും
ശീരിയെ പവുഴമാറുനരന്താനും മന്നിയിൽ മുത്തു
വേറൊരൊന്നിരുത്തുകൊണ്ടു വിലയൊരു തരമായൊത്താൽ
കൂറുവിൻ എണ്ണർ പൊന്നും ഗുരുവതിൽ വിളങ്കുവാറെ.

---

* ഇതേ കണക്കു് ദോസ്കരാചാര്യരുടെ ലീലാവതിയിലുണ്ടു്. പി. കെ. കോരുവിന്റെ വ്യാഖ്യാനം നമുക്കു് പ്രയോജനപ്പെട്ടതാം. മിശ്രവ്യവഹാരം 19—ാം കണക്കു്

മാണിക്യാഷ്ടകമിന്ദുനീല ദശകം മുക്താഫലാനാം ശതം
സദ്വജ്രാണിച്ചതുര വണിജാം യേഷാം ചതുർണാം ധനം
സംഗസ്നേഹവശേനതേ നിജധനാദ്ധത്തൈക മേകം മിഥോ
മാതാസ്തുല്യധനാ: പൃഥഗ്വദസതേതദ്ത്ര മൂല്യം നിമേ

രണ്ടിലും വ്യാപാരികൾ നാലു്; മുത്തു് നൂറു്; വൈരം അഞ്ചു്. ഇതുവരെ സംഖ്യ കൂടി തുല്യം. മാവനാന്റെ പാട്ടിലെ 8 നീലം ലീലാവതികാരന്റെ 10 നീലം. ഇവിടെ 6 പുഷ്യരാഗത്തിനുപകരം ലീലാവതികാരൻ 8 മാണിക്യം എടുത്തു എന്നതു മാത്രമാണു് വ്യത്യാസം.

പൊരുൾ: ഒരു സ്ത്രീയുടെ കാലിൽക്കിടക്കുന്ന ചിലമ്പിൽ നൂറു മുത്തുണ്ട്. പുരുഷന്റെ കാലിൽ കിടക്കുന്ന ചിലമ്പിൽ നൂറു പവിഴം ഉണ്ട്. ഇവർകയ്യം രണ്ടുപേരും തങ്ങയ്ക്കില്ലാത്തതു് ഓരോന്നു പകർന്നു കൊണ്ടു് വിറ്റപ്പോയ് രണ്ടു പേർക്കും മുതലൊത്തിരുന്നു. അപ്പോയ് എത്രെയ്ക്കു വിലക്കു വിറ്റെന്നും ഓരോരുത്തർക്കു് എത്രെയ്ക്കു വിലയുണ്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലും വഴി: മുത്തു നൂറിൽ പേരു് 2 ഉം പോകെ 98. പവിഴം 6 ൽ പേരു രണ്ടും പോകെ 4 98 നെ 4 ൽ കഴിക്ക $24\frac{1}{2}$. അതിനാൽ പവിഴം ഒന്നിനു് വില $24\frac{1}{2}$. 98 നെ 98 ൽ കഴിക്ക. മുത്തു് ഒന്നിനു് വില 1. മുത്തു നൂറിൽ പകർന്ന മുത്തു 1 പോകെ 99 മുത്തു്. 99 നു് വില 99. പവിഴം 1 നു് വില $24\frac{1}{2}$.

$99 + 24\frac{1}{2} = 123\frac{1}{2}$. 5 പവിഴത്തിനു് $122\frac{1}{2} + 1$ മുത്തിനു് 1

$= 123\frac{1}{2}$.

10

നെൽക്കണക്ക്

ഒരു നിശ്ചിത അളവു നെല്ലു കുത്തിയാൽ കിട്ടുന്ന അരിയുടെ അളവു തന്നിട്ട് ഈ അനുപാതം വച്ച് മറ്റൊരളവ് അരി കിട്ടാൻ അളക്കേണ്ടുന്ന നെല്ലെത്രയെന്നു തിട്ടപ്പെടുത്തലാണ് ഈ പ്രകരണത്തിലെ സാരാംശം.

12

മതിചൂടും ഞാനെതിരെ നീയെമൗജ്ജു
മനസ്സാലളന്നരിക്കണക്കു ചൊൽക എന്നാൽ
പതിനാഴി നെല്ലിനരി നാലുമരെയാനാൽ
പരിചോടനെല്ലിനരിനാല്പതു പറയ്ക്കു
അതിനാകവന്നരി അളന്നു തുകയേറി
അഴകോടനാല്പതിനെ നാലുമര കൊണ്ട
പതിനാഴി എന്നു ചൊന്ന പത്തതിനിലീന്താൽ
വരുമാക കണ്ടു കൊയ്ക നെല്ലിനരിയെന്നേ

പൊരുൾ:

പതിനാറു നെല്ലിന് 4½ അരിയാകെ 40 പറ നെല്ലിന് എത്ര അരിയുണ്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

ചില പെരുക്കലും കഴിക്കലും നടത്തി 18 പറ അരി കിട്ടുമെന്ന് മാവനാൻ മാപ്പിള കണ്ടുപിടിക്കുന്നുണ്ട്. അതിനുള്ള മാർഗനിർദേശം സ്വന്തമായ ശൈലിയിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്നതു ശ്രദ്ധിക്കുക:

13

പതിനാഴിനെല്ലിനരിനാലരയ്ക്കാനാൽ
പരിചോട തിട്ടരിശിപത്തുമിരുനാലും
വരുമാറുകണ്ടളവു നെല്ലിനരിയെന്നാൽ
പതിനാറു രണ്ടരിശി പത്തൊട്ടനടത്തി
അതിനാക കൊണ്ടളവു നാലരയിലീന്താൽ
വരുമാക കണ്ടു കൊയ്ക നെല്ലിനരിയെന്നേ

പൊരുൾ:

പതിനാഴി നെല്ലിനു് $4\frac{1}{2}$ അരിയാകെ 18 പറ അരിക്കു് എത്ര നെല്ലുണ്ടെന്നും പൊല്ലുക.

ഇതിന്റെ ഉത്തരം 40 പറ എന്നാണെന്നു പറയേണ്ടതില്ലല്ലോ.

14

എട്ടിന്നമുന്നരിശി കണ്ടളവുനെല്ലിൽ
എട്ടരണ്ടുമാശുനെല്ലതെടുത്ത
ഒട്ടതൊലിഞ്ഞു കൊഴികോറി അളവാനാൽ
ഒക്കുന്നിടുകഴി അതിനറുവതാനാൽ
പെട്ടെന്നിയെ അതിന്നു നെല്ലുമരിവേറെ
ബോധം തെളിന്തവർകയം ചൊൽകതെളിവോടെ

പൊരുൾ:

എട്ടിന്നു മുന്നരിശി പോരുന്നതിൽ 110 പറ നെല്ലു പുഴുങ്ങിക്കുത്തി ഒട്ട തൊലിഞ്ഞപ്പോഴം പാറി അളവു കണ്ട തുക 60 ൽ നെല്ലു് എത്രയെന്നും അരി എത്രയെന്നും ചൊല്ലുക. (ഒട്ടു് = ഭാഗികമായി)

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലും പടി: അളവു കണ്ട നെല്ലും അരിയും കൂടെ 60 നെ തുക 8 ൽ പെരുക്കുക (= 480). ഇതിനെ തുക 2 ൽ കഴിക്ക (= 240). ഇതിനെ മുമ്പു തുക 8 ൽ കഴിക്ക (= 30). ഇതിനു് നെല്ലു് 80 പറ. ഇതിനെ മുമ്പു തുക 8 ൽ കഴിക്ക (= 10). ഇതിനെ അരിവീഴ്ച 3 ൽ പെരുക്കുക. കൊഴി നെല്ലു് 30 പറയും മുമ്പ നേല്ലു് 80 പറയും കൂടെ 110 എന്നും അറിക*

15

പത്തിന കണ്ടരിശി നാഴുമൊരുകാലും
പത്തോടു പത്തുപറ കൊണ്ടളവതിന്ന
പത്തിന കണ്ടരിശി ചൊല്ലിനളവാനാൽ
ഒക്കുന്നവാറതിനു നെല്ലളവു ചൊൽക

പൊരുൾ

പത്തിന $4\frac{1}{4}$ അരി കാണുന്ന 100 പറ നെല്ലു വായിപ്പെടുണ്ടവൻ പത്തിന 4 അരി കാണുന്ന കൊടുക്കേണ്ടും നെല്ലു് എത്ര എന്നു ചൊൽക.

---

* നാമിന്നിതു് ബീജഗണിതീയരീതിയിൽ ചെയ്യും അരി x പറ. നെല്ലു് $(60 - x)$ പറ. അരിയാകാൻ ഉപയോഗിക്കപ്പെട്ട നെല്ലു് $= 110 - (60 - x) = 50 + x$.

$$\frac{50 + x}{x} = \frac{8}{3}$$

$\therefore x = 30.$

നെല്ലു് = 80 പറ

എന്ന കണക്ക ചെയ്യും പടി: വായിപ്പ കൊണ്ട നെല്ല് 100 പറയും അരി വീതം $4\frac{1}{4}$ ഉം കൂടെ പെരുക്കുക (425). ഇതിനെ കൊടുക്കേണ്ടും നെല്ലിന്റെ അരിവീതം 4 ൽ കഴിക്ക. $106\frac{1}{4}$ പറ നെല്ല കൊടുക്കണം എന്നു് അറിക.

16

അയ്യിരണ്ടിനെല്ലിന്നിടങ്കഴി അഞ്ചതാമരി പോരുമാം
അയ്യിരണ്ടിലൊരോന്നുപോം പറക്കുകൊണ്ടനെല്ലതുന്നൂറിനാൽ
മെയ്യിതെന്നൊരെട്ടിനാലരി മൂന്നുപോരുമന്നെല്ലിനാൽ
പൊയികെട്ടും പറപത്തിനാലളവുറ്റ നെല്ല കൊടുത്തിടിർ.

പൊരുൾ:

പതിനാഴി നെല്ലിനു അഞ്ഞാഴി അരി പോരുന്നതു ഒമ്പതു നാഴി പയയാൽ 100 പറ നെല്ല വായിപ്പ കൊണ്ടവൻ എണ്ണാഴി നെല്ലിനു മുന്നാഴി അരി പോരുന്നതു പതിനാഴി പറക്കു കൊടുക്ക വേണ്ട നെല്ല് എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക. *എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി:* കൊണ്ട നെല്ല 100 പറയും 9 കൊണ്ട പറയും പെരുക്കി 4500. ഇതിനെ പതിനാഴി നെല്ലിൽ കഴിക്ക 450, ഇതിനെ എണ്ണാഴി നെല്ലിൽ പെരുക്കി 3600. ഇതിനെ അരി മുന്നാഴിയിൽ കഴിക്ക 1200. ഇതിനെ 10 പറയിൽ കഴിക്ക 120. എന്നാൽ 120 പറ നെല്ല കൊടുക്കണമെന്നു കാണുക.*

17

എട്ടിനു മൂന്നരിശി ആന വക നെല്ലാൽ
എട്ടോടു പത്തുമൊരുന്നൂറു നെല്ല കുത്തി
ഒട്ടു തൊലിഞ്ഞതങ്ങു കൊറിയതിനെത്താൻ
ഒക്കുന്നിടങ്കഴി അതിനുപതാനാൽ
പെട്ടെന്നിയെ അതിനു നെല്ലുമരിവേറേ
ബോധം തെളിന്തവർകയ്യം ചൊൽക തെളിവോടെ.

---

* നാം ഇന്നു് എഴുന്നവഴി ഏതാണ്ടിങ്ങനെയായിരിക്കും:
10 നാഴി നെല്ലിനു് കിട്ടുന്ന അരി = 5 നാഴി,

$$\therefore \text{9 നാഴി പറ നൂറു് നെല്ലിനു് കിട്ടുന്ന അരി} = \frac{5 \times 900}{10}$$

$$= 450 \text{ നാഴി}$$

പുതിയ നെല്ലു് എണ്ണാഴിക്ക കിട്ടുന്ന അരി = 3

$$\therefore \text{450 നാഴി അരി കിട്ടുവാൻ വേണ്ട നെല്ലു്} = \frac{8}{3} \times 450$$

$$= 1200 \text{ നാഴി}$$

$$= 120 \text{ പറ.}$$

നാട്ടുകാരുടെ ഉപകാരത്തിന്നായി

പി. ഷാട്ടറിനാൽ ചമെക്കപ്പെട്ട

ഒരു തിരുവിതാംക്കൂർ കണക്കുപുസ്തകം

ഇതിൽ

നെൽക്കണക്കു, പൊൻകണക്കു,

നിലം അളവുകണക്കു,

കുഴിക്കണക്കു, തടിക്കണക്കു,

ഇത്യാദി അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു.

COTTAYAM :
CHURCH MISSIONARY SOCIETY'S PRESS.
MDCCCLXXX. 1880.

പൊരുൾ:

8 നാഴി നെല്ലിനു് 3 നാഴി അരി പോരുന്നതു 118 ഇടങ്ങഴി നെല്ല കുത്തി ഒട്ട തൊലിഞ്ഞു കോറി അളന്നാറെ നെല്ലും അരിയു, കൂടെ 60 ഇടങ്ങഴി കണ്ടു. അപ്പോഴം അതിൽ അരി എത്ര നെല്ലു് എത്ര എന്ന ചൊല്ലുക.*

---

* 60 ഇടങ്ങഴിയിൽ നെല്ലു് x ഇടങ്ങഴി എന്ന സങ്കൽപിക്കുക.
അപ്പോഴം അരി (60 − x) ഇടങ്ങഴി

$$\therefore \frac{60 - x}{118 - x} = \frac{3}{8}$$

ലഘൂകരിക്കുമ്പോഴം $x = 25.2$ ഇടങ്ങഴി.
ആകയാൽ നെല്ലു് 25.2 ഇടങ്ങഴിയും അരി 34 8 ഇടങ്ങഴിയും ആയിരിക്കും.

11

പാക്കുകണക്കു്

വളരെ എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാവുന്ന കുറെ കണക്കുകളാണു് ഈ അധ്യായത്തിൽ വിവരിക്കുന്നതു്, ആയിരം പാക്കിനു വില പറയും ഇത്ര പണമെന്നു്. പിന്നെ ഇത്ര പണത്തിനു് എത്ര പാക്കെന്നോ അല്ലെങ്കിൽ നേരേ തിരിച്ചോ ചോദിക്കും. കണക്കുകളെല്ലാം പാട്ടായിത്തന്നെയാണു് അവതരിപ്പിക്കുന്നതു്.

18

പാക്കെട്ടുത്ത ചുമട്ടിലായു് പലരൊത്തുവന്നുനിരക്കവേ
പാർത്തിരുന്നതിലായിരത്തിനു പേർത്തുടൻ വില ചൊല്ലുകാ
തീർത്തെടുക്കയൊരാറൊടഞ്ഞു പണം വിലദ്ദുര ചെയ്തതിൽ
ചേർത്തൊരാറുപണത്തിനൊത്തുര ചെയ്ക നല്ല കണക്കരേ

പൊരുൾ

1000 പാക്കിനു് 30 പണം വിലയാകെ 6 പണത്തിനു പാക്കു ചൊൽകാ.

ചൊല്ലും വഴി: പണം 6 നെ തുക 1000 ൽ പെരുക്കുക (6000). ഇതിനെ വില പണം 30 ൽ കഴിക്ക. 200 പാക്കൊണ്ടെന്നും ചൊൽകാ.

19

പാക്കെട്ടുത്ത ചുമട്ടിലായിരമൊത്തതിൻ വില ചൊല്ലുകാ
തീർത്തതാറിനൊടാറു പൊൻവില അറുതായു് സഹസ്രമൊന്നിനു
ഇമ്പമോടുരണ്ടിരുന്നൂറുപാക്കുമിരട്ടിമാറി എടുത്തവൻ
അറുവാറുപണത്തെ അന്നു കൊടുത്ത മൂലമറിഞ്ഞുചൊൽ.

പൊരുൾ

1000 പാക്കിനു് 36 പണം വിലയാകെ 400 പാക്കിനു് പണം ചൊൽക.
ഇതിന്റെ ഉത്തരം 14$\frac{2}{9}$ പണമാണെന്നു വ്യക്തമാണല്ലോ.

20

പത്തൊടെട്ടു പണം വിലക്കു കൊടുത്ത പാക്കു സഹസ്രമാം
പത്തൊടൊന്നു പണത്തിനുനു കൊടുത്ത പാക്കു പണമൊത്തു ചൊൽ
പത്തൊടൊന്നു പണത്തെയുഞ്ചിരുന്നൂറുകൊണ്ടുനടത്തിയാൽ
പത്തൊടെട്ടു പണത്തിൽ മാറിയ പാക്കറിഞ്ഞുര ചെയ്തിടീർ

പൊരുൾ:

1000 പാക്കിനു് 18 പണം വിലയാകെ 11 പണത്തിനു് എത്ര പാക്കുണ്ടെന്നു ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലും പടി: പണം 11 നെ 1000 ൽ പെരുക്കുക. ഇതിനെ 18 ൽ കഴിക്ക. ഉത്തരം:—611.

21

കുറുപാട്ട തിരിക്ക ചാർവണ ആയിരത്തിനടക്കമായി
ആറുരണ്ടുപണം വിലക്കറ നൂറുപാക്കു കൊടുത്തവൻ
ആറുരണ്ടിലെടുത്തപാക്കറനൂറുകൊണ്ടുനടത്തിയാൽ
കുറു പാട്ട സഹസ്രമൊന്നിലിരുന്നതിവന്ന കണക്കുചൊൽ

പൊരുൾ: 1000 പാക്കിനു 12 പണം വിലയാകെ 600 പാക്കിനു പണം ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലും പടി: പാക്കു് 600 വില പണം 12 ൽ പെരുക്കുകാ— 7200. ഇതിനെ തുക 1000 ൽ കഴിക്ക. $7\frac{1}{5}$ പണം വിലയുണ്ടെന്നും അറിക.

12

പൊൻകണക്ക്



ഒരു ആമുഖം കൊടുത്തു് സ്വല്പം കൊഴപ്പിച്ചാണു് പൊൻകണക്കു് വിവരിക്കുന്നതു്. പൊന്നു് കൃത്യമായി ഉരുക്കാനുള്ള നടപടി ക്രമമാണു് ആദ്യം പറയുന്നതു്. പാട്ടശ്രദ്ധിക്കുക.

22

പൊന്നതെടുത്തു കൊണ്ടു കണക്കരും പണിചെയ്വതിന്നായി
പൊൻ ചുടുകന്നു മിത്തരമിട്ടു തീക്കനലും പെരുക്കി
പൊന്നതിലിട്ടരുക്കിനിറം കലർന്നൊരുകട്ടി തന്നേറ
കൽപിതമായി വരുന്ന പലത്തെ നേരുര ചെയ്വതിന്നായി
കൽപ്പടിയൊത്തു തൂക്കിയുരച്ചു സൂക്ഷ്മമറിഞ്ഞു മാറ്റും
മറ്റു കണക്കരും പലർ കൂടി ഉറ്റുര ചെയ്തു നന്നായി
നല്പണവും കൊടുത്തുള്ളുറയകം പകരുന്നേരം
നൽപരദൈവമേ എന്നു പൊന്നതടക്കിനാരെ.
നിറമറിയാതെ പൊൻകളതിന്നു മാറ്റു തിരിച്ചു ചൊൽവാൻ
നികരില്ലാതെ പൊന്നതുരുക്കം ചെട്ടിയെയും വരുത്തി
നവ വകയായി വളച്ചൊരുമിക്കു കത്തിയെരിഞ്ഞുതീയിൽ
മൂശയിൽ വച്ചുരുക്കിയെടുത്തു കണ്ടതു ഗ്രന്ഥരൂപം
എന്നതിൽ പിമ്പ ഉരൈത്തവൻ ചെന്നടക്കല്ലിടിത്തുകൊണ്ടു
എറിയ കൽനുൽ പിരിയും നലം സ്വയം പൊക്കിനാരെ
ക്രൂരിയ പൊന്നന്നൊത്തുരകണ്ടുരയ്യുരയിട്ടു
ആണി കൂവിൻ പൊന്നതറിഞ്ഞു എടുത്തുരൈക്കനല്ലുരെ
താനവൻ എടുത്ത കൈയ്യിൽ കരുതിനാമുലേക്കുനേരെ
കണ്ടു നീ എടുത്ത ആണി പിടിച്ചതു വലത്തുകൈയിൽമെല്ലവെ
പിടിച്ചുരച്ചകല്ലിനു മെഴുകിരുത്തിനിറമെഴും
മാറ്റും കണ്ടു നിറന്തരമറിത്തുചൊൽകാ.

എമരേഖ വലത്തുകയ്യിൽ എടുത്തയാണിയിണക്കമായി
വാമഭാഗമെടുത്തു കല്ലുമുലേക്കു നേരെയിരുത്തിനാൽ
തുമയോടു തിരിച്ചു നാസിക പാടുരണ്ടുരസിച്ചതും

ചിത്രരേഖയൊടൊത്ത കയ്യിരുപത്തൊരൊന്നരയിട്ടതും
ചിത്രമേണ വിലോചനത്തിലിരുത്തി വന്നതിനായതും
പത്രരേഖ പൊരുത്തതു വിസ്തൃതം പദം ഒത്തു കാൺ
തുക്കിനപൊന്ന തന്നെ തുരാത്തിലെ കൂട്ടിവച്ച വച്ചൊരു
പൊന്നിനെത്ത പശയതായി പണവുമിട്ടുതുക്കിനവിലയറിഞ്ഞു
സൂക്ഷ്മമായറിവൊരുക്ക നിക്കമെ പൊന്നുരുങ്ങി
പടി പകർന്നിട്ട കൊംവിൻ.
പൊന്നൊരൊതുക്കമിടപൊൻനിറമതേറി
ഒരൊരുപത്തിൽ കളക ചൊവ്വു വിലതന്നെ
തന്നൊടതുമാറിയൊരുപത്തതിനിലിഴ്ന്താൽ
താനതു വരുന്നവില പൊന്നിനു പണം താൻ

പൊരുൾ:

പൊന്നിനു പണം അറിയേണ്ടുകിൽ മാറും പണമിടയും കൂട്ടിപ്പെരുക്കി പത്തിൽ കഴിച്ചു വരുന്നതു ചൊവ്വ. അതിനെ പൊൻവട്ടത്തിൽ പെരുക്കി വരുന്നതു വിലയെന്നും അറിക.

23

പൊന്നിനു പണങ്കളറിവാൻ വഴികഥം കേഴംപ്പിൻ
പൊൻശതമതഞ്ചൊരുപതിനഞ്ചിടകഥംതുക്കം
പൊന്നിനു നിറങ്കളിരുനാലുമൊരു കാല്യം
പൊൻവിലകഥം ചൊല്ല പതിനൊന്നിനു പണം കാൺ
കണ്ടയിതു തുക്കമതുമാറിനെ നടത്തിടുകാമാവൊട്ട
നടത്തുക പണം കാൺ

പൊരുൾ:

$8\frac{1}{4}$ മാറ്റിൽ 515 പണമിട പൊന്നിനു് ചൊവ്വിന 11 പണം വിലയാകെ പണം അറിയേണ്ടുകിൽ മാറു് $8\frac{1}{4}$ ഉം പണമിട 515 ഉം പെരുക്കുക ($= 4248\frac{3}{4}$). ഇതിനെ 10 ൽ കഴിക്ക ($= 424.8$ ചൊവ്വ). ഇതിനെ പൊൻവട്ടം 11 ൽ പെരുക്കുക ($4673\frac{1}{2}$). ഇതിനെ 10 ൽ കഴിക്ക ($= 467.3$). ഇതുയും പണം രാശിവിലയുണ്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

24

പത്തു മാറു കഴഞ്ച പൊന്നൊരു പത്തുരണ്ടു പണം വില
പത്തിൽ മാറിയൊരമ്പതായു് നിറമൊത്ത പൊന്നതു കൊള്ളുവാൻ
പത്തുപത്തൊട്ടു നാല്പതെട്ടരയും പന്നത്തിനു പൊന്നു താൻ
എത്തിനെ എന്നു ചൊല്ലുവിൻ നല്ല എണ്ണരിൽ മുഖ്യകണക്കരേ

പൊരുൾ:

10 മാറ്റിൽ 10 പണത്തുക്കം പൊന്നിനു ചൊവ്വിനു 12 പണം രാശി വിലയാകെ 6 മാറ്റിൽ $148\frac{1}{2}$ പണം രാശിക്കു പൊന്നു ചൊല്ലുക.

വഴിയധികാരം: പണത്തിനു പൊന്നേക്കേട്ടാൽ പത്തു വില കൊണ്ടേറുക. ഇരിത്തുക വില പണത്തിൽ കണക്കാലെ ആദിമാറ്റിൽ കരിത്തൊട്ട പെരുക്കി കൊണ്ടാൽ ഇണക്കമായി വേണ്ടും മാറ്റിൽ ഇരിത്തിനാൽ പൊന്നതാമെ

എന്നകണക്കു ചൊല്ലും പടി: പണം $148\frac{1}{2}$ യും മുമ്പു പണമിടപത്തിൽ പെരുക്കുക (1485). ഇതിനെ മുൻവില പണം 12ൽ കഴിക്ക ($123\frac{3}{4}$). ഇതിനെ മുമ്പു മാറ്റു 10 ൽ പെരുക്കുക. ($1237\frac{1}{2}$). ഇതിനെ പിറകെ ചൊല്ലിയ മാറ്റ് 9 ൽ കഴിക്ക ($137\frac{1}{2}$). ഇതുയും പണമിട പൊന്നുണ്ടെന്നറിക.

25

പത്തുമാറ്റു മുതലായ പൊന്നൊരു പത്തുമൊൻപതും
എട്ടുമേഴുമൊരാറുമായനമാറ്റിലെ
ഇട്ടുരുക്കി എഴുന്തമാറ്റിരുനാലിനോടൊരുകാല്വമാം
മിക്കപൊന്നതൊരായിരം മികവാനതഞ്ചുതരത്തിലെ
പുക്കു പൊന്നതു വേറുവേറു തിരിച്ചു ചൊൽക കണക്കരേ.

പൊരുൾ;

10 മാറ്റിൽ കുറെ പൊന്നും 9 മാറ്റിൽ കുറെ പൊന്നും 8 മാറ്റിൽ കുറെ പൊന്നും 7 മാറ്റിൽ കുറെ പൊന്നും 6 മാറ്റിൽ കുറെ പൊന്നും കൂട്ടിയുരുക്കിക്കണ്ട മാറ്റ് $8\frac{1}{4}$ നു് പണമിട 1000–ത്തിനു് തുകവഴി മാറ്റും പണമിടയും ചൊല്ലുക.

ഇതിനു വഴി: മാറ്റിന്റെ തുക കൂട്ടിപ്പിടിക്ക. $10 + 9 + 8 + 7 + 6 = 40$. എന്നു നിറുത്തി ഇനി മുമ്പു മാറ്റു 10 ഉം പണമിട 1000 ഉം കൂട്ടിപ്പെരുക. 10000. ഇതിനെ മാറ്റു തുക 40 ൽ കഴിക്ക $= 250$. ഇനി മാറ്റ് 9 ഉം പണമിട 1000 ഉം കൂട്ടിപ്പെരുക്കുക $= 9000$. ഇതിനെ മാറ്റു തുക 40 ൽ കഴിക്ക $= 225$. 9 മാറ്റിൽ ചേർന്ന പൊൻപണമിട 225. ഇനി മാറ്റ് 8 ഉം പണമിട 1000 ഉം കൂടി പെരുക്കുക 8000. ഇതിനെ മാറ്റു തുക 40 ൽ 200. 8 മാറ്റിൽ ചേർന്ന പൊൻപണമിട 200. ഇനി മാറ്റ് ഏഴും പണമിട 1000 ഉം കൂട്ടി പെരുക്കുക 7000. ഇതിനെ മാറ്റു തുക 40 ൽ കഴിക്ക 175 7 മാറ്റിൽ ചേർന്ന പൊൻപണമിട 175. ഇനി മാറ്റ് 6 ഉം പണമിട 1000 ഉം പെരുക്കുക 6000. ഇതിനെ മാറ്റു തുക 40 കൊണ്ടു കഴിക്കുക 150. 6 മാറ്റിൽ ചേർന്ന പൊൻപണമിട 150.

26

പത്തിലഞ്ചും എട്ടിലാറും പത്തരഞ്ഞാമ്പതാം
പത്തിനോടു കാൽനിറം പെറുന്ന മാറ്റിലെൺപതു
കത്തിനിന്നതീയിൽ വച്ചുരുക്കി വന്നപൊൻനിറം
ഒത്തവാറു കണ്ടറിഞ്ഞിരപ്പതിന്നനല്ലരേ.

പൊരുൾ

10 മാറ്റിൽ 5 പണമിടപൊന്നും 8 മാറ്റിൽ 6 പണമിട പൊന്നും $10\frac{1}{2}$ മാറ്റിൽ 9 പണമിട പൊന്നും $10\frac{1}{4}$ മാറ്റിൽ 80 പണത്തൂക്കം പൊന്നും കൂട്ടി ഉരുക്കിയാൽ മാറ്റു ചൊല്ലുക.

ഇതിന്നു വഴി: പൊൻതുക കൂട്ടിപിടിക്ക. 100 എന്നു് നിർത്തുക. ഇനി തുക വഴി മാറ്റും പണമിടയും പെരുക്കുക. മുൻപു മാറ്റ 10 ഉം പണമിട 5 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക. 50 . 8 മാറ്റും 6 പണമിടയും പെരുക്കുക = 48 മാറ്റു $10\frac{1}{2}$ യും പണമിട 9 ഉം പെരുക്കുക. $94\frac{1}{2}$. മാറ്റു് $10\frac{1}{4}$ ഉം പണമിട 80 ഉം പെരുക്കുക = 820. ആകെ തുക നാലിനു് $1012\frac{1}{2}$. ഇതിനെ നിറുത്തിയ തുക 100 ൽ കഴിക്ക 10.125. ഇതു കൂട്ടി ഉരുക്കിയപ്പോഴും കണ്ട മാറ്റെന്നും അറിക.

27

മാറുപത്തു നിറം പെറുന്നതിൽ വച്ചപൊന്നൊരു മുപ്പതു
മാറ്റു നേരറിയാതെ കണ്ടൊരു പത്തു പൊന്നിട ചേർത്തതിൽ
മാറ്റി വന്ന നിറങ്കളൊമ്പതോടറ്റപൊന്നിട മാറ്റിയാൽ
മാറ്റു അഞ്ചിരുപാടു കൊണ്ട കഴിക്ക പൊൻനിറമൊത്തുകാൺ.

പൊരുൾ:

10 മാറ്റിൽ 30 പണമിട പൊന്നിൽ മാറ്ററിയാത്ത പൊൻ 10 പണമിടയും കൂട്ടിയുരുക്കി കണ്ട മാറ്റ 9നു് മാറ്ററിയാത്ത പൊന്നിന്റെ മാറ്റു് ചൊല്ലുക*.

ഇതിന്നു വഴി. കൂട്ടി ഉരുക്കിയ പണമിട 40 ഉം കണ്ട മാറ്റ 9 ഉം കൂട്ടി പെരുക്കുക 360 നു് നിറുത്തുക. ഇനി മുൻപു മാറ്റു 10 ഉം പണമിട 30 പെരുക്കുക = 300. നിറുത്തിയ തുക 360 ൽ 300 ഉം പോകെ 60 ഇതിനെ മാറ്ററിയാത്ത പൊൻപണമിട 10 ൽ കഴിക്ക = 6 മാറ്റെന്നും അറിക.

28

പത്തുമൊൻപതുമെട്ടു മാറ്ററിയാതപൊന്നൊരു മുപ്പത
ഉറ്റ പൊന്നൊരു നൂറുയെൺപതു നാലിലൊന്നൊരുകുറപൊൻ
കൂട്ടിനാലതുരുക്കിയൊട്ടൊരു മാപൊടെമ്പതു മാറ്റതേ
കൂടവേയുരചെയ്ക മാറ്ററിയാത പൊന്നിനു് മാറ്റു ചൊൽ.

പൊരുൾ:

10 മാറ്റിൽ 100 പണത്തൂക്കം പൊന്നും 9 മാറ്റിൽ 80 പണത്തൂക്കം പൊന്നും 8 മാറ്റിൽ 20 പണത്തൂക്കം പൊന്നും മാറ്ററിയാതെ പൊന്ന 30 പണമിടയും കൂടെയുരുക്കി കണ്ട മാറ്റ $9\frac{1}{4}$. മാറ്ററിയാത്ത പൊന്നിന്റെ മാറ്റു ചൊൽക.

---

* $10 \times 30 + x \times 10 = 9 \times 40$

$10x = 360 - 300 = 60$

$x = 6$

$$10 \times 100 + 9 \times 30 + 8 \times 20 + x \times 30 = 9\tfrac{1}{4} \times 230$$
$$1000 + 720 + 160 + 30x = 2127\tfrac{1}{2}$$
$$1880 + 30x = 2127\tfrac{1}{2}$$
$$30x = 247\tfrac{1}{2}$$
$$x = 8.25$$

29

ഒൻപതാനിറമൊത്ത പൊന്നിടയെൺപതോട്ട കലർന്നതിൽ
കമ്പിനിന്ന കലർന്ന നാലൊരു നൂറുമാവിടവെള്ളിയും
പങ്കുമോടിട ചേർത്തു മാറുക മുൻപു മാറ്റതിൽ മാറിയാൽ
തങ്കമായ നിറത്തിൽ നിന്ന കുറഞ്ഞ മാറ്റര ചെയ്യീടർ.

പൊരുൾ:

9 മാറ്റിൽ 80 പണമിട പൊന്നിൽ 20 പണമിടവെള്ളിയും കൂട്ടിയുരുക്കിയാൽ മാറ്റു പൊൽക. നൂറു മാവു് = 5.

ഇതിന്റെ വഴി: മുൻപു മാറ്റു് 9 ഉം പണമിണ 80 ഉം പെരുക്കുക = 720. ഇതിനെ വെള്ളി ചേർന്ന പണമിട 100 ൽ കഴിക്ക $7\frac{1}{5}$ മാറ്റെന്നും അറിക.

30

ആറിരിരുപതൊടിണയവന്തമുറയൊന്നിൽ കൂറു പിഴയാതെയിട കണ്ടതിരുപാട ആറോടൊരു മൂന്നു മിണയഞ്ചൊരു നിറത്തിൽ ചേരു മറിയാതയറ വൈത്തതൊരു വെള്ളി ആറോടഞ്ചുപത്തു മിടകലം ചേരൈ മാറി നിറമേറുപടി വേറുരകലം ചെയ്ക.

പൊരുൾ:

10 മാറ്റിൽ 240 പണത്തൂക്കം പൊന്നും 9 മാറ്റിൽ 240 പണത്തൂക്കം പൊന്നും അറവച്ച വെള്ളി 90 പണമിടയും കൂടെകൂട്ടിയുരുക്കിയാൽ മാറ്റു് ചൊൽക*

ഇതിന്റെ വഴി. പൊന്നിടയും വെള്ളിയിടയും മൻതുക കൂട്ടി പിടിക്ക 570. എന്ന നിറുത്തി ഇനി മുൻപു മാറ്റ 10 ഉം പണത്തൂക്കം 240 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക. = 2400. മാറ്റ 9 ഉം പണത്തൂക്കം 240 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക = 2160. തുക 2 നാൽ പെരുക്കം 4560. ഇതിനെ നിറുത്തിയ തുക 570 ൽ കഴിക്ക. 8 മാറ്റെന്നും അറിക.

31

പത്തീരട്ടിപൊന്നിതരംകു് പത്തുകാലതായി
വെള്ളിയും ഇട്ടരുക്കി എഴന്ത മാറ്റിരുനാലതാകവന്നതിൽ
ഇമ്പമാകമുൻതുകയ്ക്കു മാറ്റരയ്ക്കുമന്നരേ.

---

* $10 \times 240 + 9 \times 240 = 570x$
$x = 8$ മാറ്റു്

പൊരുൾ:

ചിറുതുമാറ്റിൽ 20 കഴഞ്ചുപൊന്നും $2\frac{1}{2}$ കഴഞ്ചുവെള്ളിയും കൂട്ടിയുരുക്കി കണ്ട മാറ്റ 8 ന്നു് മുൻപു് പൊൻകഴിഞ്ചിന്നു് മാറ്റു ചൊൽക.

ഇതിന്റ വഴി: പൊൻ കഴഞ്ച 20 ഉം വെള്ളിയിട $2\frac{1}{2}$ ഉം കൂടെ $22\frac{1}{2}$. ഇതിനെ കണ്ട മാറ്റ 8 ൽ പെരുക്കുക = 180. ഇതിനെ പൊൻ കഴഞ്ചു 20 ൽ കഴിക്ക = 9, 20 കഴഞ്ചു് പൊന്നിന്നു് 9 മാറ്റുണ്ടെന്നു് അറിക.

32

മാറ്റു പത്തു നീറം പെറുന്നതിൽ വച്ച വെള്ളിയൊരമ്പതും
മാറ്റിവന്ത നിറങ്കളെട്ടിന്റ പുക്കു പൊന്നിട ചൊല്ലുകാ.
അറപൊൻ നിറമുറവെള്ളിയിടയ്ക്കുമാറിനിർത്തിയാൽ
വട്ടം മാറ്റിലഴിക്കപൊന്നിടയൊത്തു വന്ന കണക്കരേ

പൊരുൾ: 10 മാറ്റിൽ ചിറുതു പണത്തുക്കം പൊന്നിൽ 50 പണമിട വെള്ളി ചേർത്തു ഉരുക്കി കണ്ട മാറ്റ 8 ന്നു് പൊൻ കഴഞ്ചു് ചൊൽകാ.

ഇതിന്റ വഴി. കണ്ട മാറ്റ 8–ഉം വെള്ളിയിട 50 ഉം പെരുക്കുക = 400. ഇതിനെ വട്ടം മാറ്റ 2 ൽ കഴിക്ക. ഇതിനാൽ ചേർന്ന പൊന്നു പണമിട 200 എന്നും അറിക

33

പത്തര നിറത്തിലിടവച്ച കനകത്തിൽ
പത്തൊടൊരു പത്തണയവച്ചതിരുപത്തു
വച്ചതിരുവത്തിടകയും പത്തൊന്നു നിറത്തിൽ
ചിത്തമതിലുറ നിറമൊത്തുരകയും ചെയ്കാ.

പൊരുൾ:

$10\frac{1}{2}$ മാറ്റിൽ 40 പണത്തുക്കം പൊന്നിൽ മാറ്ററിയാതെ പൊന്നു് 20 പണമിടയും കൂട്ടിയുരുക്കി കണ്ട മാറ്റ് 10. മാറ്ററിയാത്ത പൊന്നിന്റെ മാറ്റു ചൊല്ലുക.

ഇതിന്റ വഴി. കൂട്ടിയുരുക്കിയ പണമിട 60 ഉം കണ്ടമാറ്റ് 10 ഉം പെരുക്കുക = 600 എന്നു് നിറുത്തുക. ഇനി മുമ്പു് മാറ്റ് $10\frac{1}{2}$ യും പണമിട 40 ഉം പെരുക്കുക = 420 നിറുത്തിയ തുക 600 ൽ 420 ഉം പോകെ 180. ഇതിനെ മാറ്ററിയാത്ത പൊൻ 20 പണമിടയിൽ കഴിക്ക = 9. ഇതു് മാറ്ററിയാത്ത പൊന്നിന്റെ മാറ്റെന്നറിക.

34

ഏഴരമാറ്റിലൻപതു പൊന്നുരുക്കി അടിച്ചു പിന്നേ
ഏഴര മുപ്പതു വിടകണ്ടതിന്നേറിയ മാറ്റു ചൊല്ലുവാൻ

ഏഴരമാറിലുള്ളൊരു പൊന്നൻപതിനെ പെരുക്കി
ഏഴര മുപ്പതാവിട കൊണ്ടഴിച്ചതു മാറു തന്നെ.

പൊരുൾ:

$7\frac{1}{2}$ മാറിൽ 50 പണമിട പൊൻ ഓടവച്ചു് കണ്ടപണമിട $37\frac{1}{2}$ക്കു് ഏറിയ മാറു ചൊൽക

ഇതിനു വഴി. മാറു് $7\frac{1}{2}$ യും മുൻപു പണമിട 50 ഉം പെരുക്കുക = 375. ഇതിനെ ചുട്ടെടുത്ത പണമിട $37\frac{1}{2}$ യിൽ കുഴിക്ക = 10. ഇതു് ഓടവച്ച കണ്ട മാറെന്നും അറിക.

35

ആടകം മാറു ചൊൽവാൻ അറിവുടൻ ആണിതന്മേൽ
അഴകിയ കൊത്തും ചുഴിയും പുള്ളടി ചായ്വമെന്നാം
ആടകം ആണിതന്നിൽ പുറത്തെഴവകയും ചൊല്ലാം
അഞ്ചിനു അഞ്ചു കൊത്ത അഞ്ചേകാൽ ചുഴിവു മൂന്നാം
അഞ്ചര ചുഴിവു രണ്ടാം ഒരു ചുഴി അഞ്ചേ മുക്കാൽ
ആറിനു് നാലു കൊത്ത ആറേകാൽ പുള്ളടി കീഴ്ചായ്വൊന്നാം
അറിന്തീടിർ

ആറരയ്ക്കു പുള്ളടിയെന്നു ചൊല്ലാം
ആറോടു മുക്കാൽ ക്കും പുള്ളടി മേൽക്കൊത്തൊന്നാം
ഏഴിനു മൂന്നു കൊത്ത ഏഴേകാൽ പുറ ചായ്വൊന്നാം
അറിന്തീടിർ

ഏഴരയ്ക്കു കൊത്തതു രണ്ടും ചൊല്ലാം ആടകം അറിഞ്ഞു കൊള്ളാം
ആണികയും ഏഴെമുക്കാൽകൊത്തതു ഒന്നും ചൊല്ലാം
നാടിന മുറതിരുന്താൽ അന്തരം വന്തിടാതേ അറിന്തീടിർ
മെയ്യു കാണിർ എട്ടിനു രണ്ടു ചായ്വു ഏട്ടേ കാൽ
ക്കൊരു ചായ്വാം

എട്ടോടു അരയ്ക്കു വന്ന പുള്ളടി എന്നു ചൊല്ലാം
എട്ടോടു മുക്കാൽക്കു കൊത്ത തങ്ങഞ്ചു ചൊല്ലാം
എന്നുടൻ ഒൻപതിനും കൊത്തു നാലാകുമെന്നേ—
ഏറിയ ഒൻപതെ കാൽക്കകൊത്തതു മൂന്നു ചൊല്ലാം
അരയോടു ഒൻപതിനും കൊത്തു രണ്ടാകുമെന്നും
ഒൻപതെ മുക്കാൽ ക്കു ഏകിയെ കൊത്തിതൊന്നാം
എന്നിയേ അടയാളങ്ങളും പത്തിനുമില്ല ചൊൽവാൻ
ഏകിയേ പത്തേകാൽ ക്കു ചുഴി യ തഞ്ഞൊന്നു ചൊല്ലാം
ഇശമ്പുവിൻ പത്തരയ്ക്കു ചുഴിയതു രണ്ടു ചൊല്ലാം

ഏററമാം പത്തേമുക്കാൽ ചുഴിയതു മൂന്നും ചൊല്ലാം
ഏററമാം ആണികൾക്കു അകത്തിതെന്നറിഞ്ഞീടിർ താൻ

ക്രിയ:

അഞ്ചു മാറു തുടങ്ങി ഏഴേമുക്കാൽ മാറേറാളം ഉള്ള ആണികൾക്കു അടയാളം ചൊല്ലുന്നു.

5 മാറിനു് ഉള്ള ആണിക്കു പുറത്തു 5 കൊത്തു; $5\frac{1}{4}$ നു മൂന്നു ചുഴി; $5\frac{1}{2}$ ക്കു ചുഴി രണ്ടു്. $5\frac{3}{4}$ നു് ചുഴി 1; 6 നു് 4 കൊത്തു്; $6\frac{1}{4}$ ക്കു പുള്ളടിയും കീഴ്ചായ്വു 1; $6\frac{1}{2}$ ക്കു പുള്ളടി $6\frac{3}{4}$ ക്കു പുള്ളടിയും മേൽക്കൊത്തു 1. 7 നു് 3 കൊത്തു്; $7\frac{1}{4}$ ക്കു് പുറചായ്വൊന്നു്; $7\frac{1}{2}$ ക്കു 2 കൊത്തു്; $7\frac{3}{4}$ ക്കു് 1 കൊത്തു്.

8 മാറിനു് തുടങ്ങിയുള്ളതിന്നു് ആണിയുടെ അകത്തെ അടയാളം ചൊല്ലുന്നേൻ.

8 മാറിനു് 2 ചായ്വു് $8\frac{1}{4}$ ക്കു ഒരു ചായ്വു്; $8\frac{1}{2}$ ക്കു് പുള്ളടി; $8\frac{3}{4}$ ക്കു് 5 കൊത്തു്; 9 നു് 4 കൊത്തു്; $9\frac{1}{4}$ ക്കു് 3 കൊത്തു്; $9\frac{1}{2}$ ക്കു് 2 കൊത്തു്: $9\frac{3}{4}$ ക്കു 1 കൊത്തു്; 10 നു് കൊത്തില്ല; $10\frac{1}{4}$ ക്കു് ഒരു ചുഴി; $10\frac{1}{2}$ ക്കു് 2 ചുഴി; $10\frac{3}{4}$ക്കു് 3 ചുഴി ഇതിന്മണ്ണം അതെ ആണിയുടെ അടയാളങ്ങളം ആകുന്നതു്.

13

പലിശകണക്ക്

36

നൂറുരൂപ കടം കൊണ്ടതൊന്നൊരുമാസമേമിൽ പലിശയൊന്നതായി
നൂറുപത്തൊട്ട രൂപകൊണ്ടവൻ മാസമൻപതു ചെന്നതാൽ
ഒത്തപോലതിനുള്ള ലാഭമതിരുയെന്നാര ചെയ്യുവാൻ
ഒക്കുമായിരംരൂപയും അതിൽ മാസമൻപതും പെരുക്കിയാൽ
ഒത്തപോൻ പലിശയൊന്നതിൽ പെരുക്കിയങ്ങു നിറുത്തുക
നിറുത്തിനൂറു രൂപയും അതിൽ മാസമൊന്നുമായി പെരുക്കിയാൽ
നീതിയിത്തുകതന്നിലീവു ചെയ്യുവാനതു ലാഭമെ.

പൊരുൾ:

100 രൂപയ്ക്ക് മാസം 1 ൽ 1 രൂപ പലിശ പറഞ്ഞു ബോധിച്ചു വാങ്ങിച്ച രൂപ, 1000 ത്തിനു് ചെന്നമാസം 50 ക്കു് പലിശ ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലുംപടി: രൂപ ആയിരവും ചെന്നമാസം 50 ഉം പെരുക്കിയാൽ 50,000. ഇതിനെ ഒത്തപലിശ 1 ൽപെരുക്കിയാൽ 50,000 എന്നു നിർത്തി മുൻപു രൂപാ 100 ഉം ചെന്ന മാസം 1 ഉം പെരുക്കിയാൽ = 100 ഇനി നിർത്തിയ തുക 50,000 നെ 100 ൽ കഴിക്ക = 500. എന്നാൽ 500 രൂപ പലിശ കിട്ടുമെന്നു് അറിക.

മാസത്തിൽ 16 പണത്തിനു് കാൽ പണം പലിശയെത്ത ഒട്ടപണം കൊണ്ടു് 5 കാലം ചെന്നപ്പോൾ 4¼ പണം പലിശ കിട്ടി. അപ്പോൾ കൊടുത്ത മുതൽ ചൊൽക എന്ന പൊരുൾ വരുമാറാണു് മാവനാൻ കണക്കു് ചമൽക്കാരമായി അവതരിപ്പിക്കുന്നതു്.

37

ഉറുടൻ പരിശൊത്തതിങ്ങളിലൊത്തെഴുന്ന പണങ്ങളാൽ
ഒത്തു മറെറാരുവൻതരും പൊരുളായതിൽ വരുമാനവും
കാലമഞ്ചിനു് പെറെഴും മുതൽ മക്കളും താൻ
അറ നാലര ആയതിനവർ മുൻപു ചേർന്നിട്ടും
അമ്മതാൻ അച്ഛനാണു് അറിന്നതില്ല ഇനിക്കു യോഗമ
താകയാൽ

ചുറ്റുമുറ്റവരോടി നിക്കവരും മുതൽക്കു് കണക്കുതാൻ
ചൂത്തമാകുന്നുരത്തീടിർ ഗുരുവാണ ഇന്നി വിദ്ഗരേ
(കാലമഞ്ചിനു് = കൊല്ലമഞ്ചിനു്. തിങ്കൾ = മാസം)

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലും പടി *: ഒത്ത തിങ്കൾ 1 ഉം പലിശ കിട്ടിയ പണം $\frac{1}{2}$ ഉം പെരുക്കിയാൽ $4\frac{1}{2}$

ഇതിനെ ചെന്നകാലം അഞ്ചിനു് തിങ്കൾ 60 ൽ കഴിക്ക $9/120 = 3/40$ ഇതിനെ 4 ൽ പെരുക്കുക $= 3/10$. ഇതിനെ ഒത്ത മുതൽ 16 ൽ പെരുക്കിയാൽ $48/10 = 4\frac{4}{5}$ എന്നും അറികാ.

38

തിങ്കളാം പൊലിശക്കു കാലവു മിന്നതാമുതലുംപ്പടെ
കിട്ടമപ്പണം വെറുപങ്കുതു ചൊല്ലുവാൻ പണിയെങ്കിലോ
തിങ്കളും മുതൽ പലിശ കാലവും തമ്മിലോറിയിണത്തിടെ
പൊലിശയേ മുതലേതു മുല്പടെ ചൊല്ലവേണ്ടുമതെന്ന കേം
അന്ന മുന്നുതലുപ്പടെ പണമേറി മുമ്പതിനൈത്തതിൽ
അഴിക്കവെ മുതൽ പലിശ ഇപ്പടിചേർത്തു മേവിയുരക്കലോ
പങ്കിടെന്ന വകുപ്പറിന്തുകണക്കിടം പടിപാർക്കിലോ
പാരിലേറി വരും കണക്കർ പകുത്തു പങ്കതു ചൊല്ലിടീർ

പലിശത്തോതും കാലവും മുതലടക്കം പലിശയും തന്നാൽ എങ്ങനെ മുതൽ കാണാമെന്നു് വിവരിക്കുന്നതാണു് പാട്ടു്*.

പൊരുൾ:

തിങ്ങളിൽ നൂറിനു് $\frac{1}{2}$ പലിശക്കു് കൊണ്ട പണത്തിന്ന ചെന്ന തിങ്കൾ 8 നു് മുതൽ പലിശ ഉൾപ്പെടെ കിട്ടിയ പണം 520 നു് മുതലും പലിശയും വെവ്വേറെ ചൊല്ലുകാ.

മാവനാൻ ചെയ്യുന്നതു് നോക്കുക. ചെന്ന തിങ്കൾ 8 ഉം പൊലിശ $\frac{1}{2}$ ഉം പെരുക്കുക $= 4$ ഇതിനെ മുൻമുതൽ 10 ഉം കൂട്ടുക $= 104$ എന്നു നിർത്തുക. ഇനി പണം 520 ഉം മുൻകാലമാന നം 1 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക. 520 ഇതിനെ മുൻമുതൽ 100 ൽ പെരുക്കുക. 52000 ഇതിനെ നിർത്തിയതുക 104 ൽ കഴിക്ക 500 എന്നാൽ 500 പണം മുതലും 20 പണം പലിശയും ഉണ്ടെന്നറിക.

---

* [ഭിന്നിതത്തെ എഴുതുന്നക്രമം അറിവില്ലാത്തതു കൊണ്ട ഓരോ ഭിന്നിതത്തിനും പ്രത്യേകം ചിഹ്നം സ്വീകരിച്ചു് വിഷമിക്കുകയായിരുന്നു. മാവനന്റെ കാലത്തെ പതിവെന്നു് തോന്നുന്നു]

* [ഇന്നത്തെ സങ്കേതനങ്ങളിൽ പറഞ്ഞാൽ $r = 6\%$ $n = 8/12$; $A = 520$ P കാണുക

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right) = 520 = P\left(1 + \frac{8}{12} \times \frac{6}{100}\right)$$

$$= \frac{26}{25}P \quad \therefore P = 500 \text{ പലിശ} = 20\ ]$$

39

തിങ്ങളിൽ നൂറുക്കഞ്ചും തിരുന്തിയ മൂന്നും നാലും
പൊങ്കുമപ്പലിശയാലെ പൊരുവിലെ കൊണ്ടകാശ
അങ്കുമെ തൊണ്ണൂറുനാല അതിനുമെ ചെന്നകാലം
തിങ്കളെഴൈരു പതഞ്ചിൽ തിറമാകെ പൊലിശയൊത്താൽ
അന്നവർ പങ്കുതന്നെ അവരവരോട് വേറെ
ഇങ്കുനീരിയയമ്പവൽകിൽ എതിരുമണ്ണൊരുവരില്ലൈ

രസകരമായ ഈ കണക്കിന്റെ പൊരുൾ:

തിങ്ങളിൽ നൂറിന്ന 5 ഉം 4 ഉം 3 ഉം പലിശയൊത്ത മുന്നുപേരു കൂടെ 94 പണം കടം കൊണ്ടു അതിൽ 5 പലിശയൊത്തവൻ 7 തിങ്ങളും നിന്നു; 4 പലിശയൊത്തവൻ 5 തിങ്ങളും നിന്നു; 3 പലിശയൊത്തവൻ 10 തിങ്ങളും നിന്നു. ഇവർ മുവരും കൊടുത്ത പലിശ ഒരു പോലെ ഒത്തിരുന്നു. അപ്പോൾ ഓരോരുത്തരും കൊണ്ടു ചെന്ന മുതൽ എത്ര എന്നും പലിശ എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

*എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി**: പലിശ 5 ഉം തിങ്ങളും 7 ഉം പെരുക്കുക. 35; പലിശ 4 ഉം തിങ്ങളും 5 ഉം പെരുക്കുക 10; 20 പലിശ 3 ഉം തിങ്ങളും

---

* [ഓരോരുത്തരുടെയും മുതൽ x, y, z എന്നിരിക്കട്ടെ.

x നു് 5% പ്രകാരം 7 തിങ്ങൾക്കു് പലിശ $x \times \frac{35}{100}$

y നു് 4% പ്രകാരം 5 തിങ്ങൾക്കു് പലിശ $y \times \frac{20}{100}$

z നു് 3% പ്രകാരം 10 തിങ്ങൾക്കു് പലിശ $z \times \frac{30}{100}$

$35x = 20y = 30z$ എന്നതാണു് പലിശ അനുപാതം ഇതു തുല്യം k എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$x = \frac{k}{35} \quad y = \frac{k}{20} \quad z = \frac{k}{30}$$

$$x : y : z = \frac{1}{35} : \frac{1}{20} : \frac{1}{30} \text{ ie } \frac{1}{7} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$$

$$12 : 21 : 14$$

$$x = \frac{94 \times 12}{12 + 21 + 14} = 24$$

$$y = \frac{94 \times 21}{47} = 42$$

$$z = \frac{94 \times 14}{47} = 28 \text{]}$$

10 ഉം പെരുക്കുക—30 എന്നുനിർത്തി ഇനി നൂറു പണത്തിനെ മുൻപു നിർത്തിയ 35 കൊണ്ടു് കഴിക്ക = 100 / 35; രണ്ടാമത്തെ തുക 20 കൊണ്ടു് കഴിക്ക = 5, ഇനി മൂന്നാമത്തെ തുക 30 കൊണ്ടു കഴിക്ക = 100/30 ഇവ മൂന്നും കൂടെ കൂട്ടുക 11 ഉം ഇതു നിർത്തി ഇനി 94 ഉം 100/35 ഉം പെരുക്കുക =268 ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക 11 ശിഷ്ടം കൊണ്ടു കഴിക്ക 24.5 പലിശ ഒത്തവൻ ഏഴു തിങ്ങൾക്കു് കൊണ്ടു ചെന്ന മുതൽ =24 ഇനി 94 ഉം 5 ഉം പെരുക്കുന്ന = 470 ഇതിനെ 11 ശിഷ്ടം ൽ കഴിക്ക—42 ഇതു് 4 പലിശ ഒത്തവൻ 5 തിങ്ങൾക്കു് കൊണ്ടു ചെന്ന മുതൽ =42 ഇനി 94 ഉം $3\frac{1}{4}$ ശിഷ്ടം ഉം പെരുക്കുക = 313 ശിഷ്ടം ഇതിനെ 11 ശിഷ്ടം ൽ കഴിക്ക = 28 ഇത 3 പലിശയൊത്തവൻ 10 തിങ്ങൾക്കു് കൊണ്ടു ചെന്ന മുതൽ 28 ഇനി 24 ഉം 42 ഉം 28 ഉം കൂടെ 94 പണം മുതൽ ഒക്കുമെന്നും അറിക.

40

തിങ്ങളിൽ നൂറുക്കൊന്നായി ചെന്ന നാളെൺപതിന്ന
പൊങ്കുമ പലിശയാലെ പണമുതലഞ്ചു നൂറു
പൊങ്കിതു പലിശയാലെ പണം മുതലറിന്തതില്ലേ
ശങ്ക കൂടാതെ വീരർ കണക്കതെ തെളിയചൊല്ലീർ

പൊരുൾ:

തിങ്ങളിൽ നൂറിന്ന 1 പലിശയൊത്ത കൊണ്ടു പണം ചിറുതിന്ന ചെന്നനാൾ 80ന്ന പലിശ കിട്ടിയ പണം 500ന്ന മുൻമുതൽ എത്രെ എന്നുംചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലുംപടി: പലിശപണം 1 ഉം ചെന്നനാൾ 80 ഉം പെരുക്കുക. 80 എന്നു് നിർത്തി പലിശ കിട്ടിയ പണം 500 ഉം തിങ്ങൾക്കുനാളും 30 പെരുക്കി = 15000 ഇതിനെ മുൻമുതൽ 100 ൽ പെരുക്കുക. 1500000 ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക 80 ൽ കഴിക്ക = 18750 മുൻകൊടുത്ത മുതൽ 18750 എന്നും അറിക*

തിങ്ങളിൽ നൂറുക്കു 15/16 രൂപ പലിശയൊത്ത 100 രൂപ വാങ്ങിക്കയും അന്നു മുതൽ ഓരോ രൂപാ മുതൽ ഉടമക്കാരൻ തിരികെ പറുകയും ചെയ്താൽ

---

* $\left[P = ? \; N = \frac{80}{30 \times 12} ; \quad R = 12\% \quad \frac{P N R}{100} = 500 \right.$

$\left. P — \frac{500 \times 100 \times \times 12}{80 \times 12} = 18750 \text{രൂപാ} \right]$

100 നാണ്യം ചെല്ലുമ്പോൾ രൂപാ നൂറും പറഞ്ഞിരിക്കുകയും ചെയ്തിരിക്കുമ്പോൾ പലിശ കൊടുക്കേണ്ടും രൂപ ചൊൽക *

ഏന്ന കണ്ണണ്ട ചൊല്ലും കൂടി: ഒത്ത പലിശ രൂപ 15/16 നെ 30 ൽ കഴിക്ക= 1/32 ഇതു നൂറു രൂപാക്കു ഒരു ദിവസത്തെ പലിശ; 1/32 നെ 100 ൽ കഴിക്ക=1/3200 ഒരു രൂപയ്ക്കു ഒരു ദിവസത്തെ പലിശ. ഇനി രൂപ നൂറുംചെന്ന നാണ്യനൂറും തമ്മിൽ പെരുക്കി 10000 കാണുക, ഇതിനെ പാതിയാക്കുക 5000. നൂറിൽ പാതി 50 ഉം കൂട്ടി 5050. ഇനി 1/3200 നെ 5050 ൽ പെരുക്കി വന്നതു പലിശ രൂപ 5050/3200 (1 37/64) എന്നറിക. ഇനിയും ഒരു വഴി പറയുന്നു. വാങ്ങിച്ച രൂപ 100 ഉം ചെന്നനാണ്യം 100 ഉം തമ്മിൽ പെരുക്കിയാൽ 10000 ഉം രൂപ 100 ഉം കൂട്ടിയാൽ 10100 ഇതിനെ പാതിയാക്കുക5050. നൂറുനാളത്തെ പലിശ രൂപാ $3\frac{1}{8}$ ഉം തമ്മിൽ പെരുക്കി $157801\frac{1}{4}$. ഇതിനെ 10000 ൽ കഴിക്ക — 1 37/64 രൂപാ പലിശ കൊടുക്കണമെന്നറിക.

---

* ഇക്കണക്കു് നമുക്കു് എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാം. 100 രൂപക്കു് 1 ദിവസത്തെ പലിശ; 99 രൂപക്കു് 1 ദിവസത്തെ പലിശ ..... അങ്ങനെ ഒരു രൂപാക്കു് ഒരു ദിവസത്തെ പലിശ ഇതിന്റെ തുകയാണു് കണക്കാക്കേണ്ടതു്. $100 + 99 + 98 + \ldots\ldots 1$

$$= \frac{100 \times 101}{2} = 5050 \text{ രൂപാക്കു് } 1 \text{ ദിവസത്തെ പലിശ}$$

$$= 5050 \times \frac{1}{3200} = 1\frac{37}{64}$$ ഈ തത്വം ഭാഗ്യന്തരേണ മാവനാൻ മാപ്പിളപ്രയോഗിച്ചു എന്നതു് രസകരമായിരിക്കുന്നു.

മാസശമ്പള കണക്കു്

41

മാസ ംമാന തിലേക രൂപ പടിയാകയങ്ങ നിർത്തിയാൽ
മാസമഞ്ചതും നാളതാറിവ ചെന്ന താൽപടി കൂറുവാൻ
മാസമഞ്ചെയും നാളതാക്കി ഇവ രൂപ തന്നിൽ പെരുക്കിയാൽ
മുമ്പമാസമിൽ ഉള്ള നാള മുപ്പതി ലീവു ചെയ്യടൻ
വന്നതെ പടിയാകുമെന്നിവ കൂറുവിൻ യുകയാനതേ

പൊരുൾ:

മാസം 1 ക്കു് ഒരു രൂപ ശമ്പളമാകെ നിർത്തിയ ആളം അഞ്ചു മാസവും ആറു ദിവസവും സേവിച്ചു എന്നാൽ അവനു കൊടുക്കേണ്ടും ശമ്പളം ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലും പടി: * സേവിച്ച മാസം 5 നെ മാസം ക്കു് തീയതി 30 ൽ പെരുക്കുക. 150 ഉം ചെന്ന തീയ്യതി 6 ഉം കൂടെ 156 ഇതിനെ മാസം 1 ക്കു പടിയുള്ള രൂപാ 1 ൽ പെരുക്കുക 156. ഇതിനെ മുമ്പു മാസം 1 ക്കു് തീയതി 30 ൽ കഴിക്ക $5\frac{1}{5}$ രൂ എന്നറിക.

42

മാസമേകമതിൽ സപ്തരൂപ പടിയാകയുള്ള മനുഷ്യനു
മാസമൊന്നതും നാളതേഴിവ ചൊന്നതാൽ രൂപാപൊപ്പുവാൻ
മാസമൊന്നിനെ നാളതാക്കിയതിൽ സപ്തതീയ്യതി കൂട്ടിയാൽ
രൂപ ഏഴതിൽ മാറിയത്തുക മുപ്പതിലീവുചെയ്യടൻ കാണുമത്തുക
രൂപാ എന്നര ചെയ്യ നല്ല കണക്കരേ

പൊരുൾ:

മാസം 1 ൽ 7 രൂപാ ശമ്പളമാകെ വന്ന തീയ്യതി ഏഴിന്നും ശമ്പളം ചൊൽക.

---

* പടി എന്ന പദത്തെ ശമ്പളം എന്ന അർഥത്തിൽ പ്രയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു. മാസംപടി വന്നതങ്ങിനെയാകാം.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി. മാസം 1 നെ തീയ്യതി 1 ൽ പെരുക്കുക. 30 ചെന്ന തീയ്യതി 7 കൂടെ 37. ഇതിനെ മാസം 1 ക്കു് പടിയുള്ള രൂപാ 7 ൽ പെരുക്കുക. 259 ഇതിനെ മാസം 1 ക്കു് തീയ്യതി 30 ൽ കഴിക്ക 8.63 രൂപ കൊടുക്കണമെന്നറിക.

43

ഏകമാസമതിൽ ദശമേക രൂപ പടിയാകയിങ്ങു നിർത്തിയാൽ
ആകമാസമൊരു മൂന്നതാചിവ നാളതൊൻപതു ചെന്നതും
കൂടവേ മണി ഏഴിടഞ്ഞു പടിയാക ഇന്നരചെയ്യുവിൻ

പൊരുൾ:

മാസം 1 ൽ 11 രൂപാ ശമ്പളമാകെ ചെന്നമാസം 3 ഉം തീയ്യതി 9 മണിക്കൂറു് 7 നും കൂടി ശമ്പളം ചൊല്ലുക

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലും പടി: മാസം 3 നെ തീയ്യതി 30 ൽ പെരുക്കുക 90 ഉം ചെന്ന തീയ്യതി 9 കൂടെ 99 ഇതിനെ തീയ്യതി 1 ക്കു് മണിക്കൂറു് 24 ൽ പെരുക്കുക. 2376 ഉം ചെന്ന മണിക്കൂറു് 7 ഉം കൂടെ 2383 ഇതിനെ മാസം ഒന്നുക്കു് രൂപ 11 ൽ പെരുക്കി 26213 ഇതിനെ മാസം 1 ക്കു് മണിക്കൂറു് 720 ൽ കഴിക്ക = 36.4 എന്നു കാണുക.

44

മാസമീരായിരം രൂപാ പടിയിനാൽ നാളൊന്നിന്ന
നാഴികവിന്നാഴികയും വീപ്പുമിറുന്നരന്തന്നിൽ
വീതമായി നിൽക്കും രൂപാവിരവോടു കണക്കർ ചൊല്വീർ

പൊരുൾ:

മാസം 1ക്കു് 2000 രൂപാ ശമ്പളമാകെ ദിവസം 1 ക്കു് രൂപ എത്ര എന്നും നാഴിക 1 ക്കു് ശമ്പളംരൂപാ എത്ര എന്നും വിനാഴിക 1 ക്കു് രൂപ എത്ര എന്നും വീർപ്പു 1 നു് ശമ്പളം രൂപാ എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി: രൂപാ 2000 നെ മാസം 1 ക്കു് ദിവസം 31 ൽ കഴിച്ചു വന്ന തീയതി 1 ക്കു് രൂപാ 66½ ഇതിനെ ദിവസം 1 ക്കു് നാഴിക 60 ൽ കഴിച്ചു വന്നതു് രൂ 1 1/10 (ഏതാണ്ടു്) ഇതിനെ നാഴിക 1 ക്കു് വിനാഴിക 60 ൽ കഴിച്ചു രൂപ 11/600 എന്നും ഇതിനെ വിനാഴിക 1 നു് വീപ്പു 6 ൽ കഴിച്ചു വന്നതു് വീർപ്പു 1 നു് രൂപാ 1/3600 എന്നും അറിക.

ആണ്ടുശമ്പളക്കണക്കു്

45

ആണ്ടിലക്കപൊന്നും അറുപത്തു പറനിനാൽ കഴഞ്ചു പൂണ്ടൊരു
വൻ പൊൻ പത്തുപറനിനാൽ

ആണ്ടതിൽ സേവിക്കുന്നാ ളതിനെ ചെപ്പായി അറിവുരെയ്ക്ക
നാടതിൽ കണക്കനല്ലൊർ

പൊരുൾ:

ആണ്ടൊന്നക്ക് 64 പൊന്നിന സേവിക്കുന്നവൻ പത്തുപൊൻ ഉംക്കോം പറിയാൽ നിൽക്കേണ്ടും നാം എത്ര എന്നും ചൊൽക.

ഇതിന വഴിയധികാരം

ഉംക്കോം കൊണ്ടാനഴലനാം ചൊല്ലവേണ്ടി
തപ്പാതവനീലക്കം താനറിന്ത
ഉംക്കൊണ്ട പൊന്നതിനേയാണ്ടിനോട്ട പെരുക്കി
മുതൽപ്പെട്ട പൊന്നക്കീഴ്മുമൊഴിനാളതാമേ

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി: ഉംക്കൊം പറിയ പൊൻപത്തു ആണ്ടൊന്നക്കനാം 360 ഉം പെരുക്കുക. 3600 ഇതിനെ പൊൻ 64 ൽ കഴിക്ക നാം 5 നാഴിക 15 എന്നും അറിക.

46

ആണ്ടിലെട്ടുപൊൻ നല്കുതാം ദിനമൊരുത്തന്നവേലനാം
ആണ്ടുപൊന്നുമെരേഴ മുപ്പതനാളൊരുത്തന വേലയാം
ആറു പൊന്നിന സേവകൻ നാളിരുപതു നിന്നതും
നിന്നപേരിവ മൂന്നിനും അഞ്ചു പത്തു നാലുപൊൻ
വന്നതാൻ നീതിയാലവരിൽ വേറു വേറു
തുകചൊൽകയിന്ന കണക്കരേ

പൊരുൾ:

ആണ്ടൊന്നിന 8 പൊന്നിന്ന സേവിച്ചവൻ നിന്നനാം 40; ആണ്ടൊന്നിന് 7 പൊന്നിന സേവിച്ചവൻ നിന്നനാം 30; ആണ്ടൊന്നിന് 6 പൊന്നിന സേവിച്ചവൻ നിന്നനാം 20. ഇവരമൂവർക്കും കൂടെ പൊതുവിൽ കിട്ടിയ പൊൻ 54 ന അവരവരുടെ വീതപ്രകാരം കൊടുക്കേണ്ട പൊന്ന ചൊല്ലുക.

ഇതിൽ വഴിയധികാരം

മികത്തരവിലക്കനാളും മിക്കപേരനേകക്കാർകെ
പകുത്തരിപ്പെഴുന്തപൊന്നാൽ പകുപ്പിടും പടിയെകേളായി
ഇലക്കയെ നാളിൽ മാറി എഴുന്തപൊൻ അതനിലേറി
കുഴുത്തുക അതനിലിയെമൊഴി പിഴ എഴുവതില്ലൈ

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലും പടി: മുൻ ആണ്ടത്തെ പൊൻ 8 ഉം അവൻ നിന്ന നാം 40 ഉം പെരുക്കുക. 320 രണ്ടാം ലക്കമായ പൊൻ 7 ഉം അവൻ നിന്നനാം 30 ഉം പെരുക്കുക 210. മൂന്നാം ലക്കമായ പൊൻ 6 ഉം അവൻ

നിന്നനാളും 20 ഉം പെരുക്കുക = 120. ഈ മൂന്നു തുകയും കൂടെ 650 എന്നു നിർത്തി ഇനി മുമ്പിലത്തെ പെരുക്കം തുക 320 ഉം പൊതുവിൽ കിട്ടിയ തുക 54 ഉം പെരുക്കുക. 17280 ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക 650 ൽ കഴിക്ക = 265 (ഏതാണ്ടു്) ഇതു എട്ടു മഹാന്നിന്ന സേവിച്ചവനു് കൊടുക്കവേണ്ടും എന്നറിക മറവരുടേയും ഇതിന്മണ്ണം പെരുക്കി അഴിച്ചാൽ വരുമെന്നും അറിക.

47

ആണ്ടവരെ കാലത്തുകുപത്തുക്കൊന്നായി അഞ്ഞൂറുവൻ
കൊണ്ടപണം മൂവിരു നൂറാനതിനവെന്നി പറും കാലംനാൽ
തിങ്കളുമഞ്ചാനാൽ നാളിരുമൂന്നാകും നാഴികയും
പതിനഞ്ചാനാൽ
അങ്കുതിനായി വന്തപൊലിശയ്യു കൂക്കൂടാതിങ്ങൊരുവർ
ചൊൽകിലവർതന്മേപലപോതും ചിന്തയ്യായകുവരേ
സ്തുതിചെയ്യാം പിഴയില്ലെനീർ

പൊരുൾ:

ആണ്ടവരെ പത്തിനൊന്നു പലിശയൊത്ത കൊണ്ടപണം 600 നു ചെന്ന കാലം 4; തിങ്ങളം 5; നാളും 6; നാഴിക 15 നു പലിശ എത്ര എന്നും ചൊൽക.

ഇതിനു വഴി

മുതലുടൻ പലിശ മാറി മുൻമുതല തന്നിലിന്ത വിതെത്തുടനെങ്കതിനെ വീണ്ടുരണ്ടാറിലിടാൽ അതിനുടൻവന്തെയീവും അറിവുടൻ നാളും മാറി ചതികടെ തിങ്കളും നാളിൽ ചമെത്തുകൊണ്ടഴിത്തിടായേ.

ഏന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി: മുതൽ 600 ഉം പലിശ 1 ഉം കൂടെ പെരുക്കുക 600 ഇതിനെ 10 ൽ കഴിക്ക = 60 ഇത ഒരു കാലത്തിന്ന പലിശ വന്ന പണം 60. ഇതിനെ 12 ൽ കഴിക്ക. ഒരു തിങ്ങളക്കു വന്ന പണം 5. ഇതിനെ 30 ൽ കഴിക്ക. ഒരു തീയതിക്കാവുന്ന $\frac{1}{6}$ ഇതിനെ 60 ൽ കഴിക്ക = 1/360 നാഴിക 1 നു് പണം 1/360 എന്നാൽ കാലത്തിന്റെ പലിശ ചെന്നകാലം 4 ൽ പെരുക്കുക 240. തിങ്ങളം 5 ൽ പലിശ 5 നെ ചെന്ന തിങ്ങളം 5 ൽ പെരുക്കുക = 25 നാളും ഒന്നിന്റെ പലിശ $\frac{1}{6}$ നെ ചെന്നനാളും 6 ൽ പെരുക്കുക = 1; നാഴിക 1 ന്റെ പലിശ 1/360 നെ ചെന്ന നാഴിക 15 ൽ പെരുക്കിയാൽ 1/24. ഇത്തുക എല്ലാംകൂട്ടിപിടിക്ക,

$$240 + 25 + 1 + \frac{1}{24} = 266\frac{1}{24}$$ പലിശ എന്നറിക.

ഒട്ടകണക്ക്

48

നാലുകോലതുനീളം വീതിയും ഒട്ടവും കുഴികോലതിൽ
നീളവും നടഎട്ടിരട്ടികൊട്ടക്കനെൽപറ എട്ടുകാൽ
ഏറുമന്നടകോലിതൊന്നിനിരുനാഴിനെൽ പടിവീതമായി
അന്ന കോലുനട നകൊംകവൻകൊലഥസ്സുകണക്കുചൊൽ

പൊരുൾ: 4 കോൽ നീളത്തിൽ 4 കോൽ വീതിയിൽ ഒരിക്കോൽതാഴ്ച യിൽ തോണ്ടിഎട്ടുക്കുന്ന മണ്ണിനെ ചുമന്നു 16* കോൽ ദൂരെ കൊണ്ടു ഒഴിന്നി ടുന്നതിനു 1 പറ നെല്ലു 8 പീടിച്ച പറയ്ക്കു കൊടുക്കണം. ഓരോ കോൽ ഏറെനടക്കിൽ ഇരുനാഴിനെല്ലു ഏറെ കൊടുക്കണമെന്നും അറികാ.

16 കോൽ കൊണ്ടുപോകാൻ കൂലീ = 32 നാഴി

1 കോൽ കൊണ്ടുപോകാൻ കൊടുക്കേണ്ട നെല്ലു = 2 നാഴി

49

അറുപതകോൽ നീളംതന്നിൽ അകലവും നാല്പതാകെ താഴ്ച കോൽ രണ്ടതി ന്നതക്കതായി ഒട്ടം ചൊൽക.

പൊരുൾ: 60 കോൽ നീളത്തിൽ 40 കോൽ വീതിയിൽ 2 കോൽ താഴ്ചയിൽ കുഴിതോണ്ടുന്നതിനു ഒട്ടം ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്കുചൊല്ലുംപടി. നീളം 60 ഉം വീതി 40 ഉം പെരുക്കുക 2400 ഇതിനെ താഴ്ച 2 കോലിൽ പെരുക്കി 4800 ഇതിനെ 16 ൽ കുഴിച്ചു വന്നത 300 എന്നറിക.

50

20 കോൽ നീളത്തിൽ 15 കോൽ വീതിയിൽ തോണ്ടിയ നിലത്തിനു ഒരു ഭാഗത്തെകുഴി 2 കോൽ ഒരു ഭാഗത്തെകുഴി $1\frac{3}{4}$ കോൽ ഒരു ഭാഗത്തെകുഴി $1\frac{1}{4}$ കോൽക്കു ഒട്ടചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി. മൂന്നു ഭാഗത്തേകുഴിയും കൂട്ടി പിടിക്കാ $5\frac{1}{4}$. ഇതിനെ മുന്നൊന്നാക്കിയാൽ നിരപ്പിൽകുഴി $1\frac{3}{4}$ കോൽ, ഇനി നീളം 20 ഉം

വീതി 15 ഉം പെരുക്കുക = 300 ഇതിനെ $1\frac{3}{4}$ ൽ പെരുക്കിയാൽ 525 പരപ്പു വരും. ഇതിനെ 16 ൽ കഴിച്ചുവന്നത ഒട്ടം $32\frac{3}{4}$ ഒരു ഒട്ടത്തിനു 8 ഇടങ്ങഴി (16ഘനകോൽ = 1 ഒട്ട)

നെല്ലുകുലി പത്തിനൊന്നു പതാരമെന്നറികാ

51

8 കോൽ സമചതിരത്തിൽ കഴിതോണ്ടിയാൽ ട്ടെം ചൊല്ലുക.

ഏന്നകണക്ക്ചൊല്ലുംപടി. നീള. 8 കോലും വീതി 8 കോലും പെരുക്കുക. 64 ഇതിനെ കഴി 8ൽ പെരുക്കുക 512. ഇതിനെ 16 ൽ കഴിക്ക 32 ഒട്ടമെന്നും അറികാ,

52

40 കോൽ വട്ടത്തിൽ 5 കോൽ കഴീ തോണ്ടുന്നതിനു ഒട്ടം ചെല്ലുകാ

ഏന്ന കണക്ക്ചൊല്ലുംപടി വട്ടം 40 കോലിനെ ഒരിക്കോൽ വട്ടത്തിനു അവിട്ടം* $\frac{100}{320}$ ൽ പെരുക്കി = $12\frac{1}{2}$. ഇതിൽ പാതി $6\frac{1}{4}$ വട്ടം ഇതിനെ 40 ൽ പാതി 20 ൽ പെരുക്കി 125 ഇതിനെ കഴി 5 ൽ പെരുക്കി 16 ൽ കഴിച്ചുവന്നതു് ഒട്ടമെന്നറിക.

പിന്നെയും ഒരുവഴി ചെല്ലാം. വട്ടം 40 നെ $\frac{100}{320}$ ൽ പെരുക്കി അവിട്ടം = $12\frac{1}{2}$ ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കി $\frac{625}{4}$ ഇതിനെ $\frac{3}{4}$ ൽ പെരുക്കി $\frac{1875}{16}$ ഇതിനെ കഴി 5ൽ പെരുക്കുക. = $\frac{1875 \times 5}{16}$ ഇതിനെ 16ൽ കഴിച്ചുവന്നതു് ഒട്ടം എന്നറിക = $36\frac{1}{2}$

53

വൃത്തം കോലളവു മുന്നു നന്മയാകും വട്ടമേകം
വട്ടമതുകാൽ മാവുകാണിയിൽ കോൽവിട്ടത്തിനു
മുന്നെനാന്മാക്കൊൽവിട്ടം നാലു കൂട്ടം തങ്കെയും
പുറമെഴും ചതുരമാമെവടമായറിക പിന്നെ വിട്ടവും
ഉടൻപുറപ്പ

---

* ഇവിടെ അവിട്ടം = Diameter
വട്ടം = Circumfrence
$\pi = \frac{320}{100} = 3\frac{1}{5}$
ആയി എടുത്തിരിക്കുകയാണു്.

പൊരുൾ

ഒരിക്കോൽ വിട്ടത്തിന്നുമൂന്നെനാന്നാക്കോൽ വട്ടം ഒരിക്കോൽ വട്ടത്തിന്നു കാലെമാകാണിക്കോൽ വിട്ടം വിട്ടം 4 കൂടിയതു ചതുരമെന്നും അറിക.

മൂന്നേനാന്നാക്കോൽ $= 3\frac{1}{5}$ കോൽ

വിട്ടം ഒന്നിനു വട്ടം $3\frac{1}{5}$

കാലേമാകാണി $= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

$\pi = 8\frac{1}{5}$ എന്നെടുത്തിരിക്കയാണു് (ഏകദേശമായിട്ടു്)

54

അമ്പൊട്ട ഞാണെ അരയാക്കി അമ്പുടനെ മാറി അറിന്താക്കാൽ കോമ്പനയാകീൽ വില്ലായി നിന്നതും കഴിയൊന്നരയ്ക്കലാമേ

പൊരുൾ

വില്ലും ഞാണും പോലെ ഇരിക്കുന്ന നിലത്തിന്നു ഞാൺ 80 കോൽ അഞ്ചു 15 കോൽക്കു കഴി ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്കു ചൊല്ലും പടി

ഞാൺ 30 ഉം അമ്പു 15 ഉം കൂടെ 45 ഉം. ഇതിൽ പാതി $22\frac{1}{2}$. ഇതിനെ അമ്പു 15ൽ പെരുക്കുക. കഴി $337\frac{1}{2}$ എന്നറിക.

55

മൂന്നുകൈ നാളുന്നുചേർത്ത അതിനെ നാലിടത്തീൽ വച്ച മൂലകൈ ഇലക്കവും മുറപ്പടേക്കളന്നതും മൂന്നുമൊന്നുമാറിവന്ന മൂലമിന്നതെന്ന മൂന്നു കൈനിലത്തി നൊള്ള വക അറിന്തു ചൊല്ലിടീർ.

പൊരുൾ

3 കോണിയിരിക്കുന്ന നിലത്തിന്നു ഒരു കൈ 15; ഒരു കൈ 14 ഒരു കൈ 13 നും കഴി ചൊല്ലുക.

---

* ശരിക്കുള്ള ഉത്തരം

$$\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 15^2 = \frac{11 \times 225}{7}$$

$$= \frac{2475}{7} = 353.5$$

എന്നകണക്ക് ചൊല്ലുംപടി

*മൂന്നു ഭോഗത്തേക്കഴി 15 ഉം 14 ഉം 13 ഉം കൂടെ 42. ഇതിൽ പാതി 21 ഇതിൽ 15 ഉം പോയ ശേഷം 621 ൽ 14 പോയ ശേഷം 721ൽ 13 ഉം, 7 ഉം 6 ഉം കൂടെ പെരുക്കിയാൽ 336. ഇതിനെ 21 ൽ പെരുക്കിയാൽ 7056. ഇതിനെ മൂലിക്ക 84 എന്നാൽ കഴി 84 എന്നു ചൊല്ലുക.

56

തുടി മുളവുതെർ ഉദരപുളകും ഇറുമ്പുശ്രുലം പടിയറിന്ത നീളത്താൽ മാതെനടുവ തലവേണ്ടിയതുകയിനാലെ ഈണ്ടിയതാകും കഴി.

പൊരുൾ

തുടിപോലെയും മട്ടളം പോലെയും തേർപോലെയും ഇരിക്കുന്ന പുജക പോലെയും ഇറുമ്പു പോലെയും പൂലം പോലെയും ഇരിക്കുന്ന നിലത്തിനു് ചതിരം അറിവാൻ തുടിപോലെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിനു ഒരു സ്ഥലത്തെ വീതി 10 കോൽ നടുവിൽ വീതി $3\frac{1}{4}$ കോൽ അറ്റത്തെ വീതി 10 കോൽ നീളം 16 കോൽക്കു് ചതിര. ചൊൽക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി

വീതി മൂന്നു സ്ഥലത്തേയും കൂട്ടിപ്പിടിക്ക $33\frac{1}{4}$. ഇതിനെ 3 ൽകഴിച്ചുവന്നത് $7\frac{3}{4}$. ഇതിനെ നീളം 16 കോലിൽ പെരുക്കിയാൽ 124 എന്നാൽ 124 ചതിരം ഉണ്ടെന്നറികാം മറ്റും ഇങ്ങനെ പെരുക്കിയാൽ അഴിച്ചു കണ്ടുകൊള്ളണം

57

കോലുകുകോൽ പെരുക്കെനൽകഴി കാലിനെതാൻ പെരുക്കത്തെണ്ണിവരുവാം നിപത്തെയെന്നെ നിന്നതെയാകും കഴി

പൊരുൾ

12 അടിക്കോലാൽ 100 കഴിക്ക 16 അടിക്കോലാൽ എത്ര കഴി വരുമെന്നും ചൊൽകാ.

---

* ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളും (a, b, c) കിട്ടിയാൽ വിസ്തീർണം കാണാനുള്ള സുപരിചിതസൂത്രമായ $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ ആണു് ഇവിടെ പ്രയോഗിച്ചിരിക്കുന്നതു്.

$S = \frac{a+b+c}{2}$; ഭുജം = കൈ

കഴി = വിസ്തീർണം; മൂന്നുകൈനിലം = ത്രിഭുജക്ഷേത്രം

* തുടിപോലെയുള്ള നിലം രണ്ടു ട്രിപ്പീസിയമായി എടുത്താൽ വിസ്തീർണം

$$= \frac{10 + 3\frac{1}{4}}{2} \times 8 \times 2$$

$$= 106 \text{ ചതിരം}$$

ചെറിയ തെറ്റിവിടെ കാണുന്നു.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലംപടി

12 നെ തന്നത്താൻ പെരുക്കി = 144. ഇതിനെ കഴി 100 ൽ പെരുക്കി 14400 എന്ന നിർത്തി 16 അടിക്കോലിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കി 256. ഇതിൽ കഴിക്ക $56\frac{1}{4}$. എന്നാൽ 16 അടിക്കോലാൽ $56\frac{1}{4}$ എന്നറിക.

[വ്യാപ്തം കാണാനുള്ള വഴിക്കണക്കും ചമല്ക്കാരമായി മാവനാൻ അവതരിപ്പിച്ചതു നോക്കുക.]

60

അരശരഞ്ഞൊരുനാളിതിൻപണിനടത്തുവതിന്നായി
ആളൊരുങ്ങിയകൊട്ടയും പണിചെയ്വതിന്നായി
വന്ന ഒത്തെടുത്തുകൊടുത്ത ദ്രുമ്പയനജ്ഞയോട് കിളച്ചവർ
പത്തുകോലിട വീതി മുപ്പതു നീളമൊന്നരതാഴ്ചയിൽ
കൊട്ടയന്നവർ കോരിയെ കഴികണക്കുറിടമെണ്ണുരേ

പൊരുൾ

30 കോൽ നീളം 10 കോൽ വീതി $1\frac{1}{2}$ കോൽ താഴ്ചയിൽ മൺകഴിച്ചു കൊട്ടകോരിയ ചതിരം ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്കു് ചൊല്ലംപടി

നീളം 30 കോലും വീതി 10 കോലും പെരുക്കുക. 300 ഇതിനെ താഴ്ച $1\frac{1}{2}$ കോലിൽ പെരുക്കുക. 450 ചതിരം ഉണ്ടെന്നും അറിക.*

61

വച്ചതുപാട്ട കുറിച്ചളന്ന കഴിച്ചെടുത്ത നിരക്കവേ
പത്തൊടാറു പരപ്പിലൊന്നരതാഴ്ചകൊണ്ടുകഴിച്ചവർ
വച്ചകോലളവാറുചാണിട വീതികൊണ്ടുനടത്തിനാൽ
കുത്തിനാർ കഴിതച്ചർവാടിയരത്തിലൊത്തകണക്കിതെ

പൊരുൾ

60 കോൽ നീളം 6 ചാൺ വീതി $1\frac{1}{2}$ കോൽ താഴ്ചയിൽ മൺകഴിച്ചു മാടുകുത്തിയ കണക്കു ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്കുചൊല്ലംപടി

വീതി6ചാണും താഴ്ച $1\frac{1}{2}$ കോലും തമ്മിൽ പെരുക്കുക, 9 ഇതിനെ 4ൽ കളക $2\frac{1}{4}$ ഇതിനെ 60 കോലിൽ പെരുക്കുക, 135 ചതിരമെന്നറിക.

---

* 12 അടിക്കോലാൽ 100 കഴിക്കു് = 12 അടി വശമുള്ള 100 സമചതുരത്തിനു്.

* വ്യാപ്തത്തിനു് ചതുരം എന്ന പദം ഉപയോഗിക്കപ്പെടുന്നു

62

എട്ടുകോലിൽ വളച്ചുകുത്തിയ കോട്ടയൊട്ട കുഴിക്കവേ
അഞ്ചുചാർക്കുഴിതച്ചുർവാടിയരത്തിലെൺപതുദണ്ഡിടാ
മുട്ടെനിന്നുകുഴിച്ചതാറൊട്ടനാലുചാണിട താഴ്ചയിൽ
തേടിനാരകലത്തിലൊന്നരവീതികൊണ്ടുനിരക്കവേ
ഇട്ടമണ്ണിതിനാലെയങ്ങുമകംപ്പുറപ്പുനിരന്നതും
വേറുപാടതിരിച്ചതിന്നുരചെയ്യുന്നുകണക്കരേ

പൊരുൾ

320 കോൽ നീളം $1\frac{1}{2}$ കോൽ വീതി 10 ചാൺ താഴ്ചയിൽ മൺകുഴിച്ചു കൊട്ടകോരിയ കണക്ക് ചൊല്ലുക*

എന്നകണക്കെ ചൊല്ലുംപടി

വീതി $1\frac{1}{2}$ കോലെ താഴ്ച 10 ചാണിൽ പെരുക്കുക. 15 ഇതിനെ 4 ൽ കുഴിക്ക, $3\frac{3}{4}$ ഇതിനെ നീളം 320 കോലിൽ പെരുക്കുക. 1200 എന്നാൽ 1200 ചതിരം ഉണ്ടെന്നും അറികാ.

63

നൂറുരണ്ടുകോലതിൽ മണ്ണിരുപാടുചാണിടതാഴ്ചയിൽ
ഏറിമെൽഉയർപെട്ടമണ്ണാരുനൂറുകോലതുവീതിയിൽ
എറുപാടുകുഴിച്ചെടുത്തുനിരത്തിനാൻ തറയൊപ്പമായി
കൂറുപാടതിരിച്ചതിന്റെ തുകയൊത്തുചൊൽക കണക്കരെ

പൊരുൾ

ഇരുനൂറുകോൽ നീളത്തിൽ 100 കോൽ വീതിയിൽ 2 ചാൺ താഴ്ചയിൽ മൺകുഴിച്ചു മാടുകുത്തിയ ചതിരം ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്ക് ചൊല്ലുംപടി

താഴ്ച 2 ചാണിനെയും നീളം 200 കോൽ പെരുക്കുക = 400 ഇതിനെ 4 ൽ കുഴിക്ക = 100. ഇതിനെ വീതി 100 ൽ പെരുക്കുക 10,000 എന്നാൽ 10,000 ചതിരമെന്നറിക.

64

ഏട്ടൊടെട്ടുകോലളന്നുനീളം ഒത്തവീതിയിൽ
ഏട്ടൊടൊന്നരക്കനം കുഴിച്ചെടുത്ത പാതിയിൽ
വേറുപാടളന്നുവീതിനീളമൊത്തുമാറിനാൽ
വട്ടമായികുഴിച്ചമൂലം ഒത്തതു ചതുപ്പതം

---

* 4 ചാൺ = 1 കോൽ
ചതിരം = ക്യൂബ്

പൊരുൾ

64 കോൽ വീതി 64 കോൽ നീളം 9½ കോൽ താഴ്ചയിൽ മൺകുഴിച്ച കുളമതിന്നു ചതുരം ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലും പടി

വീതി 64 നെ നീളം 64 കോലിൽ പെരുക്കുക 4096. ഇതിനെ താഴ്ച 91/2 കോലിൽ പെരുക്കുക 38912 ചതിരമെന്നറിക,

65

എട്ടുദണ്ഡിടഒട്ടവായ്പുകളൊത്തമണ്ണുനിരത്തുവാൻ
കോട്ടഎട്ടൊടെട്ടുമായി കുഴിച്ചമണ്ണിനൊടേറിയാൽ
എട്ടൊടെട്ടുകലത്തിൽ എട്ടിരുപാട്ടകോലിലടക്കമായി
വെട്ടിയഞ്ചകലത്തിൽ മാറിഎട്ടത്തൊഴിച്ചുനിരക്കവേ
തച്ചറിഞ്ഞുകണക്കുചൊല്ലുകഎണ്ണർവിണ്ണിൽ മികച്ചവർ

പൊരുൾ

8 ദണ്ഡ ഉയർച്ചയിൽ 64 കോൻ വീതിയിൻ 64 കോൻ നീളത്തിൻ മണ്ണെടുത്തു നീക്കിയ ചതുരം ചൊല്ലുക.

എന്നകണക്കു് ചൊല്ലുംപടി

ഉയർച്ച 8 ദണ്ഡിനെയും കോലളവാക്കുക. 32 ഇതിനെ വീതി 64കോലിൽ പെരുക്കുക. 2048 ഇതിനെ നീളം 64 കോലിൽ പെരുക്കുക 131072 അതിനെ അഞ്ചൊന്നു നീക്കുക 104857.6 ഉണ്ടെന്നു അറിക.

16

വലവക കണക്കു്

66

കോൽകൊണ്ട ഇന്തമരം ഓരൊമ്പതിൻ മുകളിൽ
കൂകുന്നതോകമയിൽകൂട്ടം പുനന്തിരുന്ത നാകം
നടന്നതിനെ മൂട്ടുകൾ നിന്ന പിന്നെ നാട്ടന്ന
കോലളവു മൂവെമ്പതൊടകലം വേഗം തിരണ്ടഴറി
മീളുന്ന നേരമതുവേഗം പറന്തുമയിൽ
നാഗംപിടിത്തളവും അങ്കം തെളിന്തവർകഴം
കൂറെന്നരൈത്തിട്ടകിൽ ആകുന്നവർക്ക ശരി ഇല്ലൈന്നരത്തിടീർ.

പൊരുൾ :

9 കോൽ ഉയരമുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ മുകളിൽ ഉണ്ടൊരു മയിലിരിക്കുന്നു. ആ മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നു് 27 കോൽ ദൂരെ ഉണ്ടൊരു പൊയ്ക. ആ പൊയ്കയിൽ ഉണ്ടൊരു നാഗം കിടക്കുന്നു. ആ നാഗത്തിനു് ഈ മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ ഒരു പൊത്തൊണ്ടു്. ആ പൊത്തിൽ വരുവാൻ നാഗം പുറപ്പെട്ട പ്പോഴം മരത്തിന്റെ മുകളിൽ ഇരുന്ന മൈയിൽ പുറപ്പെട്ടു. ഇടയിൽ വന്ന പ്പോഴം നാഗത്തിനെ മൈയിൽ റാഞ്ചിക്കൊണ്ട പോയി. രണ്ടു പേർക്കും വേഗം ഒന്നുപോലെയായിരുന്നു. അപ്പോഴം എത്ര കോൽ അകലെ വച്ചു് മൈയിൽ നാഗത്തെ പിടിച്ചെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി. മരത്തിന്റെ നീളം 9 നെ വർഗിക്ക = 81. ഇതിനെ അകലം 27 ൽ കഴിക്ക = മൂന്നു; ഇരുപത്തേഴ 3 ഉം കൂടെ 30. ഇതിനെ അർധിച്ചു* = 15. 27 ൽ 15 പോകെ 12. എന്നാൽ ആ പൊയ്കയിൽ നിന്നു് പാമ്പു് പുറപ്പെട്ടു് 25 കോൽ ചെന്നിടത്തു നിന്നു് പാമ്പിനെ മയിൽ പിടിപ്പെട്ട മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ ചെല്ലുവാൻ കിടക്കുന്ന ഇട = 12 കോൽ. മരത്തിന്റെ മുകളിൽ ഇരുന്ന മയിൽ ചെന്നു് പിടിച്ചതിനെ അറിവാൻ മര

---

* പൈഥഗോറസ്സു് പ്രമേയമുപയോഗിച്ചു് ചെയ്യേണ്ട വഴി പറയുന്നു. ഇന്ന സംഖ്യകളെ വർഗിക്ക; കഴിക്ക മൂലിക്ക എന്നു പറയുന്നതേയുള്ള. യുക്തിയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ കാര്യങ്ങളം വിവരിച്ചിട്ടില്ല. പ്രസിദ്ധമായ ലീലാവതി ശ്ലോകത്തിന്റെ ഭാഷയാണിതു്.

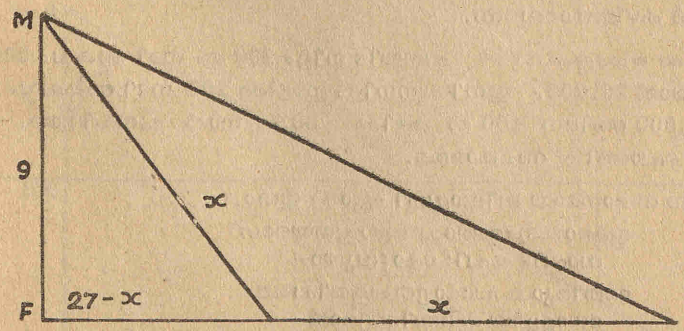
ത്തിന്റെ നീളത്തിനെ വർഗിക്ക. 81 ഉം ശേഷം കിടക്കുന്ന 12 നെ വർഗിച്ചാൽ 144. 81 ഉം 144 ഉം കൂടെ 225. ഇതിനെ മൂലിക്ക 15. എന്നാൽ മരത്തിന്റെ മൂകളിൽ ഇരുന്ന മയിലു് കർണ്ണ സൂത്രത്തിൽ വഴി ചെന്നു് പിടിച്ചതിന്റെ ഇട കർണ്ണം 15 കോൽ എന്നും അറിക.

67

ഒരുമരം നൂറുയരംതന്നിൽ വാനരമുറയത്തു രണ്ടുരുപേ
മർക്കടവീരർ മരവഴി ചെന്നിരുനൂറകലം
കുളമതിൽവഴി ചെന്നും എഴുന്നുകുതിത്തും

അസ്തിസ്തംഭതലേബിലം തദുപരി—
ക്രീഡാശിഖണ്ഡിസ്ഥിത—
സ്താഭോഹസ്യ നവോച്ഛ്രിതേസ്ത്രി ഗുണിത
സ്തംഭപ്രമാണാന്തരേ
ദൃഷ്ട്വാഹിംബില മാവ്രജന്തമവത—
ത്തിര്യക് സതസ്യൈവരി
ക്ഷിപ്രം ബ്രൂഹിതയോർബിലാൽകുതിമിതെ
സാമ്യേനഗത്യൈർയ്യതി.

ഇതിനു പി. കെ. കോരുമാസ്റ്റർ കൊടുത്ത വ്യാഖ്യാനം: ഒമ്പതു് ഹസ്തം ഉയരമുള്ള ഒരു സ്തംഭത്തിന്റെ അടിയിൽ ഒരു പാമ്പിന്റെ പൊത്തുണ്ടു്. ആ സ്തംഭത്തിന്റെ മൂന്നുമടങ്ങു് അകലത്തു നിന്നും പൊത്തിലേക്കു വരുന്ന പാമ്പിനെ സ്തംഭത്തിന്റെ മീതെയുള്ള ഒരു മയിൽ കണ്ടു. പാമ്പിന്റെ മീതെ പറന്നുവീണു. പൊത്തിൽ നിന്നു് എത്ര അകലെ വച്ചാണു് ഒരേ ദൂരം സഞ്ചരിച്ചു് മയിലും പാമ്പും തമ്മിൽ യോഗമുണ്ടായതു്.



$$x^2 = 9^2 + (27-x)^2$$
$$= 9^2 + 729 - 54x + x^2$$
$$54x = 81 \times 10 \text{ or } x = \frac{81 \times 10}{54}$$
$$= 15 \text{ കോൽ.}$$

ഇരുവരും നീരതിലൊരുമിച്ചളവാനാൽ
ഇരുന്തവനയർന്ത തുക കണക്കുര ചെയ്‌വീർ

വേറെയധികാരം

നൂറുരണ്ടുകുലം നദിക്കകലത്തുനിന്നു പനക്കുമേൽ
നൂറുകോലുയരത്തിരിപ്പവർ രണ്ടുവാനരവീരന്മാർ
ചീറിമേലുയരക്കുതിത്തു ഇറങ്ങിയും
നദിവായിക്കരക്കിരുപാടുമുള്ള മരത്തിന്മേൽ
എന്നുമൊക്കെ എഴുന്നിണത്തൊട്ടു കൂടി വാഴുമിതാകിനാൽ
കുറിടീർ ഗുരുവാണ എന്നുരമാനമെന്നു തിരിക്കിലോ
ഊട്ടകാതൽ അലജ്ഞകമ്പിയവർക്കുമോതിരമാക്കുവൻ.

പൊരുൾ:

100 കോൽ ഉയരമുള്ളൊരു പനയുടെ മുകളിൽ രണ്ടു വാനരന്മാരിരിക്കുന്നു. ആ പനയുടെ മുട്ടിൽ നിന്നു 200 കോൽ ദൂരെ ഉണ്ടൊരു കുളം. ആ കുളത്തിൽ ചെന്ന വാനരൻ 2 നും തണ്ണീർ കുടിക്കണം. ഒരുത്തൻ തടവഴി ഇറങ്ങി ചെന്നും ഒരുത്തൻ മേല്പോട്ടു കുതിച്ചു കർണ്ണസൂത്രമായിച്ചെന്നും രണ്ടു പേരും ഒന്നിച്ചുചെന്നു തണ്ണീർ കുടിക്കയും ചെയ്തു. അപ്പോഴും മേല്പോട്ടു കുതിച്ചു ചാടിയവൻ പനയുടെ വിതാനം വിട്ടു എത്ര കോൽ പൊങ്ങി എന്നും ചൊൽക.

വഴിയധികാരം:

പനമുകളും വാനരത്താൻ പരിശോടയർന്നതിനു നദിയിടമരത്തിലേറി പനയതും ഇരട്ടി ചെയ്തു നദിയിട അഥനിൽ ചെർത്താൽ പനവിട്ടയരം കാണും പതറാമെൽ കഴിഞ്ഞാലെന്നെ.

*എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി:** പനയിട നീളം 100 ഉം നദി അകലം 200 ഉം പെരുക്കിയാൽ 20,000. ഇനി പനനീളം ഇരട്ടിക്ക 200 നദി അകലവും കൂടെ 400. 20,000 ത്തിനെ 400 ൽ കഴിക്ക. 50 എന്നാൽ പനവിതാനം വിട്ട 50 കോൽ പൊങ്ങി എന്നും കാണുക.

---

* ഇതിനു സമാനമായ ലീലാവതി ശ്ലോകം ഇതാ.

വൃക്ഷാദ്ധസ്സ്ഥശതോച്ഛ്രയാച്ഛതയുഗേ
വാപീം കപി: കോഽപ്യയാ—
ദുത്തീര്യാഥ പരോദ്ധതം ശ്രുതിപഥേ-
നോത്പ്ലുത്യ കിഞ്ചിദ്ഗതാൽ
ജാതൈവം സമതാ തയോർ യദിഗതാ
വുത്പ്ലുത്യനമാനം കിയ—
ദിദ്വംശ്ചേൽ സുപരിശ്രമോഽസ്യഗണിതേ
ക്ഷിപ്രം തദാചക്ഷ്വമേ.

x കോൽ മേലോട്ടു ചാടി എന്നിരിക്കട്ടെ.
രണ്ടും ഒരേ ദൂരം പോകുന്നു.

68

ആറഞ്ചുമിരുകോൽ നീളം അളവിയെ മുളയെഴ
ന്തിതാത്മകം മന്നിയെപായും വായുവാൽ
ഒടിയപ്പെട്ടി തൊരാറും ഒരുവതാകും ചുവട്ടൊടുതല നിന്നേടം
വിടാമൽ നിന്നനീളം വിയന്നടൻ അറിന്തൊർ കുറിർ.

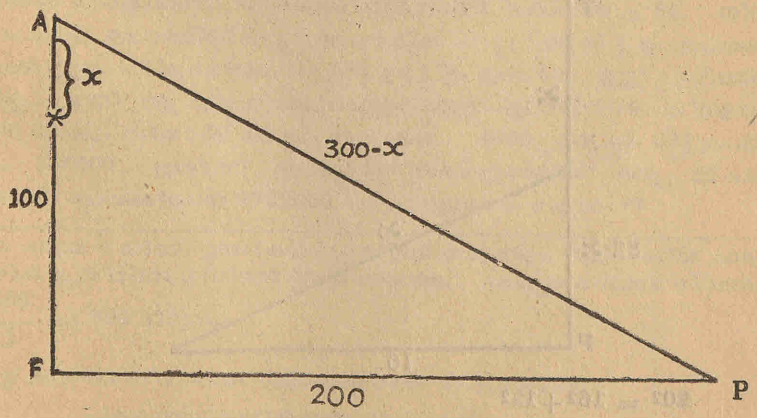
വഴിയധികാരം :

തറിമൂലം തലയൊടുള്ള തലമിടപ്പെരിക്കം ചേർത്തു
തറിയൊടു കഴിച്ചുവന്ന പയനതു നിറുത്തിപിന്നെ
തറിയതു രണ്ടായി പകുത്തുകൂട്ടിയും കളഞ്ഞുമുള്ള
തറികളം അരച്ചൊൽ കാണാം തറികളും തൻമുറിയി രണ്ടും

പൊരുൾ :

32 കോൽ നീളമുള്ള ഒരു മുള കാറ്റിനാൽ ഒടിഞ്ഞു ചുവട്ടിങ്കൽ നിന്ന 16 കോൽ ദൂരെ കൂത്തി അപ്പോഴും എത്ര കോൽ ഉയരത്തിൽ വച്ചു് ആ മുള ഒടിഞ്ഞെന്നും പൊട്ടുക.

$$AP = 300 - x$$
$$(300-x)^2 = 200^2 + (100+x)^2$$
$$90000 - 600x = 40000 + 10000 + 200x$$
$$9000 - 50000$$
$$40000 = 800x$$



$$\frac{40000}{800} = x = 50 \text{ കോൽ}$$

$$150^2 + 200^2 = 250^2$$

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലംപടി : മുളയുടെ നീളം 32 നെ വർഗിക്ക 1024. ഇനി 16 നെ വർഗിക്ക 256. 1024 ൽ 256 ഉം പോയശേഷം 768. ഇനി 32 കോൽ ഇരട്ടിക്ക 64. 768 നെ 64 ൽ കഴിക്ക. 12. എന്നാൽ 12 കോൽ ഉയരത്തിൽ വച്ച് ഒടിഞ്ഞെന്നും അറിക.*

69

പാർത്തലത്തിൽ മുളെന്ത നൽപ്പനമുട്ടിൽ നിന്നൊരു
പല്ലിതാൻ ചാണയർച്ച കരേറിനാനൊരു നാൽവിരൽക്കുമിറങ്ങിനാൻ

പാർത്തുമുപ്പതുരണ്ടുകോലതുയർച്ചയുള്ള മരത്തിന്മേൽ
പേശുകെത്തിരനാഥം കരേറി അടുത്തവാറതു ചൊല്ലിടീർ.

ചൊരുൾ :

32 കോൽ പൊക്കമുള്ളൊരു പനയുടെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന ഒരു പല്ലി ഒരു ദിവസം ഒരു ചാൺ കരേറുമ്പോഴും 4 വിരൽ ഇറങ്ങും. അപ്പോഴും ആ ഗവുളി എത്രനാഴം കൊണ്ട് പനയുടെ മുകളിൽ കരേറുമെന്നും ചൊല്ലുക.

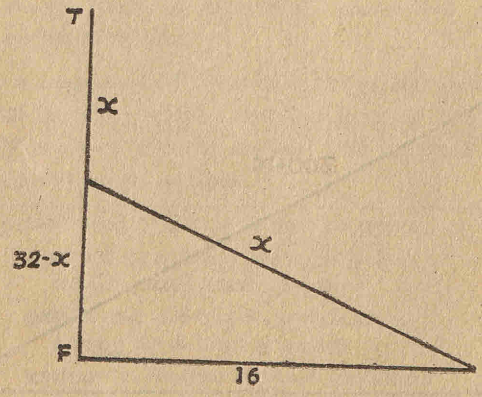
---

* $x^2 = 16^2 + (32-x)^2$

$16^2 + 4(16^2) - 64x + x^2$

$64x = 5 \times 16^2$

$x = \frac{5 \times 16 \times 16}{64} = 20$



$20^2 = 16^2 + 12^2$

$144 +$

256

400

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലംപടി. 32 കോലിനെ ചാണ് 4 ൽ പെരുക്കുക. 128 ചാൺ. ചാൺ ഒന്നിനു് വിരൽ 3 ൽ പെരുക്കുക 768. ഇതിനെ രണ്ടിൽ കഴിക്ക 384. എന്നാൽ ഒരു വത്സരവും 24 ദിവസവും കൊണ്ടു് പല്ലി പനയുടെ മുകളിൽ കരേറുമെന്നും അറിക.*

70

ഒരുവതെട്ട നീളമതിൽ ഒരുവതാറു വീതിയും
ഒരുമയായ ചിറെയതിൽ നട്ടവതായ പൂവരു
നിരതിലിരുകാലത്തു പൂവുയർച്ചയാകയാൽ
ഉയർച്ചയാന പൂവതിലൊരു വായുവാലത്തു ചാഞ്ഞുടൻ
ചാഞ്ഞതിലൊരു നാലുരണ്ടകലത്തു ചെന്നുനിൽക്കയാൽ
നീളമാന താഴവും നീറഞ്ഞതിലെ വെള്ളവും
വേഗമൊട്ട ചൊല്ലുവരവർക്കുനെർശരിയില്ല കേം.

പൊരുൾ:

80 കോൽ നീളവും 60 കോൽ വീതിയും ഉള്ളൊരു ചിറയുടെ നടുവിൽ ഉണ്ടൊരു പൂവു നിൽക്കുന്നു. ആ പൂപ്പു് നീരുവിതാനം വിട്ടു് $\frac{1}{2}$ കോൽ പൊങ്ങി നിൽക്കുന്നു. ആ പൂവു് കാറ്റേറ്റു ചാഞ്ഞു 8 കോൽ ദൂരെ കുത്തി. അപ്പോഴും ആ പൂവിന്റെ തണ്ടു നീളം എത്ര എന്നും ചിറയുടെ ആഴം എത്ര എന്നും ആ ചിറയിലെ വെള്ളം എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലംപടി. 8 കോൽ അകലത്തെ വർഗിക്ക = 64. നീർവിതാനം വിട്ടു് പൊങ്ങിനിന്ന $\frac{1}{2}$ യെ വർഗിക്ക = $\frac{1}{4}$. 64 ൽ $\frac{1}{4}$ ഉം പോകെ $63\frac{3}{4}$ കോൽ ഇതു് ചിറയുടെ ആഴം. $63\frac{3}{4}$ ഉം $\frac{1}{2}$ ഉം കൂടെ $64\frac{1}{4}$, ഇതു് പൂവിന്റെ തണ്ടുനീളം. ഇനി ആ ചിറയിലെ വെള്ളം എത്ര എന്നറിവാൻ ചിറയുടെ നീളം 80 കോലും വീതി 60 കോലും പെരുക്കുക. 4800, ഇതിനെ $63\frac{3}{4}$ പെരുക്കുക = 306000. ഇതിനെ ഒരിക്കോൽ സമചതുരത്തിനു് താപ്പു 32 പറ വെള്ളത്തിൽ പെരുക്കിയാൽ 9792000 പറ വെള്ളമെന്നും അറിക.**

---

* ഒരു ചാൺ 6 വിരൽ ഉയരുകയും 4 വിരൽ താഴുകയും ആണെങ്കിൽ ഫലത്തിൽ പ്രതിദിനം 2 വിരൽ മാത്രം കയറുന്നു. അപ്പോൾ വേണ്ട ദിവസം

$$\frac{768}{2} = 384 \text{ ദിവസം}$$

** ഇതു മറ്റൊരു ലീലാവതി ശ്ലോകത്തിന്റെ തർജ്ജമയാണു്.

ചക്രക്രൗഞ്ചാകലിത സലിലേകാപി
ദൃഷ്ടംതഡാഗേ

തോയാദൂർധ്വം കമലകലികാഗ്രം
ഹതസ്സിപ്രമാണം

71

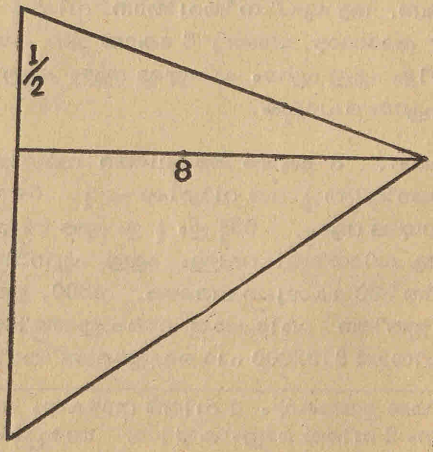
ആറുനൂറുനീളം പീതിയാം അഥനിൽ നാലിലൊന്നും
ആറുരണ്ടു നീർനിലയ്യുയർച്ച കൊലതാനനീർ
ആറുനാഴിനീർവീതമിതൊരുന്നിതാകയാൽ കൂടിച്ച
കൂട്ടുവിൻ പശുക്കളെ ഉരൈത്തിടീർ കണക്കരേ.

വൃത്തം :

600 കോൽ നീളം 150 കോൽ വീതി 12 കോൽ ആഴമുള്ള ചിറയിലെ വെള്ളം ഒട്ടു പശുക്കളും കൂടെ കുടിച്ചു വറ്റിപ്പോയി. അപ്പോൾ ഒരു പശുവിനെ

മന്ദംമന്ദം ചതിലമനിലേതാഹതം
ഹസ്തയുഗ്മ
തസ്മിന്മഗ്നം ഗണകകഥയ
ക്ഷിപ്രമംഭഃപ്രമാണം.

ഇവിടെ കണക്കു് സ്വല്പമൊന്നു് പരിഷ്ക്കരിച്ചവതരിപ്പിച്ചിരിക്കയാണു്. തടാകത്തെ ചിറയാക്കിയതല്ല കാര്യം. ചിറയുടെ നീളവും വീതിയും തന്നതുകൊണ്ടു് ആഴം കിട്ടിയാൽ ജലത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണാമല്ലോ. അതു് കൂട്ടി ചേർത്തു് അത്രമാത്രം.



തണ്ടുനീളം r എന്നിരിക്കട്ടെ.

$r^2 = (r-\frac{1}{2})^2 + 8^2$

$r^2 = r^2 + \frac{1}{4} - r + 64$

$r = 64\frac{1}{4}$ തണ്ടുനീളം $64\frac{1}{4}$

വെള്ളത്തിന്റെ ആഴം $64\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = 63\frac{3}{4}$

ആകെ വെള്ളം $80 \times 60 \times 63\frac{3}{4}$ ക്യൂബിക്കുകോൽ 1 ക്യൂബിക്കു് കോൽ = 32 പറ. ആകെ 306000 പറ.

പിടിച്ചു ശോധന ചെയ്ക നേരം ആറുനാഴി വെള്ളം കണ്ടു. അപ്പോൾ എത്ര പശുക്കൾ കൂടെ വെള്ളം കുടിച്ചു് വറ്റിച്ചെന്നും ചൊൽക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി: നീളം 600 ഉം വീതി 150 ഉം പെരുക്കുക. ഇതിനെ ആഴം 12 കോലിൽ പെരുക്കുക = 1080000. ഇതിനെ ഒരിക്കോൽ സമചതുരത്തിനൊത്ത താപ്പു 32 പറയിൽ പെരുക്കുക = 34560000. ഇതിനെ ഒരു പറയ്ക്കു് ഇടങ്ങഴി 10 ൽ പെരുക്കുക. 345600000. ഇതിനെ 6 നാഴികയ്ക്കു് ഇടങ്ങഴി 1½ ൽ കഴിക്ക = 23040000, അത്ര പശുക്കൾ കൂടി വെള്ളം കുടിച്ചു പറ്റിച്ചെന്നു് അറിക.

72

അഞ്ചുപത്തു പന്നിരണ്ടു രണ്ടുമുപ്പതിൻ പുറത്ത
അഞ്ചിതാറാ മുവെട്ടതും ഒരുവതച്ചൊടൊക്കവെ
അഞ്ചുവാശലും വീടും ചിറയ്ക്കു നീരുന്നപോത
അഞ്ചിടാതെ നെഞ്ചിലെണ്ണർനേരമൊത്തു ചൊല്ലുവീർ
ചിറതനിതുമ്പുമിന്നീർകുണമതാം വലവും പോകെ
അറുതിയാം പൊരുളിതെന്നാൽ അങ്കുതനിൽ ചെറിയതുമ്പ
അളവിനാൽ
താനും മറന്തളവിനാൽ ഈയ്യുവന്തുളവും.

പൊരുൾ:

ഒരു ചിറയ്ക്കു് അഞ്ചു് തുമ്പൊണ്ടു്. അതിൽ ഒരു തുമ്പ തുറന്നു വിട്ടാൽ 120 നാഴിക നേരം കൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റിപ്പോകും. ഒരു തുമ്പ തുറന്നു വിട്ടാൽ 60 നാഴിക കൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റും. ഒരു തുമ്പ തുറന്നുവിട്ടാൽ 30 നാഴിക കൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റും. ഒരു തുമ്പ തുറന്നുവിട്ടാൽ 24 നാഴിക കൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റിപോകും. ഒരു തുമ്പ തുറന്നുവിട്ടാൽ 15 നാഴികകൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റും. ഇങ്ങനെയിരിക്കുന്ന തുമ്പാ അഞ്ചും ഒരിക്കലെ തുറന്നുവിട്ടാൽ എത്രനാഴിക യ്ക്കകം വെള്ളം വറ്റുമെന്നും അറിക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി:* 120 നെ പിടിച്ചു് 120 ൽ കഴിക്ക = 1. 120 നെ 60 ൽ കഴിക്ക = 2. 120 നെ 30 ൽ കഴിക്ക = 4; 120 നെ 24 ൽ കഴിക്ക = 5;

---

* 1 ാം കുഴൽ 1 നാഴികകൊണ്ടു് നീക്കുന്ന ഭാഗം 1/120
2 ാം ,, ,, ,, ,, 1/60
3 ാം ,, ,, ,, ,, 1/30
4 ാം ,, ,, ,, ,, 1/24
5 ാം ,, ,, ,, ,, 1/15
1 ഉം 2 ഉം 3 ഉം 4 ഉം 5 ഉം കുഴൽ ,,

$$= \frac{1}{120} + \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{24} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{1+2+4+5+8}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

ആകെ വറ്റിക്കാൻ സമയം = 6 നാഴിക

120 നെ 15 ൽ കഴിക്ക = 8 എന്നാൽ 1 ഉം 2 ഉം 4 ഉം 5 ഉം 8 ഉം കൂടെ കൂട്ടി പിടിക്ക = 20. 120 നെ പിടിച്ചു് 20 ൽ കഴിക്ക = 6. എന്നാൽ 6 നാഴിക നേരം കൊണ്ടു് വെള്ളം വറ്റുമെന്നും അറിക.

73

രണ്ടു സംഖ്യ ഒന്നായി കൂട്ടിയവാറെ എട്ടായി
ഏറിയസംഖ്യ തങ്ങളിൽ പെരുക്കി അതിൽ
കുറഞ്ഞസംഖ്യ തങ്ങളിൽ പെരുക്കിയതു നീക്കിയവാറേ
16 വന്നു അപ്പോഴം ഓരോ സംഖ്യ എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലിപ്പടി: ശേഷം വന്ന സംഖ്യ 16 നെ സംഖ്യ 2 ൽ കഴിക്ക = 8. 16 നെ 8 ൽ കഴിക്ക = 2. 8 ഉം 2 ഉം കൂടെ 10. ഇതിൽ പാതി ഏറിയ സംഖ്യ 5; 8 ൽ 2 പോകെ = 6. ഇതിൽ പാതി കുറഞ്ഞ സംഖ്യ 3 എന്നും അറിക *

74

രണ്ടു സംഖ്യ തന്നതാൻ പെരുക്കിയതുകൂട്ടിയാറെ 100 ഏറിയ സംഖ്യത്തന്നതാൻ പെരുക്കിയതിൽ കുറഞ്ഞസംഖ്യ തന്നതാൻ പെരുക്കിയതു നീക്കിയവാറെ ശേഷം 28 വന്നു. അപ്പോഴം ഓരോ സംഖ്യ എത്ര എന്നും ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലിപ്പടി: സംഖ്യ 100 ൽ പാതി 50 അനന്തരം 28 ൽ പാതി 14; 50 ൽ 14 പോകെ 36. ഇതിന്റെ മൂലം 6 ഉം ഒരു സംഖ്യ 100 ൽ 36 പോകെ 64. ഇതിനെ മൂലിക്ക = 8. ഒരു സംഖ്യ 8 ഉം ഒരു സംഖ്യ 6 എന്നും അറിക.**

---

* നാം ഇന്നു് ഇതേ വഴിക്കു് ചെയ്യുന്നു.

$$a^2 - b^2 = 16$$
$$a + b = 8$$

ഹരിച്ചാൽ $a - b = 2$
$a + b = 8$

$2a = 10$ അഥവാ $a = 5 \quad b = 3.$

** നാം ചെയ്യുന്ന വഴി.

$$a^2 + b^2 = 100$$
$$a^2 - b^2 = 28$$

കൂട്ടിയാൽ $2a^2 = 128$
$a^2 = 64$

അതായതു് $a = 8$

കുറച്ചാൽ $2b^2 = 72$
$b^2 = 36$

അതായതു് $b = 6$
$a = 8; b = 6.$

75

ഒരു സംഖ്യ തന്നത്താൻ പെരുക്കിയതിൽ ഒരു സംഖ്യ തന്നത്താൻ പെരുക്കിയതു കൂടെ കൂട്ടി = 202. ഏറിയ സംഖ്യ തന്നത്താൻ പെരുക്കിയതും 41 ഉം കൂടെ നീക്കിയ വാറെ ശേഷം 40 വന്നിതു. അപ്പോഴം ഓരോ സംഖ്യ ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി: 202 ൽ പാതി = 101. 40 ൽ പാതി = 20. 101 ൽ 20 പോകെ 81. മൂലിക്ക = 9. 202 ൽ 81 ഉം പോകെ 121 ഇതിന്റെ മൂലം 11 എന്നും അറിക.*

76

നിത്യമാംനൂറുകാതംനിനവുടൻഓട്ടം മാനെ
തത്തിനായതിനെചെന്നയേവുടൻ പിടിക്കവെണ്ടി
നിത്യമാംഓരോകാതം നിനപോട്ടകൂടെഓടി
എത്ത നെനാഴം കഴിഞ്ഞാൽ എതിർതനപിടിക്കുമെന്നും
ഉരത്തീടിർ കണക്കുതന്നെഗ്രഹിവതിൽ വിളങ്കുവാറേ.

പൊരുൾ:

ഒരു നാഴം നൂറുകാതം വഴി ഓട്ടം ഒരു മാൻ ദിവസത്തിൽ കാതം കാതം കൂടേ ഓടുന്ന നായ ഒട്ടനാഴം ചെന്നപ്പോഴം നായ ചെന്ന മാനിനെപ്പിടിച്ചു. അപ്പോഴം എത്രയ്ക്കു കാതം വഴി ഓടിയെന്നും എത്ര നാളകത്തെ പിടി പെട്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലുംപടി: നൂറുകാതത്തിനെ ഇരട്ടിക്ക = 200. ഇതിൽ 1 ഉം പോകെ 199. 199 ഉം 1 ഉം കൂടെ 200. ഇതിൽ പാതി 100. 199 ഉം 100 ഉം പെരുക്കുക = 19900. കാതം എന്നാൽ 199 ദിവസം ചെല്ലുമ്പോഴം മാനിനെ പിടിക്കയുമേ അതിന്നിടയിൽ 199000 കാതം ഓടിയെന്നും അറിക.

77

ആറാറുവീതികോൽ ആറിരാഴമാം
ആറതിൽപൊനനീർനാഴ കുഞ്ഞുകാതമാം
ആറുനാഴോറുനാഴം ആറാമൽഓടിനാർ
ആറിലങ്ങനീർ പരപ്പെന്നതുമാം.

പൊരുൾ:

36 കോൽ വീതിയിൽ 32 കോൽ ആഴമുള്ള ഒരു ആറ്റിലെ വെള്ളം 1 നാഴി കുഞ്ഞു കാതം വഴി ഒഴുകിച്ചെല്ലും. അപ്പോഴം 18 നാഴം ചെല്ലുമ്പോഴം എത്ര കാതം വഴി ചെന്ന പരക്കുമെന്നും ചൊല്ലുക.

---

* നാം ചെയ്യുന്ന വഴി

സംഖ്യകഴം x ഉം y ഉം ആകട്ടെ

$$x^2 + y^2 = 202 \quad (1)$$
$$x^2 - 41 = 40 \quad (2)$$

2 ൽ നിന്നു് $x^2 = 81$ $x = 9$ എന്നു കിട്ടും

$$y^2 = 202 - 81 = 221 \quad y = 11$$

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി: ഒരു നാളെയ്ക്ക നാഴിക 60. ഇതിനെ 18 നാളിൽ പെരുക്കുക. 1080 നാഴിക. ഇതിനെ കാതം 1 ൽ പെരുക്കുക = 1080. എന്നാൽ 1080 കാതം വഴി ചെന്നു് വെള്ളം പരക്കുമെന്നു് അറിക.

78

നാലുരണ്ടേഴനീളംനദിയതിൻ ചുറ്റുമേൺ
കോൽ ആയനെനദിയിൽ തണ്ണീർ ആറിനൊടൊന്നു
താകും ചീർപ്പുടൻ നദിയിൽവീഴും ചീർപ്പതിൻ
നീളം നാക്കോൽ ആയനെ ചീർപ്പിൻചുറ്റുരുവിനാൽ
അളവും നാലാംപോതമായി നദിയിൽ വീഴും
ചീർപ്പുടൻ നീർപൊങ്ങുംനീളമെന്തതെന്നറിഞ്ഞു
ചൊൽവോക്കാരുമെ അവർക്കുനേര ല്ലവനിയിൽ ഒരുവനെന്നേ.

പൊരുൾ :

15 കോലാഴത്തിൽ 8 കോൽ ചുറ്റുള്ളൊരു കിണറ്റിൽ 7 കോൽ വെള്ളം ഉണ്ടു്. ആ കിണറ്റിൽ 4 കോൽ ചുറ്റിൽ 4 കോൽ നീളമുള്ളൊരു തടിയെടുത്തിട്ടാൽ എത്ര കോൽ വെള്ളം പൊങ്ങുമെന്നു് ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി : കിണറ്റിന്റെ ചുറ്റു് 8 നെ വർഗിക്ക = 64 എന്ന നിറുത്തി ഇനി തടിയുടെ ചുറ്റു് 4 നെ വർഗിക്ക = 16. ഇതിനെ നീളം 4 കോലിൽ പെരുക്കുക = 64. ഇതിനെ മുമ്പു നിർത്തിയ 64 കോൽ കഴിക്ക. ഒരിക്കോൽ വെള്ളം പൊങ്ങുമെന്നു് അറിക.

കിണറ്റിന്റെ വിസ്തീർണം ചുറ്റിന്റെ വർഗത്തിനു് ആനുപാതികമാകുമല്ലോ. ചുറ്റിനെ വർഗിച്ചാൽ $4\pi^2R^2$. തടിയുടെ ചുറ്റിനെ വർഗിച്ചു നീളം കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചാൽ $4\pi^2r^2l$. രണ്ടാമത്തേതിനെ ഒന്നാമത്തേതു് കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ ജലം എത്ര പൊങ്ങുമെന്നു് അറിയാം.

79

വട്ടമായിപടുത്തുയർന്നവളനടക്കെണി തന്നിൽ
നട്ടിതൊരു കുളമൊട്ടും നാട്ടം നീർഅളവുനാക്കോൽ
വിട്ടുനിർമെൽമുക്കോൽവിരുത്തുടൻ പൊന്മാൻയെറി
പട്ടിതരംതാഴികിൽനീർനെർപാർത്തുരഇതർക്കുവിതം.

പൊരുൾ :

ഒരു കിണറ്റിന്റെ നടുവിൽ ഉണ്ടൊരു പൂവു നില്ക്കുന്നു. ആ പൂവിന്റെ തണ്ടു നീളം നീറ്റിനു കീഴെ 4 കോൽ നീർവിതാനം കഴിഞ്ഞു 3 കോൽ പൊങ്ങി നില്ക്കുന്നു. അതിന്മേൽ ഒരു പൊന്മാൻ കുരേറിയിരുന്നാറെ ചാഞ്ഞു നീരറ്റത്തെ തൊടുകയും ചെയ്തു. അപ്പോഴാ കിണറ്റിന്റെ വീതി എത്രയെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലംപടി : ആ പൂവിന്റെ തണ്ടു നീളം നീററിനു് കീഴു് 4 നെ വർഗിക്ക = 16 എന്ന നിർത്തി. നീററിനു് മേൽ പൊങ്ങിയ നീളം 3 നെ വർഗിക്ക = 9. മുമ്പു നിർത്തിയ 16 ഉം 9 ഉം കൂട്ടി = 25. ഇതിനെ മൂലിക്ക = 5. എന്നാൽ ആ കിണററിനു് 5 കോൽ വീതി ഉണ്ടെന്നും അറിക.

80

കോലുതാറുവട്ടംകുഴിയതും എൺപതാനാൽ
ആനതൊരുചിറയതുഅകമതിൽ നിറഞ്ഞ വെള്ളം
നിറഞ്ഞതിൽ തടിയതൊന്നുനീളവും ഏഴതാകും
തടിയതിൽ ചുറുമഞ്ഞുനീരതിൽ നിന്നെടുത്താൽ
വേഗമായി വെള്ളംകുറയും നേരതുചൊല്ലിരാകിൽ
ചൊല്ലുപൊരവർക്കശരിഇല്ലെന്നരുള്ളാമേ.

പൊരുൾ :

6 കോൽ വട്ടത്തിൽ 80 കോൽ കുഴിയുള്ള കുളത്തിൽ നിറഞ്ഞുള്ള വെള്ളത്തിൽ ഉണ്ടൊരു മരം കിടക്കുന്നു. അതിന്റെ നീളം 7 കോൽ. ചുറു് 5 കോൽ. ആ മരം വെള്ളത്തിൽ നിന്നു് എടുത്തു നീക്കിയാൽ എത്ര കോൽ വെള്ളം താഴുമെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലംപടി: ചുറു് 6 കോലിനെ വർഗിക്ക = 36 എന്ന നിറുത്തി മരത്തിന്റെ ചുറു് 5 നെ വർഗിക്ക = 25. ഇതിനെ നീളം 7 ൽ പെരുക്കുക = 175. ഇതിനെ നിർത്തിയ 36 ൽ കഴിക്ക = 4 കോൽ 20 വിരൽ.

81

അഞ്ചുകോൽ നീളത്തിൽ 4 കോൽ വീതിയിൽ 20 കോൽ ആഴത്തിൽ ഉള്ള വെള്ളത്തെ മറെറാരു കുളത്തിൽ മുറിച്ചു മാററിയാറെ ഇരിക്കേവെൽ വെള്ളം പൊങ്ങി. അപ്പോഴം ആ കുളത്തിന്റെ നീളം എത്രെ എന്നും വീതി എത്രെ എന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലംപടി: 5 കോൽ നീളവും 4 കോൽ വീതിയും പെരുക്കുക = 20. ഇതിനെ 20 കോലിൽ പെരുക്കുക = 400. ഇതിനെ 2 ൽ കഴിക്ക = 200 എന്ന നിർത്തി. ഇരുപതും 2 ഉം പെരുക്കി = 40 മുമ്പു നിർത്തിയ 200 നെ 40ൽ കഴിക്ക = 5. എന്നാൽ 40 കോൽ നീളവും 5 കോൽ വീതിയും ഉണ്ടെന്നറിക.

82

ഉച്ചനിരമൊമ്പതുംപുറച്ചതിരമഞ്ചുംനാലും
ഉച്ചക്കഴിവുനാറുവിരൽഎട്ടുമകലംതാൻ
അച്ചപിരമൊക്കെനിറഞ്ഞുള്ളവെള്ളമെല്ലാം
അക്കണമറപ്പെരികിനാൽകുരുവിയെന്ന ഉച്ചഅണഞ്ഞുള്ളനേരം

ഉംത്തരുവതിൽ പെരുക്കിഉംത്തെളിത്തൊരൊവഴിപറന്നാൽ
ഉച്ചപുണരും മതിലും ഉള്ള എണ്ണർമിക്കവെരും ഒത്തുവിഴയാമലിതു
കുറീർ.

പൊരുൾ :

ഒരു ചിറ്റ്സ്സ് 9 കോൽ നീളവും 9 കോൽ വീതിയും ആഴം 108 വിരൽ. ഇതിൽ നിറഞ്ഞുള്ള വെള്ളത്തെ ഒട്ടകുരികിൽ കൊടിച്ചു വറ്റിച്ചു. അതിൽ ഒരു കുരികിൽ തുരുപം വെള്ളം കൊടിച്ചു. അതിന്മണ്ണം എല്ലാ കുരികിലും കൊടിക്കയും ചെയ്തു. അപ്പോഴം എത്രെ കുരികിൽ കൂടെ വെള്ളം കൊടിച്ചു വറ്റിച്ചെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി: 9 കോൽ നിളവും 9 കോൽ വീതിയും പെരുക്കുക = 81. ഇതിനെ ആഴം 108 വിരൽക്കു് കോലു 4½ യിൽ പെരുക്കുക = 364½. ഇതിനെ ഒരിക്കോൽ സമചതുരത്തിനു് വെള്ളം 32 പറയിൽ പെരുക്കുക. 11664 പറ വെള്ളം ഉണ്ടു്. ഇതിനെ ഒരു പറക്കു് ഇടങ്ങഴി 10 ൽ പെരുക്കി 116640 ഇതിനെ ഇടങ്ങഴി 1 ക്കു് നാഴി 4 ൽ പെരുക്കി 466560 നാഴി ഉണ്ടു്. ഇതിനെ നാഴി 1 ക്കു് ചവട 40 ൽ പെരുക്കി 18662400 ചവടൊണ്ടു്. ഇതിനെ ചവട 1 ക്കു് തുരുവം 5 ൽ പെരുക്കി 93312000. ഇതിനെ 1 ൽ കഴിക്ക എന്നാൽ 9 കോടി 33 നൂറായിരത്തി 12 ആയിരം കുരികിൽ കൂടെ വെള്ളം കൊടിച്ചു വറ്റിച്ചെന്നും അറിക.*

83

തേന്തളിർമന്നവർക്കുമാത്തിലുണ്ടൊരുതത്തിരന്താൻ
തെക്കുവടക്കു വെദിയർകൈകൊട്ടകേട്ടവിടെസ്സുചെന്ന
അന്തരമെന്നിയെവന്നവർക്കൊക്കെരാശികൊടുക്കുമാറ
അകത്തുവിളിച്ചുകൊണ്ടുമാത്തിൽആക്കിഅടച്ചുചുറ്റും
മന്തിരിമാരും നല്ലധികാരിമാരെയുംവിളിച്ചമന്നവരന്നെടുത്തു
കൊടുത്തരാശിപണത്തെ വാങ്ങിഅന്തരമെന്നിയേ
ഒരു നാലിലൊന്നൊരുമൂന്നിലൊന്നും ആദരവോടൊരഞ്ചിലൊന്നു
മാറിലൊന്നും
കൂറുകെളായിപകുത്തുഅന്തണരായവർക്കൊരു ധൂളിദാനംആയതും
കൊടുത്തുമിഞ്ചിയകാണം നാലിരുനൂറാക്കാകും
ആകെയെടുത്തകൊടുത്തപണങ്കളിത്രയതെന്നചൊൽകിൽ
ആരുമവർക്കുനർശരിയില്ലപാരിലൊരുത്തനെന്നെ.

---

* 24 വിരൽ = 1 കോൽ; 1 ഘനകോൽ = 32 പറ; 1 പറ = 10 ഇടങ്ങഴി; 1 ഇടങ്ങഴി = 4 നാഴി; 1 നാഴി = 40 ചവട; 1 ചവട = 5 തുരുവം എന്നീ അളവുകളം മനസ്സിലാക്കുക. 2 ആഴക്കു് = 1 ഒഴക്കു്; 2 ഒഴക്കു് = 1 ഉരി; 2 ഉരി = 1 നാഴി എന്നതാണു് പില്ലൂലത്തു് പ്രചാരത്തിലുള്ള താപ്പു്.

പൊരുൾ :

ഒരു രാജധാനിയിൽ സത്രം ഉണ്ടായാലേ ബ്രാഹ്മണർക്കു ധൂളിദാനം കൊടുക്കണമെന്നു് കല്പിച്ച മന്ത്രിമാരെയും അധികാരിമാരെയും വിളിപ്പിച്ചും കൊണ്ടു ഒട്ട പണമെടുത്ത ഒരുത്തന്റെ കൈയിൽ നാലിൽ 1 ഉം ഒരുത്തന്റെ കൈയിൽ മൂന്നാന്നും ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ അഞ്ചൊന്നും ഒരുത്തന്റെ കൈയ്യിൽ ആറൊന്നും കൊടുത്തു. അവർ നാലുപേരും എല്ലാവർക്കും ധൂളിദാനം കൊടുക്കയും ചെയ്തു. നീക്കി നാലുപേരുടെ കൈയിലുമായി 600 പണം ശേഷിച്ചു, അപ്പോൾ ആകെ എത്ര പണം കൊണ്ടു ധൂളിദാനം കൊടുത്തെന്നും പൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കും ചെല്ലും പടി

4 നും 5 നും 3 നും 6 നും അറുന്നൊരിട്ടം 60 ഇതിനെ 4 ൽ കഴിക്ക 15; 3–ൽ കഴിക്ക 20; 5–ൽ കഴിക്ക 12; 6–ൽ കഴിക്ക 10. 10 ഉം, 12 ഉം, 20 ഉം 15 ഉം കൂടെ കൂട്ടിപിടിക്ക 57. 60–ൽ 57 പേരുകെ 3 എന്ന നിറുത്തി ഇനി 600 നെ 60–ൽ പെരുക്കി 36,000 ഇതിനെ 3–ൽ കഴിക്ക 12,000. എന്നാൽ 12000 പണം കൊണ്ടു് ധൂളീ ദാനം കൊടുത്തെന്നും അറികാ.*

85

എട്ടചാണിടമാത്ര ഒന്നിൽ ഏണമങ്ങുഗമിച്ചതും
ഗമിച്ചതീലൊരു നാഴികയ്ക്കുകോലധീകമെണ്പതും
ഒട്ടമായ കലത്തിലെണ്പതു കാതമുണ്ടവർനിന്നതും
വെട്ടിയന്ന കുതിച്ചുവെണ്മലനാഴ്ചിടാവധീകമായി
ഒട്ടമേ കുറവില്ല നാഴിക ഒന്നിനെൺപതുകോലിടാ
വെട്ടിയന്ന കുതിയിട്ടചെന്ന പിടിച്ചുടൻനിലനിന്നതും
ചേലൊഴന്നരചെയ്കനല്ലൂവനത്തിലുള്ളകണക്കരേ.

പൊരുൾ

ഒരു മാൻ 80 കാതം അകലെ നിൽക്കുന്നു. ആ ഏണം ഒരു മാത്രയിൽ 8 ചാൺ നടക്കും. അതിനെ ചെറുത്തുചെന്ന നാഴ്ചിടാവു് ഒരു നാഴികയിൽ 80 കോൽ അധികം നടക്കയാൽ എത്ര നാഴികൊണ്ടു മാൻകിടാവിനെ അണഞ്ഞു വധിക്കുമെന്നും പൊല്ലുക.

---

* *നാം ചെയ്യുന്ന വഴി*

$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ ഭാഗങ്ങൾ

പോകെ ശേഷിച്ച $1 = (\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6})$

$$= 1 - \frac{57}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

1/20 ഭാഗം = 600 പണം മുഴുവൻ ഭാഗം

= 1200. അറുന്നൊരിട്ടം എന്നാൽ L. C. M ആകുന്നു.

എന്ന കണക്ക ചെല്ലും പടി

മാൻകിടാവു നിന്ന അകലം 30 കാതവും കോലളവും 8000 ൽ പെരുക്കുക = 6400000. ഇതിനെ മാൻകിടാവും അധികം ഓടുന്ന കോല 80–ൽ കഴിക്ക = 8000 നാഴിക.* ഇതിനെ 60–ൽ കഴിക്ക. 133 ദിവസവും 20 നാഴികയും ചെല്ലുമ്പോഴെ മാൻകിടാവിനെ ചെന്നു പിടിക്കുമെന്നും അറിക.

86

മാനസജ്ഞതന്നിലർദ്ധിച്ച താമരയുണ്ടനേകം
മാനവിലായജനത്തിനു തുല്യമായി തളന്നതിനുമേൽ
നൂറോടു നൂറുവല്ലിയതിനു നൂറൊന്നുറിതംക്ക ഏറിനറിഞ്ഞദൂരികയും
പൂവിലൊന്നിനു നൂറുനൂറക്കുറിടുകിന്നദാരികയുംപ്പെട്ട ദൂരികളെത്രയെന്നും
ക്രൂരപിറുപ്പിടുകാതെ ചൊല്ലുകിൽ നല്ല കണക്കരെന്നേ

പൊരുൾ

10000 താമര; താമര ഒന്നിനു് 10000 പൂവു്. പൂവു് ഒന്നിനു് 10000 ഇതും ഇതളൊന്നിനു് 10,000 വണ്ടുകളും ഇരിക്കയാൽ ഇരുന്ന വണ്ടുകളെത്ര എന്നു ചൊൽക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി

10,000 താമരയെ പൂവു് 10,000 ൽ പെരുക്കുക 10 കോടി. ഇതിനെ ഇതും 10,000 ൽ പെരുക്കുക. നൂറായിരം കോടി ഇതും. ഇതിനെ വണ്ടുകളും 10,000 ൽ പെരുക്കുക. 100 മാകോടി വണ്ടുകളും ഉണ്ടെന്നും അറികാ.

$$(10,000)^3 = (10^4)^3 = 10^{12}$$

87

മേരുമലയ്ക്കുതെക്കഹിമവാൻ മുകളുംക്കൊരുഭോഗമൊക്കെ
ചാറൽപൊഴിഞ്ഞുവായുവടിച്ചുഴുകിയുംപെട്ടവാറെ
ചാറലൊരായിരം മാത്രയിൽ ചാൺചതിരത്തിലന്നു ഏറിയെ
കുറുനൂറൊടു നൂറുയോജനവട്ടമൊക്കെ എട്ടൊടുനാലുനാഴികനേരം
ഒന്നതുപോലെതന്നെ ചാറൽ ചൊരിഞ്ഞതിനെറ
കണക്കനേരുചെയ്കിൽ നന്നേ

പൊരുൾ

ഹിമവാൻ മലയ്ക്കു് ഒരു ഭോഗമൊക്കെ മഴപെയ്യുമ്പോഴും മാത്രനേരംകൊണ്ടു് ഒരു ചാൺ ചതിരത്തിൽ 1000 ചാറൽ പെയ്യും. ആനാൽ 10,000 യോജന വട്ടത്തിൽ 12 നാഴിക പെയ്തപ്പോഴും എത്ര പറവെള്ളം ഉണ്ടെന്നു ചെല്ലുകാ.

---

* ദൂരത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് കാതവും കോലളവും; നാഴിക സമയത്തിന്റെ യൂണിറ്റ മാത്രവുമായിരിക്കുന്നു ആദ്യകാലത്തു്.

എന്ന കണക്കു ചെല്ലുംപടി

യോജന 10,000 ത്തെ കാതമാക്കുക. 40,000 കാതംവട്ടം. ഇതിനെ 4–ൽ കഴിക്ക 10,000 കാതം സമചതുരം ഇതിനെ കാതത്തിന്റെ കോലളവു 8000 ത്തിൽ പെരുക്കുക. ഇതിനെ വീതിയുള്ള 10,000 കാതത്തിനു് കോലളവു് 8 കോടിയിൽ പെരുക്കുക. 8 കോടി 64 മാകോടി കോൽചതുരം. ഇതിൽ ഒരിക്കോലിന്നു് ചാൺചതുരം 16-ൽ പെരുക്കിയാൽ 1024 മാകോടി ചാൺ ചതുരം. ഇതിൽ ഒരു ചാൺ ചതുരത്തിൽ ഒരു മാത്രയിൽ പെയ്യുന്ന ചാറൽ പെരുക്കുക. 1024000 മാകോടി ചാറൽ. ഇതിനെ ഒരു തുള്ളിക്കു് ചാറൽ 1000ൽ 10,000 ൽ കഴിക്ക 102 മാകോടി. 4000,000 കോടി തുള്ളി. ഇതിനെ പറ 1 നു് തുള്ളി 64,000 ൽ കഴിക്ക. 16,000 കോടി പറവെള്ളം. ഇതു് ഒരു മാത്ര നേരത്തിൽ പെയ്തതു്. ഇനിനാഴിക 1 നു് മാത്ര 14400 നെ 12 നാഴികയിൽ പെരുക്കി വന്നതു് 4800000 കോടി പറവെള്ളം ഉണ്ടെന്നും അറിക.

88

അമരപുരിക്കുതുല്യം അതാകുമൊരിങ്കിലാന്തിൽ
കപ്പലിറക്കി വാജികളും കരെറിനിറച്ചുകൊണ്ടു്
ഓടി കപ്പൽജെന്നപട്ടണത്തിനുപോയവാറേ
കാറ്റുപെരുകി കപ്പൽമറിഞ്ഞുവാജികളംപെട്ടതിന്മേൽ
ഏറ്ററിയതാറുനാലൊരു മുന്നൂറതിലഞ്ചുമൊന്നായി
പെട്ടതിൽ നിന്നു എട്ടൊരുപത്തു വാജികളം കണ്ടതിന്മേൽ
ഒട്ടൊഴിയാതെ കപ്പലിൽ നിന്നമൂലമറിഞ്ഞുചൊൽകിൽ
അറിഞ്ഞവരോടെ തുപ്പവരില്ല കണക്കൊരുത്തരെന്നേ.

പൊരുൾ

അമരപുരിക്കു തുല്യമായിരിക്കുന്ന ഇങ്കുളാന്തിൽ നിന്നു കപ്പലിൽ തേർ കുതിര കലാദം നിറച്ചുകൊണ്ടു് മറുകര ഓട്ടമ്പോൾ കാറ്റു പെരുകി കപ്പൽ പിഴച്ചു. ഏറ്ററിയ കുതിരയിൽ മൂന്നിലൊന്നും നാലിലൊന്നും അഞ്ചിലൊന്നും ആറിൽ ഒന്നും പെട്ടതിന്റെ ശേഷം 18 കുതിര കപ്പലിൽ കണ്ടപ്പോൾ പൊയ്യുവിലെത്ര കുതിര കപ്പലിൽ നിന്നെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചെല്ലും പടി

പെട്ട കുതിര മൂന്നിനെ നാലിൽ പെരുക്കി = 12. ഇതിനെ 5–ൽ പെരുക്കി = 60. ഇതിനെ 6–ൽ പെരുക്കുക = 360. ഇതു് പൊയ്യുവിൽ നിന്ന കുതിര എന്നറിക. ഇതിൽ മൂന്നൊന്നു 120.4–ൽ ഒന്നു് 90; 5–ൽ ഒന്നു് = 72; 6–ൽ 1 = 1/60 തുക നാലിനാൽ പെരുക്കം = 342. പോയ തിനുശേഷം 18 കുതിര കപ്പലിൽ നിന്നെന്നും അറിക.

89

നര പതിയായ രാജാക്കന്മാർ ഗ്രഹത്തിൽ നിറച്ചിരുന്നതിൽ മൂന്നൊന്നും നാലൊന്നും ആറൊന്നും എടുത്ത ശേഷം 6000 പണം ശേഷിച്ചിരിക്കയാൽ പൊതുവിൽ എത്ര പണം ഇരുന്നെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി

കുറു മൂന്നിനെ 4-ൽ പെരുക്കുക 12. ഇതിനെ 6-ൽ പെരുക്കി 72. എന്നാൽ മൂന്നൊന്നു 24 നാലൊന്നു 18. ആറൊന്നു 12. തുക മൂന്നിനാൽ പെരുക്കം 54 ഉം പോനശേഷം 18 എന്നു നിർത്തി ഇനി ശേഷിച്ച പണം 6000 നെ കുറു 72-ൽ പെരുക്കി 432000. ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക 78-ൽ കഴിക്ക 24000 എന്നാൽ പൊതുവിൽ ഇരുന്ന പണം 24000 എന്നറിക.

90

ആറൊടഞ്ചിരുപാട്ടമാറിയ താറുകോലിട ആഴമായി
നീരലഞ്ഞറുനാലുകോലടപെട്ടതാമരതണ്ടുലം
നീരതിലൊരുനാഴികയ്ക്കുതാരോടഞ്ചിരുവങ്ങിനാൽ
ഏറിമേലുയരത്തിലംഗുലമൊന്നിനൊന്നരനാഴിക
നാഴികയ്ക്കൊരു വീരലതാക ഉയർച്ചയായിമുളയ്ക്കുമേ
ആറിലേറിയനീരിലുങ്ങിരുപാട്ടമൊത്തുയർപെട്ടതും
പാരിലെന്നതയ്ക്കുനല്ലകണക്കുമൂലമറിഞ്ഞവർ.

പൊരുൾ

24 കോൽ വട്ടം 192 കോൽ താഴ്ചയുള്ള താമരപൊയ്കയിൽ നിന്നു ഒരു നാഴികയ്ക്കു 32 പറ വെള്ളം വീതം $1\frac{1}{2}$ നാഴിക ചെല്ലുമ്പോഴം എടുക്കും. ചുവട്ടിൽ നിന്ന താമര നാഴികയ്ക്കു 1 വീരൽ പൊങ്ങും. എന്നാൽ എത്രനാളു കൊണ്ടു നദിക്കുമേൽ മുള സൂചിക്കുമെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി

വട്ടം 24 കോലിനെ 4-ൽ കഴിക്ക 6 കോൽ സമചതുരം. ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കുക = 36. എന്നാൽ 192 കോൽ താഴ്ചയിൽ 191 ഉം നിർത്തി 1 കോൽ താഴ്ചയിൽ പെരുക്കി 36. ഇതിനെ ഒരിക്കോൽ സമചതുരത്തിനു താപ്പ 32 പറയിൽ 1152 പറവെള്ളം. ഇതിനെ 24-ൽ കഴിക്കാ 48 പറ വെള്ളം 1 വീരൽ താഴ്ചക്കു എന്നാൽ നാഴികയ്ക്കു 32 പറവെള്ളം വീതം. $1\frac{1}{2}$ നാഴികചെന്നു എടുക്കുമ്പോഴം എടുത്ത വെള്ളം 48 പറ. അപ്പോഴം ഒരു വീരൽ വെള്ളം താഴും $1\frac{1}{2}$ നാഴികയ്ക്കു എന്നാൽ ഉയർച്ച താഴ്ച കൂട്ടി പിടിക്ക. $2\frac{1}{2}$ എന്നു നിർത്തി 192 കോൽ താഴ്ചയെ വീരലിലാക്കുക 4608. ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക $2\frac{1}{2}$ യിൽ കഴിക്ക $184\frac{2}{5}$ വീരൽ വെള്ളം താഴും. ഇതിനെ $1\frac{1}{2}$ യിൽ പെരുക്കിയാൽ $2764\frac{4}{5}$ ചെല്ലും ഒരു നാഴികയിൽ ഒരു വീരൽ താമര

കിളരുകയാൽ 2764 3/4 വിരൽ താമര കിളരും. അതിനിടയിൽ ചെന്നനാഴ 46 ഉം നാഴിക 4¾ വിനാഴിക 3 എന്നും അറിക.

91

നാലിരുപാട്ടചാണകുലത്തിൽ ആറുവിരൽ താഴ്ചയിൽ
നാടിയെരിഞ്ഞ ദീപമലഞ്ഞതെൺപതു നാഴികയ്ക്കു
നാലൊരുപാട്ട ചാണകുലത്തിൽ നാലുവിരൽ താഴ്ചയിൽ
നാടിയെരിഞ്ഞനെയ്യുരുതിക്ക നാഴിക ഒത്തുചൊൽ കാ.

പൊരുൾ

3 ചാൺ വട്ടം 6 വിരൽ താഴ്ചയുള്ള വിളക്കിൽ നെ നിറച്ചു കത്തുന്ന ദീപം. 80 നാഴിക നിൽക്കയാൽ 4 ചാൺ വട്ടം 4 വിരൽ താഴ്ചയുള്ള വിളക്കിൽ നെ നിറച്ചു കത്തുന്ന ദീപം എത്ര നാഴിക നില്ക്കുമെന്നും ചൊൽകാ.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലംപടി

മുമ്പു വച്ച വിളക്കിന്റെ വട്ടം 8 ചാണിടയും 4-ൽ കഴിച്ചു ചതിരമാക്കുക 2 ചാൺ ചതിരം ഇതിനെ തന്നത്താൽ പെരുക്കുക. 4 ഇതിനെ താഴ 6 വിരൽ പെരുക്കുക = 24 എന്ന നിർത്തി ഇനി പിന്നാലെ വച്ച വിളക്കിന്റെ വട്ടം 4 ചാണടയും 4-ൽ കഴിച്ചു ചതിരമാക്കുക = 1. ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കുക. 11 ഇതിനെ താഴ 4 ൽ പെരുക്കുക = 4. ഇതിന്നു് മുമ്പു് കത്തി നിന്ന നാഴിക 80-ൽ പെരുക്കുക = 320 ഇതിനെ നിർത്തിയതുക 24 ൽ കഴിക്ക 13 നാഴികയും 20 വിനാഴികയും പിന്നാലെ വച്ച വിളക്കിൽ കത്തുന്ന ദീപം നില്ക്കുമെന്നും അറിക.

92

നാലൊട്ടനാലുചാണിട വീതിനാലുവിരൽക്കുതാഴ്ചനാടിയെരിഞ്ഞ
ദീപനിലയ്ക്കുനാഴികമുപ്പതാകും
നാലിരുപാട്ട നാലകലത്തുചാണിടവീതികൊണ്ട ചൂഴിയിൽനിന്ന
നാലൊട്ടരണ്ടുതാണവിരൽ തടത്തിൽനാടിയെരിഞ്ഞ
നെയ്യുരുതിക്കദീപമലഞ്ഞവാറേ
നാഴിക ഒത്തു ചൊല്ലുവതിന്നനല്പരിൽനല്പരെന്നേ.

പൊരുൾ

16 ചാൺ വട്ടം 4 വിരൽ താഴ്ചയുള്ള വിളക്കിൽ നെ നിറച്ചു കത്തുന്ന ദീപം 30 നാഴിക നിൽക്കയാൽ 32 ചാൺ വട്ടം 6 വിരൽ താഴ്ചയുള്ള വിളക്കിൽ നെനിറച്ചു കത്തുന്ന ദീപം എത്ര നാഴിക നിൽക്കുമെന്നും ചൊൽക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലംപടി

മുമ്പുവച്ച വിളക്കിന്റെ വട്ടം 16 ചാണിടയും 4 ൽ കഴിച്ചു ചതിരമാക്കുക. 4 ചാൺ സമചതുരം. ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കുക = 16. ഇതിനെ താഴ

4 വീരലിൽ പെരുക്കുക 64 എന്ന നിർത്തി. ഇനി പിന്നാലെ വച്ച വിള ക്കിന്റെ വട്ടം 32 ചാണിടയും 4 ൽ കഴിച്ച ചതിരമാക്കുക 8 ചാൺ സമച തുരം. ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കുക 64. ഇതിനെ താഴ്ച 6 വീരലിൽ പെ രുക്കുക = 384. ഇതിനെ മുമ്പു കത്തിച്ച നാഴിക 30 പെരുക്കുക = 11520. ഇതിനെ നിർത്തിയതുക 64 ൽ കഴിക്ക 180 എന്നാൽ പിന്നാലെ വച്ച വിള ക്കിൽ കത്തുന്ന ദീപം 180 നാഴിക നിൽക്കും എന്നറിക.

നൂറുകോലിട നീളം വീതിയും നൂറുകോൽ കഴിയുള്ളതിൽ
ഏറിനിന്നവാർ പൊറിഞ്ഞ നീരതാനതൊക്കയും
കുറുപുഴപൊഴിച്ചു പോരു നിരത്തി നാലുതടത്തിലും
ഏറിനീരുതിപെട്ടന്നതു നാലുപാട്ട കണക്കിലേ
ചീറിനാലിലും ഒത്തു നീരുതിപെട്ടന്നതറിഞ്ഞവർ
കൂടിടീർ ഗുരുവാണയി ഭുവനത്തിൽ നല്ലകണക്കരേ.

ചൊരുൾ :

100 കോൽ നീളം 100 കോൽ വീതി 100 കോൽ താഴ്ചയുള്ള പൊയ്ക യിൽ നിറഞ്ഞുള്ള നീരിൽ നാലുപാട്ടും ഓരോ പൊഴിയിൽ നീരുതി വരുന്ന കണക്കു് ചൊൽക.

എന്ന കണക്കു ചൊല്ലുംപടി : ഒന്നാം പൊഴി തെളിച്ചാൽ 15 നാഴിക കൊണ്ടു് നീരുതിവരും. രണ്ടാം പൊഴി തെളിച്ചാൽ 30 നാഴിക കൊണ്ടു് നീരുതി വരും. മൂന്നാംപൊഴി തെളിച്ചാൽ 45 നാഴികകൊണ്ടു് നീരുതി വരും. നാലാംപൊഴി തെളിച്ചാൽ 60 നാഴിക കൊണ്ടു് നീരുതി വരും. ഇങ്ങനെയി രിക്കുന്ന പൊഴി നാലും ഒരിക്കാലെ തെളിച്ചാൽ എത്ര നാഴികയ്ക്കു നീരുതി വരുമെന്നും ചൊൽക.

ഇതിനുവഴി പൊഴിയിൽ ചെന്ന നാഴിക കൂട്ടിപിടിക്ക 15 ഉം 30 ഉം 45 ഉം 60 കൂടെ 150. എന്ന നിർത്തി ഇനി 4 ാം പൊഴിയിൽ ചെന്ന നാഴിക 60 നെ നാഴികയ്ക്കുള്ള വിനാഴിക 60 ൽ പെരുക്കുക 3600. ഇതിനെ നിർത്തിയ തുക 150 ൽ കഴിക്ക = 24. ഇതിനെ 1 ാം പൊഴിയിൽ ചെന്ന നാഴിക 5 ൽ പെരുക്കുക. 6 നാഴിക കൊണ്ടു് 4 പൊഴിയിലും കൂടെ ഒത്തൊഴിച്ചാൽ നീര രുതി വരുമെന്നും അറിക.

94

അൻപിനോടു മൂന്നുവകയാനസുരവീതാൻ അഞ്ചുവഴിചെന്നു
നല്ലതിനമതുതിന്നു ഇമ്പമൊടു ഏഴുവഴിനീർകളതുതേടി
എന്ന കിറ ഒൻപതിലിറങ്ങി ജലമുണ്ടു

കമ്പമതുതീർന്ന പതിനൊന്ന വഴിചെന്ന കൂട്ടം പതിമൂന്നിലവർ
ചെന്നടന്ന നിന്നാർ
കമ്പമകലക്കളഞ്ഞു ചിന്തതെളിവോടെ കണ്ടടനെ ചൊല്ല
നല്ല ആവിനടെ എണ്ണം.

പൊരുൾ:

ഒരു കൂട്ടിൽ നിന്നും ഒട്ട പശുക്കൾ മൂന്ന വഴിയായി ഇറങ്ങിപ്പോയി. അഞ്ച വഴിയായിച്ചെന്ന പുല്ല തിന്ന. 7 വഴിയായി വെള്ളം തേടി തിരിച്ചു. 9 വഴിയായി വെള്ളം കുടിച്ചു. 11 വഴിയായി കരക്കേറി. 13 വഴിയായിട്ട് കൂട്ടിൽ കേറി നിന്നപ്പോൾ ആകെ എത്ര പശുക്കൾ ഉണ്ടായിരുന്ന എന്ന ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി. 3 നെ 5 ൽ പെരുക്കി 15 ഇതിനെ 7 ൽ പെരുക്കി 105. ഇതിനെ 9 ൽ പെരുക്കി = 945. ഇതിനെ 11 ൽ പെരുക്കി = 10395. ഇതിനെ 13 ൽ പെരുക്കി = 135135 പശുക്കൾ ഉണ്ടെന്നും അറിക.

95

അരശരൊടിടയൻ വാങ്കി ആയിരത്തെൺപതാവു
അരശരന്നരൈത്ത കൂലി ആണ്ടിൽ മുപ്പത്താറുപോന്ന
നരപതിവേദിയർക്ക
നാളൊന്നിൽ ദാനം മൂന്നാം സുരവീയത്ത നേരെ
നീക്കി ചൊല്ലിടീർമെച്ചിക്കൂലി.

പൊരുൾ:

ഒരു ഇടയൻ പക്കൽ 1080 പശുവിനെ തീറ്റുവാൻ കൊടുക്കുന്ന അപ്പോൾ ഒരാണ്ടിന 36 പൊന്ന കൂലി കൊടുക്കമാറൊത്ത കൊടുത്ത ദിവസം തുടങ്ങി മൂന്ന പശു വീതം വാങ്ങിച്ചു ദിവസേന നിത്യദാനം ചെയ്യുമ്പോൾ കൊടുക്കവേണ്ടും കൂലി പൊന്ന എത്ര എന്നും ചൊല്ലുക.

ഇതിന വഴിയാധികാരം, ആണ്ടടൻ നാളതാക്കിട്ടാവതിൽ പെരുക്കിക്കൊണ്ട് വീണ്ടടൻ ആവുതന്നെ വിരവോട് ചേർത്ത പിന്നെ ഈണ്ടെഴും തുകയെ നന്നായി ഇമ്പമായർധിച്ചിട്ട വേണ്ടിന മേച്ചിൽ കൂലിതന്നിലെ പെരുക്കികൊണ്ട ആണ്ട നാളാവും തമ്മിൽ പെരുക്കിന തുകയിലീന്തൽ വേണ്ടിന കൂലി തന്നെ വിരവോട് കാണലാമേ—ആണ്ടനാം ആവിൽ മാറി അതിലൂടൻ ആവൈ കൂട്ടി പൂണ്ട തിൽ പാതി ചെയ്യ പൊന്നതിൽ പെരുക്കിക്കൊണ്ട ആണ്ടനാളാവും മാറി അതിലൂടൻ ഈവു ചെയ്യാൽ ആണ്ടടൻ ഇടയൻ മേച്ചിൽ അയതിൽ കൂലിയാമേ.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി. ഒരാണ്ടിന നാം 360 ഉം പശു 1080 പെരുക്കി = 388800. ഇതിൽ പശു 1080 ഉം കൂട്ടുക = 389880. ഇതിനെ പാതിയാ

ക്കുക 194940 ഇതിനെ ഒത്ത പണം 36 ൽ പെരുക്കുക 7017840. ഇതിനെ 388800 ൽ കഴിക്ക $= 18\frac{1}{20}$ പൊന്നുമേച്ചി കൂലി ഉണ്ടെന്നും അറിക.*

96

അരിമറാപലരുമകെ അഴകിയെ പിള്ളയാർക്കായി
കരിമറാതുലുങ്കൻ ചിന്നൻ കന്നടിമന്നർ കൂടെ
എരുതൊരായിരം മാകൊടി ഇരുകലമതാമെന്നം
വരിചൂടൻ ഏററിക്കൊണ്ട പലരുമായി
വരിക ചെയ്തവഴിയിലൊരു തനിയേയംവിഴ
പറയാതൊരെള്ളിലാമൽ അരവിനാഴികയിൽ
കാതം അഞ്ചെയും പിന്നിട്ടെടം അടങ്കലമെതിർ
ചുമന്തകാതവും നാളും ചൊല്ലീർ.

പൊരുൾ:

കന്നടി രാജാവും ഒട്ട തുളുക്കരും കൂടെ 1000 മാകോടി എരുതിന്റെ പുറത്തു 2 കലൻ എള്ള വീതം ഏററിക്കൊണ്ട ഒരു സ്ത്രീയെ കാണാൻ പോയപ്പോഴം അര വിനാഴികയ്ക്കു 5 കാതം വഴിനടക്കും. അതിനിടയിൽ ഒരു എള്ള വീണു പോകും. അങ്ങനെ നടന്നു് അങ്ങു് ചെന്നു് എത്തുന്നപ്പോഴം എള്ളൊക്കെ വീണു പോയി. അപ്പോഴം എത്ര നാഴം ചെന്നെന്നും എത്ര കാതം വഴി നടന്നെന്നും ചൊല്ലുക.

---

* 1080×360 പഴയ ദിനത്തിനു് കൂലി 36 പണം

$\{3+6+9+\ldots\ldots\ldots 1080\}$

$3\{1+2+3+\ldots\ldots\ldots 360\}$

$3 \times \frac{361}{2} \times 360$

പഴയ ദിനത്തിനു്

$$= \frac{36 \times 3 \times \frac{361}{2} \times 360}{1080 \times 360}$$

$$18\left\{1 + \frac{3}{1080}\right\}$$

$$= 18\frac{1}{20} \text{ പൊന്നു്.}$$

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുക കാണാനുള്ള സൂത്രമാണു് ഇവിടെ പ്രയുക്തമാക്കിയതു് എന്നു് കാണുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലിംപടി ഒരു ചവിട്ടിന്ന എള്ള 2880 എള്ള വീഴുമ്പോഴ 1440 വിനാഴിക ചെല്ലും. ഇതിനിടയിൽ നടന്ന കാതം 14400. 1440 വിനാഴികയെ നാഴി എള്ളിന്ന ചവട 40 ൽ പെരുക്കി. നാഴി എള്ള് വീഴുമ്പോഴ 57600 വിനാഴിക ചെല്ലും. ഇതിനെ ഒരു നാളെക്ക് വിനാഴിക 3600 ൽ കഴിക്ക. വരുമിവ 16 നാഴി എള്ള് വീഴുമ്പോഴ 16 നാഴ ചെല്ലും. അതി നിടയിൽ നടന്ന കാതം 500.

*ഭൂമിയുടെ കണക്ക്

97

ഉദയപർവതം മുതൽ അസ്തമനപർവതം വരെ 500 സംവത്സരത്തെ നീളവും തെക്കുവടക്കു 500 സംവത്സരത്തെ വീതിയും ഉള്ളതിൽ 300 സംവത്സരത്തെ വീതിയിൽ 500 സംവത്സരത്തെ നീളം സമുദ്രം നീക്കി ശേഷം കര ഭൂമിയായിട്ട കണക്കിൽ കാണുന്നതാക കൊണ്ട ആ മുറയ്ക്കു 500 സംവത്സരത്തെ നീളത്തിനു് മാസവും തീയ്യതിയും നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും 200 സംവത്സരത്തെ വീതിക്കു് മാസവും തീയ്യതിയും നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും ഈ ദണ്ഡിനെ നീളം വീതിയായി കണ്ട തമ്മിൽ പെരുക്കിയാൽ എത്ര പെരുക്കം ഉണ്ടെന്നും അതിനെ ഒരു പറ വിത്തു പാടസ്ഥലത്തിനു ഉള്ള പെരുക്കം 80 ൽ കഴിച്ചാൽ എത്ര വിത്തു പാടസ്ഥലം എന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി. 500 സംവത്സരത്തിനു് മാസം അറിവാൻ സംവത്സരം ഒന്നിനു് മാസം 12 ൽ പെരുക്കിയാൽ മാസം 6000 ഉം ഇതിനെ മാസം 1 ക്കു് തീയതി 30 ൽ പെരുക്കിയാൽ 180000 തീയ്യതിയും കിട്ടുന്നു.

കായലിന്റെ കണക്കു്

98

കായലിൻ നീളം വീതി കരുതിയെ താഴിച്ച താനും
ഇന്നൊരു തുകയായി വൈത്തു ഇരമ്പുവെൻ
കണക്കകൈളീർ നീളവും മൂന്നുകാതം വീതിയും
അതുപോലായാൽ താഴ്ചയീരാറുകോല അതി
ലുടൻ നിറയവേണ്ടും എള്ളുതപറയും സംഖ്യ
എണ്ണവും ഉരെത്തിടുകിൽ ഉരെപ്പരവർക്കു
നേരായി ഉലകിനിൽ കണക്കരില്ലൈ.

---

* മേൽ അച്ചടിക്കപ്പെട്ട മാവനാൻ മാപ്പിള സെയിതു മുഹമ്മദു ആശാനാൽ സ്വയം ഉണ്ടാക്കപ്പെട്ട ഭൂമി, കായൽ, നിലം മുതലായതിന്റെ കണക്കു്.

മേൽ അച്ചടിക്കപ്പെട്ട

ശവനാൻമാപ്പിള സെയിതുമുഹമ്മദു ആശാനാൽ

സ്വയം ഉണ്ടാക്കപ്പെട്ട

ഭ്രമി, കായൽ, നിലം മുതലായ്തിന്റെ കണക്കു

ഭ്രമിയുടെ കണക്കു

ഉദയപർവ്വതം മുതൽ അസ്തമനപർവ്വതം വരെ ഇന്ന സംവത്സരത്തെ നീളവും തെക്കുവടക്ക ഇന്ന സംവത്സരത്തെ വീതിയും ഉള്ളതിൽ പുന്ന സംവത്സരത്തെ വീതിയിൽ ഇന്ന സംവത്സരത്തെ നീളം സമുദ്രം നീക്കി ശേഷിം കര ഭ്രമിയായിട്ട കണക്കിൽ കാണുന്നതാകകൊണ്ട അതു മുഴുവനും ഇന്ന സംവത്സരത്തെ നീളത്തിനു മാസവും തീയ്യതിയും നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും പുന്ന സംവത്സരത്തെ വീതിക്ക മാസവും തീയ്യതിയും നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും രണ്ടു ദണ്ഡിനെ നീളം വീതിയായി കണ്ടു തമ്മിൽ പെരുക്കിയാൽ എത്ര പെരുക്കം ഉണ്ടെന്നും അതിനെ ഒരു ഞാവിത്തുപാടസ്ഥലത്തിന്ന ഉള്ള പെരുക്കം വ്യധൽ കഴിച്ചാൽ എത്ര വിത്തുപാട സ്ഥലം ഉണ്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക ചൊല്ലുംപടി ഇന്ന സംവത്സരത്തിനു മാസം അറിവാൻ സംവത്സരം പുന്ന മാസം ധ്രുവൽ പെരുക്കിയാൽ മാസം ന്യൂനം ഇതിനെ മാസം പുക്ക തീയ്യതി ധ്രുവൽ പെരുക്കിയാൽ ന്യൂനവ്യധനം തീയ്യതി ഇതിനെ തീയ്യതി പുക്ക നാഴിക ന്യധൽ

പൊരുൾ:

12 നാഴിക നീളം 12 നാഴിക വീതി 12 കോൽ താഴ്ചയുള്ള കായലിന കത്തു് എള്ളിട്ടു് നിറച്ചാൽ ആ വക എള്ളിനു് എത്ര എണ്ണം ഉണ്ടെന്നും പൊല്ലുക. *എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി.* നാഴിക 1 നു് ചിറുകോൽ 2000 ഉം ആകെ നാഴിക 12 ക്കു് ചിറുകോൽ 24000 ഉം ഇതിൽ ഒരിക്കോലിനു് എള്ള 1526 ൽ പെരുക്കിയാൽ.

നിലത്തിന്റെ കണക്കു്

99

നിലത്തിനു് നീളം വീതി പെരുക്കവും പറയും തന്നെ നീതിയിങ്ങറിവിനായി
നിർണ്ണയം വഴിയെക്കെളീർ ദണ്ഡിനാലളന്നകണ്ട ദൂരമേ നീളമാകും
കുറഞ്ഞതു വീതിയെന്നാൽ കൊണ്ടുടൻ തമ്മിലേറുറിവന്നതു പെരുമം താനും
വകയതായിനിർത്ത പിന്നെ എൺപതിലീവു ചെയ്യാൻ
എഴന്തതു പറയതാമേ.

പൊരുൾ;

നിലത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും പെരുക്കവും പറയും അറിയുന്നതിനുള്ള വഴി ദണ്ഡകോൽ കൊണ്ടു ഇന്നു കണ്ടാൽ കൂടിയതു് നീളവും കുറഞ്ഞതു് വീതിയും ആകുന്നു. അതിനെ തമ്മിൽ പെരുക്കിയാൽ വരുന്നതു് പെരുക്കവും ഒരുപറ വിത്തു് പാട്ടിന്റെ പെരുക്കം 80 ൽ കഴിച്ചുവരുന്നതു് പറ എന്നും അറിക.

100

നിലത്തിനു് നൂറുനീളം വീതിയും അറുപതാനാൽ
പെരുക്കവും പറയും വിത്തും പിഴയില്ലാതറിവിനായി
നീളവും വീതി തമ്മിൽ നിനവോടു പെരുക്കിപിന്നെ
എൺപതിൽ കഴിത്തുകണ്ട എണ്ണമേ പറയതാകും.

പൊരുൾ:

നിലത്തിനു് നീളം നൂറു ദണ്ഡ; വീതി 60 ദണ്ഡ ഇതിന്റെ പെരുക്കവും പറയും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി: നീളം 100 ദണ്ഡ കോലിനെ വീതി 60 ൽ പെരുക്കുക 6000. ഇതിനെ ഒരു പറ വിത്തു പാടനിലത്തിനുള്ള പെരുക്കം 80 ൽ കഴിക്ക. 75 പറ.

101

നിലത്തിന നീളം നൂറു വീതിയും എൺപതാനാൽ
പെരുക്കവും പറയും വിത്തും പെരുകിയ എണ്ണം താനും
നിലത്തിനിൽ വിതച്ചുകണ്ടാൽ ഇരിക്കുന്ന അളവും പിന്നെ
സാരമിങ്ങറിവാനായി സത്തുകം മൊഴിയിതാമേ.

ഉപപത്തി :

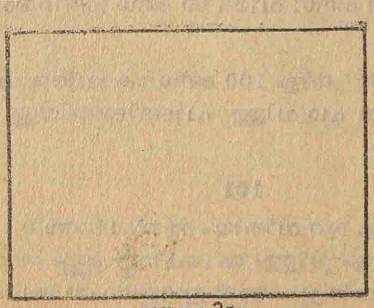
നിലത്തിന്റെ നീളം 100 ദണ്ഡ്. വീതി 80 ദണ്ഡ്. ഇതിന്റെ പെരുക്കവും പറയും ആ വരുന്ന പറയുടെ നെല്ലിന്റെ എണ്ണവും അതിനെ നിലത്തിൽ വിതച്ചാൽ ഓരോ വിത്തു് തമ്മിൽ ഇരിക്കുന്ന അകലവും പൊല്ലിക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി. നീളം 100 ദണ്ഡിനെ വീതി 80 ദണ്ഡിൽ പെരുക്കുക, 8000. ഇതിനെ ഒരു പറ വിത്തു പാടനിലത്തിന്റെ പെരുക്കം 80 ൽ കഴിക്ക 100 ക്കു 80. 8000 എന്നാൽ നൂറുപറ വിത്തു പാടനിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക. ഇനി വിത്തു 100 പറക്കു് എണ്ണം അറിയേണ്ടുന്നതിനു് കൊച്ചിയിൽ നാഴി 1 ക്കു് നെല്ല് എണ്ണം 14400. ഇതിനെ പത്തു താപ്പൊത്ത പറ ഒന്നിനു് നാഴി 40 ൽ പെരുക്കിയാൽ 576000. ഇതു് ഒരു പറ നെല്ലിന്റെ എണ്ണം 100 ൽ പെരുക്കിയാൽ 576000,00. 100 പറ നെല്ലിനു് 5 കോടി 76 ലക്ഷം മണി നെല്ലു്. ഇവിടെ നടന്ന വരുന്ന നാഴി രണ്ടു കൂടിയതു് കൊച്ചിയിൽ നാഴിയാകയാൽ ഇവിടത്തെ നടപ്പിൻ പ്രകാരം 100 പറ നെല്ലിനെ എണ്ണം 288000,00 വിത്തുമണി ഉണ്ടെന്നും അറിക.

ഇനി വിത്തു വിതച്ചാൽ ഓരോ വിത്തു തമ്മിൽ ഇരിക്കുന്ന അകലം അറിവാൻ 80 പെരുക്കം ഉള്ള നിലത്തിൽ ഒരു പെരുക്കത്തിനു ഉരി വിത്തു വീതയ്ക്കുണ്ടെന്ന മുറയ്ക്കു ഇവിടത്തെ നാഴിക്കു 7200 നെൽമണിയുള്ളതിൽ പാതി 3600 നെല്ലു്. ഉരിവിത്തിന്റെ എണ്ണം ഉള്ളതാകയാൽ ഒരു ദണ്ഡ നീളത്തിനു് 96 അംഗുലം നീളം ഉള്ളതും അതിൽ ഒരു വശത്തെ നീളത്തിനു് 60 മണി വിത്തു് കണക്കിൻപ്രകാരം ഇരിക്കുന്നതാക കൊണ്ടു് 60 നു് 60 3600 എന്നാൽ 96 നെ 60 ൽ കഴിച്ചാൽ 1½ അംഗുലം അകലം ഓരോ വിത്തു തമ്മിൽ ഇരിക്കുമെന്നും അറിക.

102

ചതുരമായുള്ള ഭൂമി നീളവും നൂറതാകെ അതിലുടൻ
അളന്നുകണ്ട വീതിയും നൂറതനാൽ പെരുക്കവും
പറയും വിത്തും വിവരമായുരത്തിടീർ താൻ.



ചതുരനിലം

പൊരുൾ :

ചതുരമായിരിക്കുന്ന നിലം 1 നു' നീളം ആറുകോൽ വീതി 100 കോൽക്കു് പെരുക്കവും പറയും ചൊൽക.

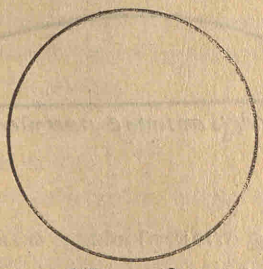
എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി. നീളം 100 കോലും വീതി 100 കോലും തമ്മിൽ പെരുക്കുക. 10,000. ഇതിനെ 80 ൽ കഴിക്ക = 125. എന്നാൽ 125 പറ വിത്തു പാടം നിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക.

103

വട്ടമായളന്നു കണ്ട ചുറ്റു നൂറെട്ടതാകെ വയലതിൻ പെരുക്കം
വിത്തുവകയതായി പൊൽവതിനു ചുറ്റിനെ നാലിലീന്ത
വന്നതുതന്നിലേറ്റി എൺപതിലീവു ചെയ്താൽ കണ്ടതു പറയതാമേ.

പൊരുൾ :

വട്ടമായിരിക്കുന്ന നിലം 1 നു് ചുറ്റളവു് 800 കോൽക്കു പെരുക്കവും പറയും ചൊൽക.



വട്ടമായ നിലം

---

* $\left(\frac{2\pi r}{4}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{16} = \left(\frac{\pi}{4}\right)\pi r^2$

വലിയനിലങ്ങൾക്കു് ശരി.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി. ചുറ്റളവ് 800 കോലിനെ 4 ൽ കഴിച്ച ചതിര മാക്കുക. 200. ഇതിനെ തന്നത്താൻ പെരുക്കുക 40,000, ഇതിനെ 80 ൽ കഴിക്ക = 500. എന്നാൽ 500 പറ വിത്തു പാടനിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക,*

104

വില്ലുതു ഞാണംപോലെ വിതമതായുള്ള ഭൂമി വില്ലതിന്റെ ഇവ ചൊല്ലാം അറുപതുപത്തതാകും ഞാണതും മൂന്നുറെന്നാൽ അതിനുടൻ പറയകാണ്മാൻ വില്ലതിൽ ഞാണുനീക്കി കണ്ടതു രണ്ടലിന്താൽ വന്നതു നടുവിൽ വീതിവകയതായി ഞാണിലോറിരുന്നതു മുക്കാൽ തന്നിൽ അറിവൊട്ട പെരുക്കി പിന്നെ എൺപതിൽ കഴിച്ചുകണ്ടാൽ വന്നതു പറയതാമേ.

പൊരുൾ :

വില്ലും ഞാണും പോലെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിനു് വില്ലുവ 600 കോൽ ഞാണളവ 300 കോൽക്ക പെരുക്കവും പറയും ചൊൽക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി. വില്ലളവു 600 കോണിൽ ഞാണളവ 300 കോലും നീക്കി 300. ഇതിനെ വില്ലും ഞാണും 2 ൽ കഴിക്ക. 150. ഇതിനെ ഞാണളവു 300 കോലിൽ പെരുക്കുക. 4500 ഇതിനെ $\frac{3}{4}$ ൽ പെരുക്കുക, 33750. ഇതിനെ 80 ൽ കഴിക്ക $421\frac{3}{4}$ വിത്തു പാടം നിലം.

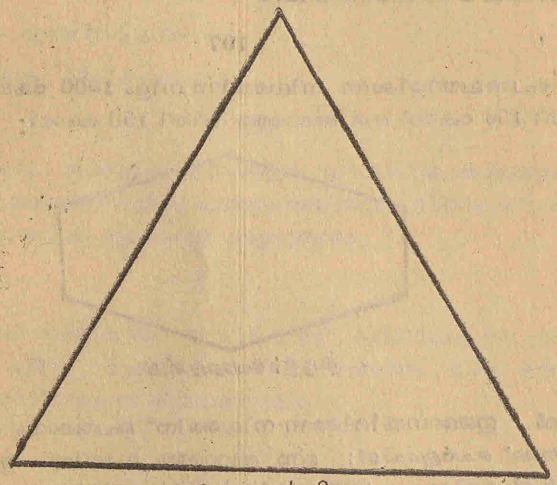


വില്ലും ഞാണും പോലെനിലം

മൂന്നുകോണതുള്ള നിലമതിന്റെയളവു ചൊല്ലാം നീളവും
മൂന്നാറാകും വീതി നാറനൻ പതിതെ
മുൻപളന്നതനിലുള്ള പെരുക്കവും പറയും
കാണ്മാൻ മൂന്നുകൈ അളന്നുകണ്ടതു
കയതുനാലിലീന്താൻ വന്നതുതന്നിലോറി
വകയതായി പെരുക്കം തന്നെ നിനവുടൻ
മുക്കാൽ തന്നിൽ നീതിയായി പെരുക്കിക്കൊണ്ടു
എൺപതിലിവു ചെയ്താൽ വന്നതു പറയതാമെ.

പൊരുൾ :

മുക്കോണായിരിക്കുന്ന നിലത്തിനു് ഒരു വശത്തെ നീളം 300 കോൽ ഒരു വശത്തെ വീതി 150 കോൽ. ഒരു വശത്തെ വീതി 150 കോൽ. ഇങ്ങനെ ഇരിക്കുന്ന നിലത്തിനു് പെരുക്കവും പറയും ചൊല്ലുക.



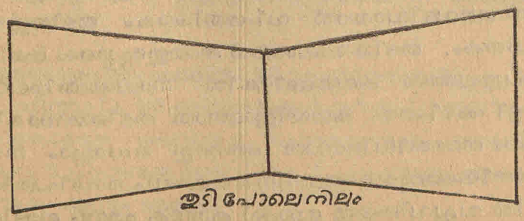
മുക്കോൺ നിലം

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി. മൂന്നുവശത്തെ അളവും കൂട്ടിപിടിക്ക 600. ഇതിനെ 4 ൽ കഴിക്ക 150. ഇതിനെ തന്നെത്താൻ പെരുക്കുക. 22500. ഇതിനെ $\frac{3}{4}$ ൽ പെരുക്കുക. 16875. ഇതിനെ 80 ൽ കഴിച്ചുവന്നതു് $210\frac{3}{4}$. എന്നാൽ $210\frac{3}{4}$ പറ വിത്തു പാടു നിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക.

106

തുടിപോലെയിരിക്കുന്ന നിലം

തുടിപോലെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിനു നീളം 400 കോൽക്ക ഒരു അറ്റത്തു വീതി 200 കോൽ നടുവിലെ വീതി 100 കോൽ ഒരറ്റത്തെ വീതി 200 കോൽ. ഇങ്ങനെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിനു് പെരുക്കവും പറയും ചൊൽക.



തുടിപോലെനിലം

---

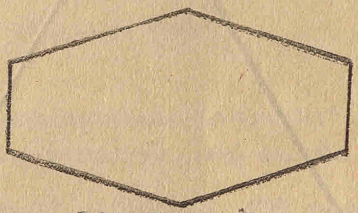
* താത്വികമായി ഇങ്ങനെ ഒരു മുക്കോൺ സാധ്യമല്ല: രണ്ടുവശങ്ങളുടെയും മൂന്നാംവശത്തേക്കാൾ കൂട്ടലാകണമല്ലോ.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി: മൂന്ന അറത്തെ വീതിയും കൂട്ടിപിടിക്ക 510. ഇതിനെ മൂന്നിൽ കഴിക്ക 170. ഇതിനെ നീളം 400 കോലിൽ പെരുക്കുക. 68000. ഇതിനെ 80 ൽ കഴിക്ക 850 എന്നാൽ 850 പറ വിത്തുപാടനിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക.

മട്ടളം പോലെയിരിക്കുന്ന നിലം

107

മട്ടളം പോലെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിന്നു നീളം 1000 കോൽക്ക. ഒരു അറത്തെ വീതി 150 കോൽ ഒരു അറത്തെ വീതി 150 കോൽ. നടുവിലെ വീതി



മട്ടളം പോലെനിലം

300 കോൽ. ഇങ്ങനെയിരിക്കുന്ന നിലത്തിന്നു പെരുക്കവും പറയും ചൊല്ലുക. *എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി:* മൂന്ന അറത്തെ വീതിയും കൂട്ടിപിടിക്ക 600. ഇതിനെ 3 ൽ കഴിക്ക. 200 ഇതിനെ നീളം 1000 കോലിൽ പെരുക്കുക. 200,000 ഇതിനെ 80 ൽ കഴിക്ക 2500. എന്നാൽ 2500 പറവിത്തു പാടനിലം ഉണ്ടെന്നും അറിക.

തെ വൈക്കുന്നതിന്റെ വിവരം

108

തൈവൈക്കുന്നതിന്ന കലം ചൊല്ലാം. തെങ്ങിന്ന ദണ്ഡ കൌമുങ്ങിന്നകോല അതിൽ നാലൊട്ട മൂന്ന കുറഞ്ഞാൽ പോരാ. പോക്കമതായ സ്ഥലങ്ങളിൽ നലും താഴ്ച തറകളിൽ മൂന്ന കൊള്ളാം. വച്ചൊരു തൈയ്യിനു പുത്തൻ ചൊല്ലാം ചുവടുപിടിച്ചാൽ രണ്ടും പറയാം പാളതൈയ്യിനു നാലതുപുത്തൻ ഒട്ടവിരിഞ്ഞാലാറതിലാകും കണക്കൈലയ്യ ദശമത ചൊല്ലാം കൊട്ടയ്യിനാലയ്യി രെട്ടതുപുത്തൻ ഗജവടിവായാൽ വിംശതിചാകും തടിയത കണ്ടാൽ നാലതി ലേറും കോലിനകം. തടിയതിലായാൽ തരമതുപ്പോലെ ഷോഡശമേറും അടുത്ത കലയ്യിനുരുപതുപുത്തൻ കലകണ്ടീടുകിൽ നാലഞ്ചതിലെറും ഗജമതിലേറി യൊരു തോട്ടി കഴിഞ്ഞും കലയില്ലാതൊരു തടിയെന്നാകിൽ മൂന്നതുപുത്തൻ കാണംപറയാം തരമതിലിന്നൊരു തെങ്ങതു ചൊല്ലാം നാല്പതുമടലും ബോദശ കലയും കണ്ടതിലങ്ങൊരുതെങ്ങതിനിന്ന കാണം രാശീപതിനാറാകും. ഇങ്ങനെ നാല്പതരമതിൽ വല്ലവിലയതു നോക്കി കാണുക എന്നും ഈടിയാതകുമിസ്ഥലമാ

കിൽ അച്ചിലൊരർധം കാണം ചൊല്ലാം കായില്ലാതൊരുകൊന്നകം വന്നാൽ നാലതുപുത്തൻ വിലയതിനുണ്ടകെരുളഭൂമിനടപ്പതിനായൊരു നീതിയക്കായ ശാസ്ത്രമിതാമേ.

യൂണിറ്റുകൾ

കാലത്തിന്റെ യൂണിറ്റുകൾ

മേൽപ്പെരുക്കവും കീഴ്പ്പെരുക്കവും.

109

നാളിനാലുവതാകും നാഴികയറുവതത്താൽ വിനാഴിക അറുവതാകും അഥനി ലാറൊന്നു വീപ്പു കെന്നാടിതൽക്കു പത്താംഗണിതമെന്നിതിനെ നാലിൽ ആളി നാൽ മാത്ര ഇരുനാലാകും ഇമനൊടി അളവുകാലം.

പൊരുൾ :

ദിവസം 1 ക്കു് നാഴിക 60; നാഴിക 1 ക്കു് വിനാഴിക 60; വിനാഴിക 1 ക്കു് 6 വീർപ്പു്; പീർപ്പു് 1 ക്കു് 10 ഗണിതം; ഗണിതം 1 ക്കു് 4 മാത്ര; മാത്ര 1 ക്കു് 8 കൈനൊടിയാകുന്ന കാലമെന്നറിക.

110

കാലംമുപ്പതിലൊന്നാകുംതല്പരഅഥനിൽ
നാലോടേഴരയിലൊന്നാകുംതുടിതുടിയതിലെട്ടാ
ന്നാകുംമൂലമാംഇലവമാകുംഅതുക്കുമുള
രീപത്രമീരണ്ടുകൊലമായടുക്കിതുശികൊട്ടകൈത്തിടയതാമേ.

പൊരുൾ :

നൊടിഅളവാകുന്ന കാലം കൊണ്ടു 20 കുറിട്ടാൽ ഒരു കുറുതല്പരയെന്നുപേര. തല്പര 30 ൽ 1 തുടിയെന്ന പേര. തുടി 8 ൽ 1 ഇലവമെന്ന പേര. ഇലവമാകുന്ന കാലം അറിവാൻ രണ്ടു ഇളയതാമരയില പറിച്ചു നനച്ചടുക്കി ചേർത്തു നേരിയൊരു സൂചി കൊണ്ടു കൈവേഗമുള്ളവൻ കുത്തിയാൽ ഒരിലയ്ക്കു കൊണ്ടു മറെറ ഇലക്കു മുന ചെല്ലും മുന്നേ ഉള്ള ഇടം ഇലവമാകുന്ന കാലമെന്നും സംക്രമനേരമെന്നും അറികാ.

മാത്ര 4 കൊണ്ടതഗണിതം ഗണിതം 10 കൊണ്ടതു വീർപ്പു വീർപ്പു 6 കൊണ്ടതു വിനാഴിക വിനാഴിക 60 കൊണ്ടൊരു നാഴിക. നാഴിക $7\frac{1}{2}$ കൊണ്ടതു യാമം. യാമം 2 കൊണ്ടതു പൊഴുത 4 കൊണ്ടതു നാളു നാളു 30 കൊണ്ടതു തിങ്ങളും. തിങ്ങളും 2 കൊണ്ടതു ഋതു ഋതു 3 കൊണ്ടതു അയനം അയനം 2 കൊണ്ടതു സംവത്സരം എന്നും അറികാ.

നീളം അളവു്

111

അണുകതിർതേർവഞ്ചിമയിർമണൽകടുകൊ
നെല്ലിരുനാലാകുംതുണപെരിയവിരലതുമൂറവട്ടിൽ
ചിറുകോലാകും അണുകിനതുനാലാകുംദണ്ഡനൽ
ക്കോലകോലുനാലുരണ്ടായിരം കൂടിനതെന്നും
കോലിനിയവായിമൊഴിമാതെ.

പൊരുൾ:

അണു 8 കൊണ്ടത കതിരെഴുതുകാ
കതിരെഴുതുകാ 8 കൊണ്ടത തേർത്തുകാ
തേർത്തുകാ 8 കൊണ്ടത വഞ്ചിസ്ഥലം
വഞ്ചിസ്ഥലം 8 കൊണ്ടത മയിർമുന
മയിർമുന 8 കൊണ്ടത നീർമണൽ
നീർമണൽ 8 കൊണ്ടത കടുകു്
കടുക 8 കൊണ്ടത എള്ള
എള്ളു് 8 കൊണ്ടത നെല്ലു്
നെല്ലു് 8 കൊണ്ടത വിരൽ
വിരൽ 24 കൊണ്ടതു് ചെറുകോൽ
ചെറുകോൽ 4 കൊണ്ടതു് ദണ്ഡു്
ദണ്ഡു് 8000 കൊണ്ടതു് യോജനയെന്നറിക **

** അണു മുതൽ യോജന വരെയുള്ള ദൂരമാണു് ഇവിടെ ക്രമപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നതു്.

8^9 അണു = 1 വിരൽ = 2.54 സെമീ

$$1 \text{ അണു} = \frac{2.54}{8^9} \text{ സെമീ} \backsimeq 1.89 \times 10^{-8} \text{ സെമീ.}$$

അണുവിന്റെ വലുപ്പം 1.89 Å എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

ബി. സി. ഒന്നാം നൂറ്റാണ്ടിലെ 'ലളിതവിസ്താര' എന്ന ബൗദ്ധഗ്രന്ഥത്തിൽ പരമാണുരാജു് എന്നൊരു സങ്കൽപ്പത്തേക്കുറിച്ചു പറയുന്നുണ്ടു്. അതുപ്രകാരം

710 പരമാണുരാജു് = 1 അംഗുലി

$$\therefore 1 \text{ പരമാണുരാജു്} = \frac{1}{710} \text{ അംഗുലി}$$

ലഘൂകരിക്കുമ്പോൾ

$$1 \text{ പരമാണുരാജു്} = \frac{1}{2.8 \times 10^8} \text{ അംഗുലി}$$

അതായതു്,

$$1 \text{ പരമാണുരാജു്} = \frac{2.5}{2.8} 10^{-8} \text{ സെമീ.}$$

$$= 0.89 \text{ Å}.$$

മറെറാരു പ്രസിദ്ധ ബൗദ്ധഗ്രന്ഥമാണു് തോമസു് ആർനോൾഡിന്റെ **Light of Asia**. അതിന്റെ തർജ്ജമയാണല്ലോ ആശാന്റെ ശ്രീബുദ്ധചരിത്രം. അതിലെ ഒന്നാം കാണ്ഡത്തിൽ ഗൗതമൻ തന്റെ വിദ്യാഭ്യാസം തൃപ്തികരമായെന്നു കാണിപ്പാൻ ഗുരുനാഥനെ നീളമളവിന്റെ കാര്യം പറഞ്ഞു മനസ്സിലാക്കുന്നു. അവിടേയും പരമാണു എന്ന അളവിനെ അംഗുലവും ആയി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നുണ്ടു്.

പരമാണുപത്തുകൂടിയാൽ പരസൂക്ഷ്മം
പരസൂക്ഷ്മങ്ങളം പത്തുകൂടുമ്പോഴംത്രസരേണു
പരമേഴതുചേർന്നാലുണ്ടാകുംസു്ഫുടംസൂര്യ
കിരണങ്ങളിൽപരിവർത്തിക്കുമൊരുരേണു
അരിയോരാരേണുക്കളേഴുപിന്നെയും ചേർന്നാൽ
ഗിരികുഖരോമാഗ്രത്തിന്റെ പരിമാണം
അതുപത്തുചേരുമ്പോഴംലിഖ്യമാം
പത്തുലിഖ്യമഥചേരുമ്പോഴംയൂകമാം
യൂകംപത്തുചേർന്നാൽയവബീജത്തിൻകാമ്പാം
ഏഴതുചേർന്നാൽവണ്ടിന്നവലഗ്നമാം
അഥപിന്നെയുംചൊന്നാനേവം:
മൃദുസർഷപമുൽഗയവങ്ങളംയവം
പത്താമഥപിന്നൊരംഗുലം

ഇതനുസരിച്ചു്

$$7^3 \times 10^6 \text{ പരമാണു} = 2.5 \text{ സെമീ}$$

$$343 \times 10^6 \text{ പരമാണു} = 2.5 \text{ സെമീ}$$

$$\therefore 1 \text{ പരമാണു} = \frac{2.5}{343 \times 10^6} \text{ സെമീ}$$

$$= 0.73 \text{ Å}.$$

ആധുനികഭൗതികത്തിലെ കണക്കുകൂട്ടൽ പ്രകാരവും പരമാണുവിന്റെ വലുപ്പം ഈ മേഖലയിൽതന്നെ.

(An atom has a diameter of about 10^{-8} cm. Feynman Lectures Vol 1. page 2–6.)

ഉള്ളൂരിന്റെ സാഹിത്യചരിത്രം നാലാം വാല്യം 526–ാം ഭാഗത്തിൽ കണക്കു ശാസ്ത്രം എന്ന കൃതിയേക്കുറിച്ചു പറയുന്നുണ്ട്. നീളത്തിന്റെ യൂണിറ്റും അതിന്റെ പെരുക്കങ്ങളും കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളും കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ ചെറിയ യൂണിറ്റായി എള്ളിടയാണ് ആ പുസ്തകത്തിൽ സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നതു്.

എള്ളെട്ടിന്റെകനമൊരു
നെല്ലിടയാം തോരയെന്നപേരതിനു്
തോരയതെട്ടിനുവിരലാം
വിരലതുമൂവെട്ടിനാൽമുഴക്കോലാം
മുഴക്കോൽനാലതുദണ്ഡാ–
മതുരണ്ടായിരമളന്നുകുവീടാം
കുവീടുനാലുയോജന
ചൊല്ലിടാം കാതമെന്നുമതുതന്നെ.

അങ്ങനെ 8 എള്ളിട = 1 നെല്ലിട (തോര)
8 തോര = 1 വിരൽ
24 വിരൽ = 1 മുഴക്കോൽ
4 മുഴക്കോൽ = 1 ദണ്ഡ്
2000 ദണ്ഡ് = 1 കുവീട്
4 കുവീട് = 1 യോജന (കാതം)

ഇതിൽ കുവീട് = കുവിയാൽ കേൾക്കുന്ന അകലം (വിളിപ്പാട് എന്നും പറയാം). കുവീട് ഉണ്ണുനീലി സന്ദേശത്തിൽ പരാമർശിതമാകുന്ന പദമത്രേ. യോജന രാമായണത്തിലും (ചാടാമെനിക്കു ദശയോജന അർണ്ണവമോ നൂറുയോജനയുണ്ടല്ലോ.) വരുന്നുണ്ട്.

എള്ളിടയുടെ കീഴ്പ്പെരുക്കങ്ങളും പ്രത്യേകം പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു.

ഒന്നിൽനാലൊന്നുപോൽകറുപ്പു
കാലിലഞ്ചൊന്നുമാവതാം
മാവുനേർപാതിയരമാം
അരമർധത്തുകാണിയാം
കാണ്യർധംപോലരക്കാണി
തദർധംമുന്തിരികാഭവേൽ
മുന്തിരികായാശ്ചതുർഭാഗം
കീഴ്ക്കാലെന്നുപേരത്
കീഴരക്കാണിതൽപാതി
തൽപ്പാതികീഴുമുന്തിരിക
കീഴുമുന്തിരികയെപ്പിന്നെ
യിരുപത്തൊന്നു കൂറിട്ട.
എന്നാൽ വരുന്നതാമിമ്മി
ഇമ്മിപതിഴഞ്ഞാനുപോലണു.

ചെറിയതും അവിഭാജ്യവുമായ അളവ് ഇവിടെ അണു തന്നെ.

$$1 \text{ അണു} = \text{ഇമ്മി} \times \frac{1}{7} \text{ എള്ളിട}$$

$$= \frac{1}{2^{10}} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{7} \text{ എള്ളിട}$$

$$= \frac{1}{2^{10}} \times \frac{1}{10^2} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{64} \text{ വിരൽ}$$

$$= 2.1 \times 10^{-8} \text{ വിരൽ}$$

$$\simeq 2.1 \text{ Å}.$$

ഏതാണ്ട് ഇതേ മൂല്യം തന്നെയാണ് മാവനാൻ മാപ്പിളയുടെ കണക്കു പ്രകാരവും. പഴയബൗദ്ധഗ്രന്ഥത്തിലും ആശാന്റെ ബുദ്ധചരിതത്തിലും ഉള്ളൂരിന്റെ സാഹിത്യചരിത്രത്തിലെ ഉദ്ധരണികളിലും മാവനാന്റെ മാപ്പിളപ്പാട്ടിലും അണു ഏറ്റവും ചെറിയ അളവായി പരാമർശിക്കപ്പെട്ടുക, അതു് നോബൽ സമ്മാനഭ്രഷ്ടിതനായ ഫെയ്മാൻ പറയുന്ന അണുവ്യാസത്തിനു കൃത്യമാവുക. ഇതു് യാദൃച്ഛികമാകാം അഥവാ അല്ലായിരിക്കാം. ഏതായാലും ശ്രദ്ധേയം ശ്രദ്ധേയം എന്നു പറയാതെ വയ്യ.

വ്യാപ്തത്തിന്റെ മറ്റൊരു യൂണിറ്റ്

112

മണമൊരുന്നൂറുംധൂമം അതുവന്നൂറുപാലതാറുനെയ്യു
ണനജലമതുവുന്നൂറുകണമതുന്നൂറുചാറൽ
ഗുണമതുവിന്നുന്നൂറവിന്നുന്നൂറാകുംതുള്ളി
അണകിനതു തുരുപ തുരുപമഞ്ചുവടതാമേ

പൊരുൾ :

മണം നൂറുകൊണ്ടതു ധൂമം; ധൂമം നൂറുകൊണ്ടതു പാൽ; പാൽ നൂറു കൊണ്ടതു നെയ്യ്; നെയ്യ രണ്ടു കൊണ്ടതു ജലം; ജലം നൂറുകൊണ്ടതു കണം; കണം നൂറുകൊണ്ടതു ചാറൽ; ചാറൽ നൂറുകൊണ്ടതു വിന്നു; വിന്നു നൂറുകൊണ്ടതു തുള്ളി; തുള്ളി എട്ടു കൊണ്ടതു തുരുപം; തുരുപം അഞ്ചുകൊണ്ടതു ചവടു് എന്നറിക. ചവിട്ടിന്നു വഴി അറിയേണ്ടുകിൽ നാഴിക്കു് ചവടു് 40. ചവടു് ഒന്നുക്കു് നെല്ലു് 360. ചവിട്ടിന്നു് അരി 450. ചവിട്ടിന്നു് ചെറുപയർ 350. ചവിട്ടിന്നു് ചെറുമുളകു് 315. ചവിട്ടിന്നു് എള്ളു് 2880. ചവിട്ടിന്നു് കടുകു് 2880 എന്നറിക.

ചവടു് 5 കൊണ്ടതു് ആഴക്കു്; ആഴക്കു് 2 കൊണ്ടതു് ഉഴക്കു്. ഉഴക്ക 4 കൊണ്ടതു് നാഴി. നാഴി എട്ടു കൊണ്ടതു് കുരുണി. കുരുണി 2 കൊണ്ടതു്

പതൽ. പതൽ 2 കൊണ്ടതു് തുണി. തുണി 3 കൊണ്ടതു് കലൻ എന്നും ഇടങ്കഴി പത്തു കൊണ്ടതു് പറയെന്നും അറികാ.

നാഴിക്കു് എണ്ണം നെല്ലു് = 14400
,, ,, അരി = 18000
,, ,, പൊടുപയറു് = 14400
,, ,, ചെറുമുളകു് = 12600
,, ,, എള്ളു് = 1015200
,, ,, ചെറുകടുകു് = 900210600.

പലവകഅരിപോരുംനെല്ലുപലവകകൂട്ടിയിട്ട
സ്ഥലമതിൽകിടന്നനെല്ലുചരതമായിപതിനഞ്ഞാഴി
പൂലരിയെപൂഴങ്ങികുത്തിപൊതുവിലെകൊണ്ടുചെന്ന
കലാപംഅകത്തിവച്ചകണക്കരെന്തെളിയചൊല്ല.

പൊരുൾ:

പത്തിനു് 4 അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ലുഇടങ്ങഴി 40 ഉം പത്തിനു 3 അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ലുഇടങ്ങഴി 50 ഉം പത്തിനു 5 അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ലുഇടങ്ങഴി 30 ഉം കൂടെ കലർന്നു കിടന്നതിൽ എടുത്തു കുത്തിയ നെല്ലുഇടങ്ങഴി 15 കു് അരി ചൊൽക.

എന്നു കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി: അരി തുക കൂട്ടി പിടിക്ക 4–ഉം 5–ഉം 3–ഉം കൂടെ 12. ഇതിനെ അരി അറിയേണ്ടും നെല്ലു് 15 ഇടങ്കഴിയിൽ പെരുക്കുക 180. ഇതിനെ ഒടുക്കലത്തെ തുക 30 ൽ കിഴിക്ക. 6 ഇടങ്കഴി അരി ഉണ്ടെന്നു ചൊൽക.

കുറിപ്പു്: ഇതു കൃത്യമാണെന്നോ ശരിയാണെന്നോ പറയാൻ വിഷമമുണ്ടു്.

15 ഇടങ്ങഴി നെല്ലിൽ മൂന്നു തരങ്ങളും അടങ്ങുന്നതു് 4:5:3 ആയിരിക്കും.

$$\text{ഒന്നാം തരം} = \frac{15 \times 4}{12} = 5$$

$$\therefore \text{അരി} = \frac{5 \times 4}{10} = 2 \text{ ഇട}$$

$$\text{രണ്ടാം തരം} = \frac{15 \times 5}{12} = \frac{25}{4}$$

$$\therefore \text{അരി} = \frac{25}{4} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{8} \text{ ഇട}$$

$$\text{മൂന്നാം തരം} = \frac{15 \times 3}{12} = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \text{അരി} = \frac{15}{4} \times \frac{5}{10} = \frac{15}{8} \text{ഇട}$$

$$\text{ആകെ അരി} = 2 + \frac{15}{8} + \frac{15}{8} = 5.75 \text{ ഇട}$$

പലവകനെല്ലളന്നപരിശിനാൽതുകയൊന്നാക്കി
പവുതിയാലളവുപത്തിൻ ഈവകഅറിക ചൊല്ലീർ
ആകവഴിഅരിയെ കൂട്ടിതുകയതുപത്തിലേറ്റി
അരിതൻമറ്റളവതായി അൻപതിൽ പൊക്കിക്കൊണ്ടാൽ
അൻപതോടളവുമെത്തിഅരിവക ഒത്തുകാണും.

പൊരുൾ :

10 നു് 5 അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ല ഇടങ്കഴി 4-ഉം പത്തിനു് $4\frac{3}{4}$ അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ല ഇടങ്കഴി 12-ഉം പത്തിനു് $4\frac{1}{2}$ അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ല ഇടങ്കഴി 6-ഉം പത്തിനു് $4\frac{1}{4}$ അരികാണുന്നതിൽ നെല്ല ഇടങ്കഴി 10-ഉം പത്തിനു് 4 അരി കാണുന്നതിൽ നെല്ല ഇടങ്കഴി 8-ഉം കൂടേ കലർത്തി കിടന്നതിൽ എടുത്തു കത്തിയ നെല്ല ഇടങ്കഴി പത്തിനു് ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി : അരി തുക കൂട്ടി പിടിക്ക 5 ഉം $4\frac{3}{4}$ ഉം $4\frac{1}{2}$ ഉം $4\frac{1}{4}$ ഉം 4 ഉം കൂടെ $22\frac{1}{2}$ ഇതിനെ അരി അറിയേണ്ടും നെല്ല 10 ൽ പെരുക്കുക. 225 ഇതിനെ തുക 50 ൽ കഴിക്ക $4\frac{1}{2}$ ഇടങ്കഴി അരിയെന്നും കാണുക.

കാരണം : ഉത്തരം തെറ്റ് എന്ന പറയാൻ വയ്യ. പക്ഷേ ശരിയായ വഴി വേറെയാണു്. 10 ഇടങ്ങഴിയിൽ 5 കൂട്ടം നെല്ല ഉണ്ടാവുക 4 : 12 : 6 : 10 : 8 എന്ന തോതിലാകും.

ഒന്നാമത്തേതു്	10 നു്	5 അരി	നെല്ലു്	4
രണ്ടാമത്തേതു്	,,	$4\frac{3}{4}$	,,	12
മൂന്നാമത്തേതു്	,,	$4\frac{1}{2}$	,,	6
നാലാമത്തേതു്	,,	$4\frac{1}{4}$	,,	10
അഞ്ചാമത്തേതു്	,,	4	,,	8
				40

$$\text{ഒന്നാമത്തെ നെല്ലിനു് അരി} = \frac{10 \times 4}{40} \times \frac{5}{10} = .5$$

$$\text{രണ്ടാമത്തെ നെല്ലിനു് അരി} = \frac{10 \times 12}{40} \times \frac{19}{40} = 1.425 = \left(\frac{57}{40}\right)$$

$$\text{മൂന്നാമത്തെ നെല്ലിനു് അരി} = \frac{10 \times 6}{40} \times \frac{9}{20} = .675 = \left(\frac{27}{40}\right)$$

നാലാമത്തെ നെല്ലിന്റ് അരി $= \frac{10 \times 10}{40} \times \frac{17}{40} = 1.0625 = \left(\frac{17}{16}\right)$

അഞ്ചാമത്തെ നെല്ലിന്റ് അരി $= \frac{10 \times 8}{40} \times \frac{4}{10} = \frac{.8}{4.4625} = \left(\frac{4}{5}\right)$

കുറിനാരളവുനെല്ലിന്നുരെയതിൽപാകെ പത്ത
ഏറിനാവിലകളഞ്ചുപത്താറതിൽകൊണ്ടവേറെകുറിയേ
വലകളപ്പോഴം നൂറൊടാറുനാല്പതാകെഏറുപാ
ടറിഞ്ഞമൂലമൊത്തുചൊൽക കണക്കരേ.

പൊരുൾ :

ഉറയളവു 10 പറ നെല്ലിനു 56 പണം വിലയാകെ 140 പണത്തിനു നെല്ലു ചൊല്ലുക.

എന്നു കണക്ക് ചൊല്ലുംപടി : പണം 140 നെ തുക പത്തിൽ പെരുക്കുക 1400. ഇതിനെ 56 ൽ കിഴിക്ക 25 പറ നെല്ല് ഉണ്ടെന്നു ചൊൽകാ.

നെല്ലളവുപത്തുപറഒത്തതിനുനേരായി
നെൽവിലകഞ്ചു നാല്പതുമീരാറുംവിലയാകെ
നെല്ലളവുനാലോടിരുപത്തിരുപുഞ്ഞചൊല്ലുർവതിന്നുരുതി
എല്ലുൽവിയനെന്നേ.

പൊരുൾ :

പത്തുപറ നെക്കിനു 52 പണം വിലയാകെ 26 പറ നെല്ലിനു പണം ചൊല്കുക.

എന്നു കണക്ക് ചെല്ലുംപടി : നെല്ല് 26 പറയും വില പണം 52 ൽ പെരുക്കുക. 1352. ഇതിനെ തുക 10 ൽ കഴിക്ക. 135.2

പണം വിലയുണ്ടെന്നും അറിക.

ഒമ്പതിനഞ്ചരിതങ്കിനതുഎങ്കാൽ
ഒമ്പതുനകലംനെൽകടമതാണ്ടാൻ
അമ്പതിനൊമ്പതുമൂന്നരിപോരുന്നതു
അമ്പതൊരുനാന്മറുകലമതിനാലെ
എകലംനെൽകൊടുപ്പതെന്നുവൻഗണിതങ്ങളറിഞ്ഞുരചെയ്യുവീർ.

പൊരുൾ :

9 ഇടങ്ങഴി നെല്ലിന് 5 നാഴി അരിപോരുന്നതു് 8 ഇടങ്ങഴി പിടിച്ച 9 കലം നെല്ല് വായിപ്പക്കുണ്ടവൻ 50 ഇടങ്ങഴി നെല്ലിനു 27 ഇട അരിപോരുന്ന 10 ഇടങ്ങഴി കാലം എത്ര കൊടുക്കുമെന്ന കാണുക.

9 നെല്ലിനു് 5 വീതം അരിതരുന്ന 8×9 ഇടങ്ങഴി നെല്ലിനു് അരി

$$= \frac{72 \times 5}{9} = 40$$

50 നു് 27 പോരുന്ന നെല്ലാണെങ്കിൽ, 40 നു് ആവശ്യമായ നെല്ലു്

$$= \frac{50 \times 40}{27 \times 10} = 7.4$$

(10 കൊണ്ടു് ഹരിക്കുമ്പോൾ)

പറയുതപ്പെട്ടുക്കാൽ പടിയിനാൽ പണമൊന്നിനു
നേമിച്ചളന്നവർകൊടുത്ത നെല്ലിരുപത്തുരണ്ടതേർന്നൊരുനൂറുകൂണം
തെരുതെര അവർ കൊടുത്ത പറയതൊൻപതെന്നാൽ
പറയുനെല്ലതിനെചൊല്ലീർ.

പൊരുൾ :

പണം ഒന്നിനു് $8\frac{3}{4}$ കൊണ്ടു് പറയു. 22 ഇടങ്ങഴി നെല്ലുവിലയൊന്നു് കൊടുത്തു. പണം 100 കൊടു് 9 കൊണ്ടു പറയു കിട്ടും നെല്ലെത്ര.

100 പണത്തിനു നെല്ലു് ($8\frac{3}{4}$ കൊണ്ടു പറയുടെ)

$$= 22 \times 100$$

9 കൊണ്ടു പറയാകുമ്പോൾ $= \frac{22 \times 100}{9} \times \frac{35}{4}$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ $= \frac{2138.8}{8}$ ഇടങ്ങഴി

$= 267.36$ പറ.

പണമൊന്നിനുഅങ്ങിരുനാലരപ്പറതാപ്പൊത്തപടിയാൽ
പറയിന്നിതുപണമൊന്നിനുപതിനേഴരനെൽവിലയാം
പറതാപ്പുപത്തളവുറനെൽപതിനെൻപതുവർക്ക.
പിറമേഴോടുമുക്കാൽവരും പണം എണ്ണുരെമൊഴിവീർ.

പണം ഒന്നിനു് $8\frac{3}{5}$ കൊണ്ടു പറയു $17\frac{1}{3}$ ഇടങ്ങഴി നെല്ലു് വിലയൊത്ത 10 കൊണ്ടു പറയു അളന്നു കൊടുത്ത നെല്ലു് $371\frac{7}{8}$ പറയു കിട്ടും പണം പൊല്ലുക.

$17\frac{1}{3}$ ഇടയു ($8\frac{1}{3}$ കൊണ്ടതിനു) 2 പറയു വില $=$ 1 പണം

$$371\frac{7}{8} = \frac{371\frac{7}{8}}{2} \times \frac{10}{8\frac{1}{2}}$$

$= 218.75$ പണം.

ഉപസംഹാരം

മലയാളത്തിലെഴുതിയതും മലയാളത്തിൽ വ്യാഖ്യാനിച്ചതുമായ ഏതാനും പ്രാചീനഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ കയറിഇറങ്ങിയ നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിഞ്ഞതു സംക്ഷേപിച്ചു നോക്കുക. ഒന്നാമതു ഉത്തരേന്ത്യയിലും ദക്ഷിണേന്ത്യയിലും ഗണിതതാല്പര്യം വളർന്നതു ഭിന്ന രീതിയിലാണു, ലീലാവതി ഉത്തരേന്ത്യൻ സംസ്കാരത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. യുക്തിഭാഷയുടെ കർത്താവു കേരളീയനാണെങ്കിലും ഉത്തരേന്ത്യൻ രീതിയിലാണു സമീപനമുണ്ടായതു്. കണക്കധികാരം മാത്രമാണു ദക്ഷിണാപഥത്തിലുടനീളം പ്രയോഗത്തിലിരുന്ന തനിമ മുറ്റിയ ഗണിതഗ്രന്ഥം. സംസ്കൃതത്തിന്റെ വേലിയേറ്റത്തിൽ ലീലാവതിയേയും കണക്കധികാരത്തെയും മണിപ്രവാളരീതിയിൽ സമന്വയിക്കാനുള്ള ശ്രമമാണു മദിരാശി സർവകലാശാലക്കാർ പ്രസിദ്ധീകരിച്ച കണക്കുസാരം, ബാലപ്രബോധം എന്നീ പുസ്തകങ്ങളിൽ കാണുന്നതു്.

(1) പൂജ്യത്തിന്റെ പ്രഥമപ്രയോഗം

ഇന്ത്യയെ കണ്ടെത്തൽ എന്ന മഹദ്ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഭാരതത്തിന്റെ ഗണിതസംഭാവനകളെ പണ്ഡിത്ജി പുകഴ്ത്തിയിട്ടുണ്ടു്. ദശാംശരീതിയിൽ അക്കങ്ങളെഴുതുകയും പൂജ്യമെന്ന അത്ഭുതസങ്കേതത്തെ കണ്ടെത്തുകയും ചെയ്തതു ഭാരതീയർ നൽകിയ കനത്ത ഗണിതസംഭാവനയാണെന്നു പറയപ്പെടുന്നു, ആയിരത്തിനപ്പുറം കുറിക്കാൻ യവനറോമൻ പേർസ്യൻ അറബ് പണ്ഡിതന്മാർക്കു പദാവലികളുണ്ടായിരുന്നില്ല. ഇന്ത്യക്കാരാകട്ടെ അക്കാലത്തു 10^{18} വരെ സംഖ്യകളെ പേരിട്ടു വിവരിച്ചു. ഏറ്റവും ചെറിയ അളവു് 1.3×7^{-10} ഇഞ്ചു് എന്നു വിഭാവനം ചെയ്യാനും ഭാരതീയർക്കു കഴിഞ്ഞു. കാര്യം പണ്ഡിത്ജി അഭിമാനപൂർവം അനുസ്മരിച്ചു. പണ്ഡിത്ജിയുടെയെല്ലാം അടിസ്ഥാനമാക്കിയതു് ഉത്തരേന്ത്യൻ കൃതികളെയാണെന്നതു് സ്പഷ്ടം. പതിനെട്ടു ദശഗുണോത്തരസ്ഥാനങ്ങളും ആര്യടീയത്തിലും ലീലാവതിയിലും ആണു് എന്നു നാംകണ്ടുവല്ലോ. ദക്ഷിണേന്ത്യയിലെ കണക്കധികാരത്തിന്റെ പ്രചാരക്കുറവുതൽ കാരണമാകാം ശബ്ദതാരാവലിയിൽ വലിയ സംഖ്യകളും പട്ടികപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ളതു്. 10^7 = കോടി 10^{14} = മാകോടി; 10^{21} = ശംഖ്; 10^{28} = മാശംഖ്; 10^{35} = വൃന്ദം; 10^{42} = മാവൃന്ദം; 10^{49} = പദ്മം; 10^{56} = മാപദ്മം; 10^{63} = ഖർവ്വം; 10^{70} = മാഖർവം; 10^{77} = സമുദ്രം; 10^{84} = മാസമുദ്രം; 10^{91} = ഓഘം; 10^{98} = മാഹൗഘം; 10^{105} = വെള്ളം; 10^{112} = മാവെള്ളം; എന്നിങ്ങനെ 10^{105} വരെ ശബ്ദതാരാവലിയിൽ കൊടുത്തിരുന്നതു് കണക്കധികാരത്തെ അവലംബമാക്കിയാണു്. വൃന്ദത്തെ പൂവ് എന്നും പദ്മത്തെ കല്പമെന്നും ഖർവ്വത്തെ

ലെക്ക് എന്നും സമുദ്രത്തെ ദണ്ഡ് എന്നും ഓഘത്തെ ധൂളി എന്നും പേരു് മാറി യിട്ടാണു് കണക്കധികാരത്തിൽ കാണുന്നതും. ഇരുശാഖകളെയും സമന്വയി ക്കാൻ ശ്രമിച്ചതിന്റെ ദോഷഫലവും ശബ്ദതാരാവലിയിലുണ്ടു തന്നെ. മുൻ പട്ടികയിലെ (പേജ് 1494 ഏഴാം പതിപ്പിൽ) ഖർവ്വം $= 10^{63}$ ആകുന്നു. എന്നാൽ ഖർവ്വത്തെ ആയിരം കോടി $= 10^{10}$ എന്നാണു് 682–ാം പേജിൽ അതെ ഗ്രന്ഥ കാരൻ ഘോഷിച്ചതു്. ഇതു് ലീലാവതി പ്രകാരം ശരിയുമാണു്. ''എകം, ദശം, ശതം, സഹസ്രം, അയുതം, ലക്ഷം, പ്രയുതം, കോടി, അർബുദം, അബ്ജം, ഖർവ്വം, നിഖർവ്വം, മഹാപദ്മം, ശംങ്കു, ജലധി, അന്ത്യം, മധ്യം, പരാർധം, എന്നിപ്രകാരം ദശഗുണങ്ങളായി സംഖ്യാസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യവ ഹാരസൗകര്യമനുസരിച്ചു ക്രമം പറയുന്നു, അങ്ങനെ ഖർവം $= 10^{10}$ ആണു് രണ്ടു വള്ളത്തിൽ കാലൂന്നിയതിന്റെ അപകടം കേരളീയർക്കു ഗണിതരംഗത്തു ണ്ടായിരുന്നതു അവിതർക്കിതമാണു്.

ഇതേ ആശയക്കുഴപ്പം ഇംഗ്ലീഷ്ഭാഷയിൽ ഇല്ലാതില്ല. ബില്യൺ പദ ത്തിനു് ബ്രിട്ടനിൽ മില്യൺ മില്യണേ $= 10^{12}$ എന്നാണർഥം. അമേരിക്ക ക്കാർക്കു അതു് ആയിരം മില്യനേ ആകുന്നുള്ളു. അതായതു 10^9 മാത്രം. അതു പോലെ ട്രില്യൺ എന്നാൽ ബ്രിട്ടനിൽ $(10^6)^3 = 10^{18}$ ആകും അമേരിക്ക യിൽ ആയിരമായിരം മില്യൺ ആകുന്നു. അതായതു് 10^{12} എന്നുവച്ചാൽ അമേരിക്കയിലെ ട്രില്യൺ ബ്രിട്ടനിൽ ബില്യനാകുന്നു.

ആശയക്കുഴപ്പത്തിന്റെ കാര്യം മാറ്റിനിർത്തിയാൽ വലിയ സംഖ്യകളെ വിഭാവനം ചെയ്തിരുന്നു, പേരു കൊടുത്തംഗീകാരം നൽകിയിരുന്നതാണും. ദക്ഷിണാപഥത്തിൽ 10^{112} വരെയും ഉത്തരേന്ത്യയിൽ 10^{18} വരെയും എന്നതിനു സംശയമില്ല. ചെറിയ അളവുകളുടെ കാര്യത്തിലും പിന്നിലായിരുന്നില്ല. അണുവ്യാസമായ അങ്സ്ട്രോം യൂണിറ്റിനു കൃത്യമായി നീളത്തെ (10^{-8}) സെ മീ) വിഭാവനം ചെയ്തു അതിനെ അണു എന്നു നാമകരണം ചെയ്ത സംഗതി നാമിതിനകം പരിചയപ്പെട്ടവല്ലോ.

കണക്കതാല്പര്യം ഏതാനും വിദഗ്ധന്മാരുടെ ലാളനാകുസുമമായി വർത്തി ച്ചില്ല എന്നതാണു നാം ധരിച്ച മറ്റൊരു കാര്യം. മാസികാപംക്തികളിലും സംഗീതചർച്ചകളിലും സരസശ്ലോകങ്ങളിലും ഗണിതതാല്പര്യം നർത്തനം ചെയ്തിരുന്നു. അതേസമയം കാവ്യതാല്പര്യം കടന്നു കയറി ചിന്തയുടെ വായ് മുന മടക്കിയോ എന്നു സംശയിക്കാനും ന്യായമുണ്ടു്. ശബ്ദസംഖ്യയും പരൽ പേരും ചേർത്തു ശ്ലോകത്തിൽ പറയാനുള്ള ശ്രമം ഒരു പശ്ചാഗമനമായിരുന്നു. ദക്ഷിണേന്ത്യയിൽ പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്ന കണക്കധികാരത്തിനു ആ കുഴപ്പ മില്ല പൂജ്യമൊഴിവാക്കിയാണെങ്കിലും അക്കങ്ങളെ ദശാംശരീതിയിൽ സങ്കേത ങ്ങളാക്കൊണ്ടു കൃത്യമായും പ്രയോഗക്ഷമമായും കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ അവർക്കു കഴിഞ്ഞു. പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ ഭിന്നിതങ്ങളെ $\frac{\text{അംശം}}{\text{ഛേദം}}$ എന്ന രീതിയിൽ

വ്യവഹരിക്കാൻ വ്യവസ്ഥ ഇല്ലായിരുന്നു. അർധം, ത്രിലവദ്വയം പാദത്രയം പഞ്ചാംശകം, ഷോഡശാംശം എന്നിങ്ങനെ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{16}$ എന്നിവയെ പറഞ്ഞൊപ്പിക്കുന്നു എന്നു മാത്രം. രേഖപ്പെടുത്താൻ സങ്കേതങ്ങളും ഇല്ലായിരുന്നു. കണക്കധികാരത്തിൽ സുപ്രധാനഭിന്നിതങ്ങൾക്കു് പ്രത്യേക സങ്കേതങ്ങളും ഏർപ്പെടുത്തി അവയുടെ പദാവലികളിൽ ഇഷ്ടഭിന്നിതങ്ങളെ ചേർത്തു പറയുക എന്ന പതിവുണ്ടായിരുന്നു. അരേരക്കാൽ $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ മുക്കാലേ രക്കാൽ $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ എന്നു് ഇക്കാലത്തും നാട്ടിൻപുറക്കാർ പറയുന്നപോലെയാണു ഭിന്നിതങ്ങളെ ചേർത്തു എഴുതിയിരുന്നതു്. ഇ. വി. കൃഷ്ണപിള്ള സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെ $\frac{1}{3}$ എന്നു് എഴുതുന്നതിനു പകരം കാല്വു, ഒരുമ, അരമ, അരക്കാണി എന്നിങ്ങനെ മുറിച്ചുപറയാനേ വശമുണ്ടായിരുന്നുള്ളു, $\frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{160} = \frac{53}{160}$ കഷ്ടിച്ചു $\frac{1}{3}$ നോട് അടുപ്പിക്കുന്നു. ഒരു രൂപയുടെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം നൽകാൻ കഴിയുമെന്നതു് മിഥ്യാഭിമാനമല്ലേ ഇന്നു്.

ഏറ്റവും സരളമായ ജ്യാമിതീയരൂപമായ ത്രികോണത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം കാണാൻ ആര്യഭടന്റെ കാലം തൊട്ടു ഭാരതീയർ ശീലിച്ചതാണു് ''ത്രിഭുജസ്യ ഫലശരീരം സമദലകോടിഭുജാർധസംവർഗം:'' എന്ന ആര്യഭടപ്രമാണത്തെയുക്തിഭാഷയിൽ ചിത്രം വരച്ചു തെളിയിച്ചു. ഇരുഭുജങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളും വഴിപാദത്തിൽ നിന്നു ലംബമുയർത്തി ശീർഷത്തിലൂടെ പാദത്തിനു വരച്ച സമാന്തരരേഖയിൽ മുട്ടിക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളിൽ ഉണ്ടാകുന്ന കഷണങ്ങളെ മടക്കിവച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ദീർഘചതുരമാകും ത്രികോണക്ഷേത്രഫലം. പാദാർധത്തെ ലംബംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതുതന്നെ ത്രികോണക്ഷേത്രഫലം. ഈ തത്വംതന്നെ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം കാണാനും അവർ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി. വൃത്തത്തെ കേന്ദ്രത്തിലൂടെ നിരവധി അർധവ്യാസങ്ങൾ വരച്ചു സെക്ടറുകളാക്കി മുറിക്കുക. ഓരോ സെക്ടറിനേയും ത്രികോണംപോലെ സങ്കല്പിച്ചു ക്രിയചെയ്താൽ പരിധിയിൽ പാതിയെ വ്യാസാർധംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു് ക്ഷേത്രഫലമായി കിട്ടും. പരിധിയും വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം അവർ തിട്ടപ്പെടുത്തി.

മാന്ത്രികചതുരങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചും വർഗമൂലം, ഘനമൂലം എന്നിവ കണ്ടും പൈഥഗോറാസ്പ്രമേയമുപയോഗിച്ചും നിർധാരണം ചെയ്യേണ്ട കണക്കുകളുമായി അവർ പരിചയപ്പെടിരുന്നു. ഏകദേശം വൃത്തങ്ങളും ഏകദേശത്രികോണങ്ങളും (കൃഷിഭൂമി സംബന്ധിച്ചുവ അങ്ങിനെയാകാമല്ലോ) വരുമ്പോൾ പരിധിയെ നാലൊന്നാക്കി സമചതുരത്തിലെന്നപോലെ തന്നത്താൻ പെരുക്കി ഏകദേശക്ഷേത്രഫലം തിട്ടപ്പെടുത്താനുള്ള സാമാന്യബുദ്ധിയും അവരുടേതായിരുന്നു. സമാന്തരശ്രേണിയും ഗുണോത്തരശ്രേണിയും ഫാക്ടോറിയൽ സങ്കല്പങ്ങളും

വിദൂരത്തിലുള്ള കോണുകൾ ആഴം കാണാനുള്ള സൂത്രങ്ങളും കരതലാമലകംപോലെ പ്രാചീനഗണിതക്കാർ കൈകാര്യം ചെയ്തിരുന്നു.

ആര്യഭടൻ കേരളീയനാണെന്ന വാദഗതി സ്വീകരിച്ചാൽ ദക്ഷിണേന്ത്യക്കാരുടെ ഗണിതാഭിരുചിയുടെ മറ്റു ദൃഷ്ടാന്തങ്ങൾ വേണ്ട. അടുത്ത കാലത്തെ അടുത്ത കാലത്താണെങ്കിലും യാദൃച്ഛികമായിരിക്കാനുള്ള സാധ്യതയോടെ 1729 നു മുൻപ് പ്രാധാന്യത്തെക്കുറിച്ചു ചോദിച്ചപ്പോൾ രണ്ടു ഭിന്ന ഘനങ്ങളുടെ തുകയായിട്ടു രണ്ടു തരത്തിൽ എഴുതാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ എന്നു അനായാസമായ മറുപടിയുണ്ടായതു്. പ്രാചീനഗണിതം ദക്ഷിണേന്ത്യക്കാരുടെയും പ്രത്യേകിച്ചു് കേരളീയരുടേയും മഹത്തായ പൈതൃകമായി അവശേഷിക്കുന്നു എന്ന നിഗമനത്തിലാണു് പ്രാചീനഗണിതഗ്രന്ഥപര്യവേഷണം വഴി നാം എത്തിപ്പെട്ടതു്,

അനുബന്ധം I

ചില പഴയ കണക്കുപുസ്തകങ്ങൾ

I. കമ്മറിനികളും കൂടിച്ചേർന്നു, പാഠപുസ്തകങ്ങളും നിർമിക്കാൻ തുടങ്ങിയതിനു ഒരു നീണ്ട ചരിത്രമുണ്ട്. ഏ. ഡി. 1867—ലാണ് തിരുവിതാംകൂറിൽ കേരളവർമ വലിയകോയിത്തമ്പുരാനെ ഉത്സാഹപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് ഒരു ബുക്കുകമ്മിറ്റി രൂപവൽകൃതമാകുന്നതു്. മലയാളപള്ളിക്കൂടങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തിനു പാഠപുസ്തകങ്ങളും നിർമിക്കാൻ 1867—ലെ കമ്മറിനിർമിച്ച കണക്കുപുസ്തകത്തിന്റെ തുടക്കപ്പേജും സംവിധാനവും കൊള്ളാം. വിഷയാവതരണം ഹൃദ്യവും ട്രൂജുവുമായിട്ടുണ്ട്. ഭാഷസച്ചുവും കൃത്യവും ആണെന്നതിനു തെളിവായി ആദ്യത്തെ രണ്ടു ഖണ്ഡികകളും മാത്രം മതി.

1. കാവ്യം, നാടകം, വ്യാകരണം, ഇതിഹാസം മുതലായ ഗ്രന്ഥങ്ങളെ വായിച്ചു അവയിലുള്ള സാരം ഗ്രഹിക്കുന്നതിനു പ്രഥമം, അക്ഷരങ്ങളെ അഭ്യസിക്കേണ്ടതുപോലെ കണക്കുകളും പഠിക്കുന്നതിനു ആദ്യം അക്കങ്ങളെ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളേണ്ടതാകുന്നു.

2. അകാരം തുടങ്ങി ക്ഷകാരം വരെയുള്ള അക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ട് നമ്മുടെ ഭാഷയിൽ ഉള്ള അസംഖ്യം ശബ്ദങ്ങളെ എഴുതുവാൻ കഴിയുന്നതുപോലെ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 എന്നുള്ള പത്തു അക്കങ്ങളിൽ അവസാനമില്ലാത്ത സംഖ്യയിൽ, വിവക്ഷിതമായിരിക്കുന്നതിനെ എഴുതുവാൻ കഴിയുന്നതാകുന്നു''.

ഇത്രയും ആമുഖമായി പറഞ്ഞു അക്കങ്ങളുടെ സാമാന്യവില, സ്ഥാനവില എന്നിതുകകളിലേക്കു കടക്കുകയാണു്. സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനങ്ങളും അനന്തമായി തുടരാമെങ്കിലും സാധാരണ വ്യവഹാരത്തിൽ 10 കോടിയ്ക്കുപ്പുറം പോകാറില്ല. ക്രമത്തിൽ സ്ഥാനങ്ങളുടെ പേരു് പട്ടികപ്പെടുത്തിയതു് നമുക്കു രസകരമായി തോന്നാം. ഏകം, ദശം, ശതം, സഹസ്രം, അയുതം, ലക്ഷം, പ്രയുതം, കോടി, അർബുദം, വൃന്ദം, (അബ്ജ), ഖർവം, നിഖർവം, അങ്ങനെ പോകുന്നു സ്ഥാനപ്പേരു്. പ്രയുതം, എന്നാൽ മില്യൺ ഖർവം = ആയിരംകോടിനു ഖർവം = പതിനായിരംകോടി, ഇംഗ്ലീഷിൽ ബില്യൺ എന്ന പദത്തിനു് ഇംഗ്ലണ്ട്, ഫ്രാൻസ് എന്നീ രാജ്യങ്ങളിൽ (194800 ശേഷം) മില്യൺ മില്യൺ എന്നാണർഥം (അതായതു് 1 ഉം പിറകെ 12 പൂജ്യങ്ങളും) അമേരിക്കയിൽ ബില്യൺ എന്നാൽ ആയിരം മില്യൺ ആകുന്നു. (1 ഉം പിറകെ 9 പൂജ്യങ്ങളും). ഇതുപോലെ ഉയർന്ന സ്ഥാനങ്ങളുടെ നാമസൂചനയും നമ്മുടെ നാട്ടിലും അർഥസൂക്ഷ്മത ഉറച്ചു കിട്ടിയിട്ടില്ല. വൃന്ദം (അർബുദം)

മുതൽ മേലോട്ട് പത്തുകോടിക്കപ്പുറം പോകേണ്ട കാര്യമില്ലെന്ന പറയാൻ കാരണമതാണ്. [മഹാകോടി എന്ന പദത്തെ കോടിക്കോടി എന്ന അർഥത്തിലാണു ദക്ഷിണഭാരതത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചതെങ്കിൽ ഗ്രണ്ടർട്ട് തന്റെ നിഘണ്ടുവിൽ 10 കോടിയെയാണ് മഹാകോടിയായി പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു്]

സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം, എന്നീ നാലു ക്രിയകളുടെയും വിവരണമുണ്ട്; അവയുള്ള ചിഹ്നങ്ങളെ അധികം, ന്യൂനം, ഗുണം, ഭാഗം എന്നു സംജ്ഞ ചെയ്തു വായിക്കണമെന്നുമാണ് വ്യവസ്ഥ. തിരുവനന്തപുരത്തുകാർ ഇന്നും ഇപ്പതിവ് വിട്ടിട്ടില്ല. $\frac{1}{4}$ നെ നാലിൽ ഒന്ന എന്ന വായിച്ചാൽ മതി. ഒന്ന ഭാഗം നാലു എന്ന വടക്കൻ സമ്പ്രദായം വിലക്കപ്പെട്ടിരിക്കുകയാണ്. സാങ്കേതികപദങ്ങളെല്ലാം സംസ്കൃതത്തിന്റെ കമ്മട്ടത്തിൽ അടിച്ചവ തന്നെ. simplify എന്ന അർഥത്തിൽ ചെറുതാക്കുക എന്നല്ല പറയുക; അപവർത്തിക്കുക എന്ന വേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. Reduce to the common denominator എന്നതിനെ സമഛേദീകരിക്കുക ആക്കിയതിൽ അപാകതയില്ല. ഛേദമാണ് denominatior എങ്കിൽ എങ്കിൽ മാത്രം.

പുസ്തകം മറിച്ചുനോക്കുമ്പോഴും ലിപികരിക്കും പദങ്ങളുടെ വ്യവഹാരാർഥത്തിലും ഇടക്കാലത്തു വന്നുപെട്ട മാറ്റങ്ങളും മനസ്സിലാവും, ത എന്ന ലിപിക എന്നതിനോടു സാമ്യമുള്ള നിലയിലേ അന്നടിച്ചിരുന്നുള്ളു. കതകു തകർക്കലൊന്നും അന്നില്ലാത്തതു ഭാഗ്യം!. മലയാളഅക്കങ്ങളെ മാത്രമേ അന്നുപയോഗിച്ചിരുന്നുള്ള പേജ് 19–ൽ പറയുന്നു, ''ഒരു സംഖ്യ വേറെ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായിരുന്നാൽ അവയുടെ ആ സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങളും എന്നും ആ സംഖ്യയുടെ സമുദായമെന്നും ക്രിയയെ വിവരിക്കുന്നതിൽ സൗലഭ്യത്തിനുവേണ്ടി സംജ്ഞ നിശ്ചയിച്ചിരിക്കുന്നു''. അപ്പോഴും സമുദായ ചിന്തയുടെ സൗലഭ്യമെന്നു പറഞ്ഞാൽ ഇന്നത്തെ അർഥമല്ല, അന്നു്.

ആവശ്യമനുസരിച്ചു മണിച്ചട്ടങ്ങളും പഠനോപകരണങ്ങളും വെച്ചാണല്ലോ ഇന്നു ഗുണനപ്പട്ടിക ശീലിക്കുക. ഗുണകോഷ്ടം മനപ്പാഠമാക്കിയശേഷം പെരുക്കൽ കണക്കിലേക്കു് പ്രവേശിക്കുക എന്നതായിരുന്നു അന്നത്തെ ഏർപ്പാടു്. ഈ പുസ്തകത്തിൽ നാലു ക്രിയകളും സാധാരണസംഖ്യകളും ഭിന്നിതങ്ങളും ചെയ്യ ശീലിച്ചു. വഴിയുറപ്പിക്കുക അവസാനം ഏതാനും വഴിക്കണക്കുകളും എന്ന പഴയ മാർഗമാണു് സ്വീകരിച്ചുകാണുന്നതു്.

അധ്യാപനരീതിയിലും ലിപിവിന്യാസത്തിലും പദങ്ങളുടെ അർഥസൂചനയിലും പരിഷ്കാരം നമ്മുടെ നാട്ടിൽ പ ൽക്കാലത്തുണ്ടായതു വലിയ ആശ്വാസം തന്നെ. എന്നാൽ ബുക്കുകമ്മിറ്റിയുടെ പുസ്തകങ്ങളും ഉറപ്പുള്ള പൈന്റോട്ടുകൂടി നല്ല കടലാസിൽ സർക്കാർ അച്ചുകൂടത്തിൽ അടിപ്പിക്കാൻ അന്നു നിഷ്കർഷയുണ്ടായിരുന്നു. നൂറിച്ചില്വാനം വർഷങ്ങൾചെന്നിട്ടും പുസ്തകത്തിന്റെ ഒരു പേജുകൂടി പറിഞ്ഞുപോയിട്ടില്ല. ആ നിഷ്കർഷകൈമോശം വന്നതാണ് നമ്മുടെ ദുർഭാഗ്യം എന്ന വലിയതായിത്തമ്പുരന്റെ മേൽനോട്ടത്തിൽതയ്യാറായ ഈ ഗ്രന്ഥം നമ്മെ അനുസ്മരിക്കുന്നു.

ക്ഷേത്ര വ്യവഹാരം

അതുപോലെ ഒരു ജ്യാമിതി ഗ്രന്ഥവും നൂറുവർഷം മുമ്പ് ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്. അതും കേരളവർമ്മ വലിയകോയിത്തമ്പുരാൻ ബുക്കകമ്മറ്റി അധ്യക്ഷനായിരിക്കുമ്പോഴാം. ഹരിപ്പാട്ടെ ഏകാന്തജീവിതം കഴിഞ്ഞു വിശാഖം തിരുനാളിന്റെ കാലത്തു വീണ്ടും ബുക്കകമ്മറ്റിയുടെ ചുമതല ഏറ്റെടുത്ത ഘട്ടത്തിൽ ആ ഗ്രന്ഥം ഞാൻ കണ്ടിട്ടില്ല. പക്ഷെ 1892 ൽ ഒരു പരിഷ്കൃതരൂപം കെ. ചിദംബര വാധ്യാർ ബി. ഏ. തയ്യാറാക്കിയിരിന്നു. അതിയ്യിടെ കണ്ടുകിട്ടി. അതിന്റെ ഇംഗ്ലീഷാമുഖത്തിൽ ശ്രീ. വാധ്യാർ ഇക്കാര്യം ഏറ്റു പറഞ്ഞിട്ടുമുണ്ട്. The first attempt in this direction was made some twenty years ago by H H Kerala Varma Valia Koil Thampuran F M U, M. R. A. S forthe Travancore Book Committee: this was a verbatim translation of Pott'sEuclid. In the present edition, the book commitee's work is freely consulted and made use of. This differs from the older edition. mainly in the following points :-(1) The additions of the explanatory notes to the difinions propositions etc. (2) the suibjoining of suitable riders and deductions Which are arranged in the gradation of their difficulty : and (3) the use of mathematical symbols and abbreviations. ഇത്തരം ക്ഷേത്രഗണിത പഠനത്തിന്റെ പ്രാധാന്യം പറഞ്ഞു നിർമാണത്തിൽ അഭിമുഖീകരിക്കേണ്ടിവന്ന വൈഷമ്യങ്ങളെകൂടി ആമുഖത്തിൽ എടുത്തുകാട്ടിയിട്ടുണ്ട്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ വാക്കുകളിൽതന്നെ അതു പകർത്തട്ടെ. In this connection I have to express my painful consciousnes of the disadvantage under which I have laboured from the want of competent artisans to produce neat and elegant wood cuts for the figures. This was one of theseveral causes that unavoidably delayed the earlier completion of the printing of this book. And for any merits the figures may possess I am indebted to Potiyattil Pappoo (പൊടിയാടിയിൽ പപ്പു പണിക്കർ) a deaf and dumb carpenter. ഇതെഴുതുന്നതു് 1892 മാർച്ചു് 17 നു് ക്ഷേത്ര വ്യവഹാരം എന്നാണു് ഗ്രന്ഥനാമം. ഇന്നു വാധ്യാർക്ഷേത്രം, വ്യവഹാരം എന്നീ പദങ്ങൾക്കു് മാറു് അർഥസൂചനകം വന്നു പെട്ടിട്ടുണ്ടെന്നതു മറ്റൊരു പ്രശ്നം.

യൂക്ലിഡു് ജ്യാമിതിയിലെന്നപോലെ ബിന്ദുവെയും നേർവരയെയും നിർവചിച്ചുകൊണ്ടാണു് പ്രമേയങ്ങളിലേക്കു് കടക്കുന്നതു്. ത്രികോണങ്ങളുടെ സമാനത, സമാന്തരനേർരേഖകളുടെ ഗുണധർമങ്ങളും, പൈഥഗോറസ്പ്രമേയം തുടങ്ങി മിക്ക ജ്യാമിതീയ പ്രമേയങ്ങൾക്കും മുഖ്യമുള്ള നിഗമനക്രമം പടിപടിയായി കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്.

തിയറത്തിനു പ്രമേയമെന്ന സാങ്കേതികപദം സ്വീകരിച്ചു. സാമാന്യകൽപന, വിശേഷകൽപന, ക്രിയ, തെളിവ്, അനുമാനം അങ്ങനെ പ്രമേയത്തിന്റെ സ്ഥാപനത്തിൽ അഞ്ചു ഘട്ടങ്ങളാണു കാണുന്നു. പലതിനും വിപരീതപ്രമേയങ്ങളും കാണും. ക്ഷേത്രങ്ങളുടെ പേരുകളും ത്രികോണം, സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, സമാന്തരചതുർഭുജം, ബഹുഭുജം, ലംബകോണം എന്നിങ്ങനെയും ത്രികോണത്തിൽ എതിർവശത്തെ കോടിയെന്നും സമീപവശത്തെ ഭുജമെന്നും. ലംബകോണിനെതിരായ വശത്തെ കർണമെന്നു സംജ്ഞ ചെയ്തിരിക്കുന്നു. vertex = ശൃംഗം, acute angle = ന്യൂനകോണു, obtuseangle = ബൃഹത്കോണു, exterion rngle = ബാഹ്യകോണു, alienateangle = പ്രതിമുഖകോണു അങ്ങനെ ചിട്ടപ്പെട്ട തരത്തിലായിട്ടുണ്ടു സാങ്കേതികസംജ്ഞകളും.

ചിത്രങ്ങളുടെ പേരുകൂടി മലയാളഅക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ടാണു. ത്രികോണം കചട, തപമ ഇത്യാദി. മലയാള അക്കങ്ങളുണ്ടാക്കുന്ന ദുർഘടം മുമ്പു സൂചിപ്പിച്ചുവല്ലോ.

മലയാളത്തിൽ സാങ്കേതികഗ്രന്ഥങ്ങളും വേണമെന്ന നിഷ്കർഷ വലിയകോയിത്തമ്പുരാനു കലശലായിരുന്നു. അർപ്പണബുദ്ധിയോടെ പ്രവർത്തിക്കാൻ കൂറും കഴിവുമുള്ള കീഴാളരെ അദ്ദേഹം കണ്ടെത്തും. കെ. ചിതംബര വാധ്യാർ തമ്പുരാന്റെ അനുഗ്രഹീത ശിഷ്യരാണു. ഷേക്സ്പിയർ നാടകങ്ങളും മലയാളം സംഗ്രഹം ശരീരശാസ്ത്രം, ഇരുപത്തിനാലു വൃത്തവ്യാഖ്യാനം അങ്ങനെ പല രംഗങ്ങളിലും വാധ്യാർ തന്റെ കഴിവുപയോഗപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു.

ചിതംബരവാധ്യാർ ഇന്നു മിക്കവാറും വിസ്മൃതിയിലാണ്ടുപോയ ഒരു പഴയ എഴുത്തുകാരനാണു. പൈലോപോൾ, എം ഉദയവർമ്മത്തമ്പുരാൻ എന്നിവരുടെ കഥയും അപ്രകാരം തന്നെ. മലയാളഭാഷയിൽ ശാസ്ത്രവിജ്ഞാനത്തെ പ്രചരിപ്പിക്കുന്നേ കാര്യത്തിൽ ഇവരൊക്കെ ചെയ്ത പ്രയത്നങ്ങളും അഭിനന്ദനീയങ്ങളത്രേ. ചില പുസ്തകങ്ങളും പ്രകാശനം ചെയ്യുന്നതു കൊള്ളാം;

C അത്രയൊന്നും പഴക്കമില്ലാത്ത രണ്ടു ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ജ്യാമീതിയ പ്രശ്നങ്ങളും കൈകാര്യം ചെയ്ത രീതി കൂടി സൂചിപ്പിച്ചുകൊള്ളട്ടെ, കൊച്ചി സ്റ്റേറ്റ് സർവേയർ കെ. പരമേശ്വരക്കുറുപ്പു; "ചെയിൻ സർവേ മാനുവൽ" എന്ന ഒരു നല്ല പുസ്തകം 1099 ൽ പ്രസിദ്ധീകരിച്ചിരുന്നു. അന്നത്തെ പതിവനുസരിച്ചു കൊച്ചി സർക്കാർ ദിവാൻ പേഷ്കാരായ റാവുസാഹേബ് ടി. വി. കസ്തൂരിരംഗഅയ്യർക്കു ഗ്രന്ഥസമർപ്പണം ചെയ്യുന്നു. ലാൻഡ് റിക്കാർഡ്സ് സൂപ്പ്രണ്ടൻഡന്റ് ഐ. അച്യുതമേനോൻ (1098 കർക്കിടക 12 നു) എഴുതിയ അവതാരികയും ഗ്രന്ഥകാരന്റെ മുഖവുരയും ഇംഗ്ലീഷിലായിരുന്നു. ചെയിൻ സർവേ തത്വങ്ങളും സംബന്ധിച്ചു പലരും അജ്ഞരാകുന്നതു പല കഴപ്പങ്ങൾക്കും കാരണമാകുന്നുണ്ടെന്നു കാണിപ്പാൻ അവതാരികയിൽ പറഞ്ഞ രസകരമായ ഭാഗം പകർത്തട്ടേ. To land holders, vakils, professinal

document writers and Nattu Kariastas such a knowledge is becoming more and more indispensible day after day. Though the system was introduced in the state more than two decades ago we still find, we among decent folk, people who ask in all seriousness such questions as How many dannus are there for a cent? What is the length of one acre and some times length rarely arguments propounded like this: "A portion of such and such survey Number is really included in such and such survey Number" and so forth. This ignorance of their is more on less due to the non existence of suitable book in their mother tongue to explain to them the fundamental principles of survey and the distinction between surface and linear measurments.

കാര്യങ്ങളെല്ലാം 14 അധ്യായങ്ങളിലായി സ്പഷ്ടമായി അവതരിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. നല്ല വിഷയാനുക്രമണികയും ഗ്ലോസ്സറിയും 242 പേജുകളിലധികം വരുന്ന പുസ്തകത്തിൽ ചേർത്തിട്ടുണ്ട് Relief plan = പൊക്കം താഴ്ച കാണിക്കുന്ന പടം Rectangle = നേർക്കോണ ചതുഷ്കോണം Right angle = നേർക്കോണ് Dottedline = കുത്തുവര. പക്ഷേ ജ്യാമിതീയ പ്രമേയങ്ങളും എഴുതിയതു് മിക്കവാറും ഇംഗ്ലീഷ്പദങ്ങളും അതേപടി ലിപ്യന്തരണം ചെയ്യുക എന്ന സൂത്രമുപയോഗിച്ചാണു്. പക്ഷേ ത്രികോണങ്ങളുടെയും മറ്റു ചിത്രങ്ങളുടേയും പേരു് ഇംഗ്ലീഷ് വലിയക്ഷരം കൊണ്ടുതന്നെ കാണിച്ചതു ഉചിതമായി.

നോർക്കോണ മുക്കോണത്തിൽ ഹൈപ്പൊട്ടന്യൂസിന്റെ സംകർണ്ണയർ, ബേസിന്റെ സ്ക്വയറും പെർപ്പൻടിക്കുലറിന്റെ സ്ക്വയറും തമ്മിൽ കൂട്ടിക്കിട്ടുന്നതാകുന്നു

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

നേരേമറിച്ച് 1952–ൽ ജി. ശങ്കരപ്പിള്ള എം. എ. എൽ. ടി. കൊല്ലം ശ്രീരാമവിലാസത്തിൽ അടിച്ച പുസ്തകത്തിൽ പല ജ്യാമിതീയ പ്രമേയങ്ങളും പദ്യത്തിൽ എഴുതിക്കണ്ടു.

ഋജുരേഖകം ഖണ്ഡിച്ചാ — ലെതിർ കോണകം തുല്യമാം.

അതിരിക്കട്ടെ, മറെറാരു പ്രമേയത്തിലേക്കു കടക്കാം. **Isosceles Triangle** എന്നതിനെ സമപാർശ്വ ത്രികോണമെന്നു ശങ്കരപ്പിള്ള എഴുതിയപ്പോഴും വാക്കിനുവാക്കു് ശരിയാണെങ്കിലും സാരം ചോർന്നുപോയി. സമപാർശ്വ ത്രികോണം എന്നാൽ equilateral triangle എന്നാവും. ആളകം അർഥം ധരിക്കുന്നതു്. Isoceles ത്രികോണത്തിൽ രണ്ടു വശങ്ങളും തുല്യമായിരിക്കണമെന്നേ വ്യവസ്ഥയുള്ളൂ.

അങ്ങനെ സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ പാദകോണകം തുല്യമാം എന്നതും അതിന്റെ വിപരീതമായി പാദകോണകളൊത്തിടിൽ ത്രികോണം സമപാർശ്വമാം എന്നതും അന്തസ്സാരമില്ലാത്ത പ്രസ്താവങ്ങളായി മാറുന്നു,

ഗണിതശാസ്ത്രനിർമാണം വളരെ ശ്രദ്ധിച്ചും ഓരോ പദങ്ങളും തൂക്കിനോക്കി പ്രയോഗിച്ചും, നിർവഹിക്കേണ്ടതാണ്, പ്രത്യേകിച്ചു മാതൃഭാഷയിൽ ഗ്രന്ഥ രചന ആരംഭിക്കുമ്പോഴും.

മാത്രമല്ല ഇംഗ്ലീഷക്ഷരങ്ങളും ഒഴിവാക്കാനും നിർവാഹമില്ലാത്ത ഒരു രംഗമാണിതു്. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളെ A B C എന്നിങ്ങനെ വലിയ അക്ഷരം കൊണ്ടും അവയ്ക്കെതിരായ വശങ്ങളെ a b c എന്നിങ്ങനെ അതായതു് ചെറിയക്ഷരം കൊണ്ടും രേഖപ്പെടുത്തുന്ന സൗകര്യം മലയാളത്തിലായാൽ നഷ്ടപ്പെടുമെന്നു പറയേണ്ടതില്ല.

ഇംഗ്ലീഷ് വലിയക്ഷരമാകുമ്പോഴും എഴുത്തും വായനയും ഭിന്നമാകുമെന്നതു ജ്യാമിതിയിൽ ഒരു സൗകര്യമാണു്. കാരണം CAT എന്ന ത്രികോണം എന്നെഴുതിയാൽ അതിനകത്തു പൂച്ചയൊന്നും കടന്നു ചാടില്ല. കാരണം കാറു് എന്നല്ല സി ഏ ടി എന്നാണു് വായിക്കുക. നേരെ മറിച്ചു് മലയാളത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പേരു് പ ത ന എന്നിരിക്കട്ടെ. ത എന്ന ശീർഷത്തിൽ നിന്നു തറ എന്ന ലംബം കീഴ്പോട്ടിറക്കുന്നു പനയിലേക്കു്. തറ പനമേൽ നിൽക്കുന്നു എന്നു വായിയ്ക്കുണ്ടി വരുകയും തറ, പന എന്നീ പദങ്ങളുടെ അർഥ സൂചന ഇടയ്ക്കുകയാറി ചിന്താക്കുഴപ്പും ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യുമെന്നു സ്പഷ്ടം. അതുപോലെ എൻജിനീയറിങ്ങിൽ തണ്ടുകളും തുളകളും വൻതോതിൽ നിർമിച്ചു തള്ളുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. A എന്ന സ്പെസിഫിക്കേഷനുള്ള തുളക്കു യോജിക്കുന്ന തണ്ടു a എന്നാവും അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഇതിലും ഇംഗ്ലീഷക്ഷരങ്ങളും ഒഴിവാക്കാൻ സാധ്യമല്ല. അനുഭവങ്ങളുടെ വെളിച്ചത്തിൽ ആശയപ്രകാശനം മലയാളത്തിലാക്കിയാലും ഇംഗ്ലീഷക്ഷരങ്ങളെ സങ്കേതങ്ങളും എന്ന നിലയ്ക്കു സ്വീകരിക്കലത്യാവശ്യമല്ലാത്ത സ്ഥിതി നമുക്കിന്നു വിഭാവനം ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നില്ല. പി. കെ. കോരുമാസ്റ്ററുടെ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഇംഗ്ലീഷക്ഷരങ്ങളും വർജിക്കാൻ ശ്രമിച്ചതു പിശകായെന്നു ഇന്നദ്ദേഹം ജീവിച്ചിരുപ്പുണ്ടെങ്കിൽ സമ്മതിക്കുമായിരുന്നു എന്നതിനു അദ്ദേഹത്തെ നേരിൽ അറിഞ്ഞ എനിക്കശേഷം സംശയമില്ല.

അനുബന്ധം II

നാഴിയും നാഴികകളും

സമയം, ദ്രവ്യം എന്നിവയെ തിട്ടപ്പെടുത്തുന്നതു് സൗകര്യപൂർവ്വം ഒരിടത്തു ഇരുന്നു സാധിക്കാം. നാഴി അരി അളന്നെടുക്കണം; ഒരു നാഴിക സമയം കാത്തിരിക്കണം. ഇതിനു് എളുപ്പമുണ്ടു്, മുടന്തനും സാധിക്കും ഇതു്. ദൂരനിർണയത്തിന്റെ പ്രശ്നം താരതമ്യേന സങ്കീർണമാകുന്നു. അതു കൊണ്ടാണു് സാധാരണക്കാർ എന്നു വെക്കേണ്ട അസാധാരണക്കാരും സമയത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലും ചെലവിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലും ദൂരം നിർവചിക്കുക പതിവുണ്ടു്, ഇന്നും. ബോമ്പെ–അഹമ്മദാബാദു് പത്തു മണിക്കൂർ എന്നാൽ തിരുവണ്ടിയാത്രയിൽ പത്തു മണിക്കൂർ സമയമേ അത്രയും ദൂരത്തിനു ആവശ്യമാകൂ എന്നതാകുന്നു. തമ്പാനൂരിൽ നിന്നു മെഡിക്കൽ കോളെജിലേക്കു് 50 പൈസ പായൻറു എന്നു വെച്ചാൽ ട്രാൻസ്പോർട്ടു് ബസ്സിൽ 50 പൈസയ്ക്കു പോകാവുന്ന ദൂരം എന്നേ വിവക്ഷയുള്ളു. ആധുനിക വാനശാസ്ത്രകാരൻ പറയുകയാണു് ഏറ്റവും അടുത്ത നക്ഷത്രത്തിലേക്കു 5 പ്രകാശ വർഷമാണു് ദൂരമെന്നു്. ഇതിന്റെ അർത്ഥസൂചന വിവരിക്കേണ്ടതില്ലെങ്കിലും സമയത്തിന്റെ പദാവലിയിൽ ദൂരസങ്കല്പം സാധിക്കാവുന്നതിനു് അതു് ദൃഷ്ടാന്തമല്ലാതാകുകയില്ലല്ലോ.

സമയവും ദ്രവ്യവും ഒരു ദിക്കിലിരുന്നു തിട്ടപ്പെടുത്താമെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലോ. പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ നാഴിയെ വിവരിക്കുന്നതു ശ്രദ്ധിക്കുക. നാഴിക്കു് നെന്മണി എണ്ണം 14400; പെരുപയറും 14400 ആകുന്നു. നാഴികയ്ക്കു അറുപതു വിനാഴിക-; വിനാഴികക്കു് 6 വീർപ്പു്; വീർപ്പിനു് 10 ഗണിതം; ഗണിതത്തിനു 4 മാത്ര, അപ്പോൾ നാഴികക്കു മാത്ര $60 \times 6 \times 10 \times 4 = 14400$ തന്നെ. ഒരു നാഴികകൊത്ത നെന്മണിയുടെ എണ്ണം തന്നെയാണു് ഒരു നാഴികയ്ക്കുള്ള മാത്രകളുടെ എണ്ണം. സമയവും ദ്രവ്യവും അളക്കുന്നതിനു് നാഴികയും നാഴിയും ഉപയോഗിക്കുന്നു; അവയുടെ ഉള്ളടക്കമോ യഥാക്രമം 14400 നെന്മണിയും 14400 മാത്രയും എന്ന വസ്തുത രസകരമായിരിക്കുന്നു.

പ്രാചീന മലയാളക്കണക്കനുസരിച്ചു് ദൂരമളക്കാനും സമയമളക്കാനും 'നാഴിക'ക്കണക്കായിരുന്നു, ഒരു ദിവസത്തിന്റെ അറുപതിലൊരംശമാണു് നാഴിക എന്ന സമയ അളവു്, സമയദൈർഘ്യം അളക്കാൻ നാഴികവട്ട ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന പ്രാചീന കാലത്തു എന്നതിനു് ''ഉൾക്കണ്ണു നീരിനു നാഴികവട്ടയെ മുക്കുവാൻ കാൽക്ഷണം പോരുമല്ലോ'' എന്നവരി ഓർത്താൽ മതിയാവും. ഒരു ലോഹക്കിണ്ണത്തിന്റെ അടിഭാഗത്തു ഒരു സൂക്ഷിരമുണ്ടാക്കി പാത്രത്തെ

വെള്ളത്തിൽ വെയ്ക്കുക. സൂക്ഷിരത്തിലൂടെ ഒരു നാഴിക സമയം കൊണ്ട് കയറുന്ന വെള്ളത്തിന്റെ ഉപരിതലം അടയാളപ്പെടുത്തി, അതിനുമേൽഭാഗമുള്ള വക്കു് വെട്ടിക്കളയുക. ഈ കിണ്ണം വെള്ളത്തിലിട്ടാൽ സൂക്ഷിരത്തിലൂടെ വെള്ളം പാത്രത്തിൽ നിറയുകയും ഒരു നാഴികക്കകം മുങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. വീണ്ടും അതിലെ വെള്ളം പാത്രത്തിലൊഴിച്ചു് ഉപരിതലത്തിൽ പൊങ്ങാൻ വിടുകയും പ്രക്രമം തുടരുകയും ചെയ്ക. ഈ നാഴികവട്ട ഉപയോഗിച്ചു് മേഘാവൃതമായ രാത്രികളിൽ പ്രാചീനർ സമയനിർണയം ചെയ്തിരുന്നു.

ഒരു നാഴികസമയം കൊണ്ടു ഒരു മനുഷ്യൻ സാവധാനത്തിൽ നടന്നെത്തുന്ന ദൂരമാണു് ഒരു നാഴികയായി വ്യവസ്ഥ ചെയ്തതു്. അതായതു് മണിക്കൂറിൽ രണ്ടരനാഴിക മാത്രം നടക്കുക, കുന്നും മലയുമുള്ള കേരളത്തിൽ സംഗതമാണു്. ദിവസമെന്നാൽ മുൻപു സൂചിപ്പിച്ച പോലെ 60 നാഴിക, മാസം എന്നാൽ 1800 നാഴിക. അങ്ങനെ ദൂരത്തിന്റെ മാത്രകയും വ്യവസ്ഥ ചെയ്തിരുന്നുവെന്നു് പലരും ധരിച്ചിരിക്കയില്ല. കണക്കധികാരം എന്ന പുസ്തകത്തിന്റെ ഒരു പേജു് ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഇതൊന്നിച്ചുണ്ടു്. മാവനാൻ മാപ്പിള സയദു് മുഹമ്മദു് ആശാനാൽ സ്വയം ഉണ്ടാക്കപ്പെട്ട ഭൂമി, കായൽ, നിലം മുതലായതിന്റെ കണക്കു് എന്ന ഭാഗം വായിക്കുക. ബ്ലോക്കിൽ 500, 300, 200, 80, 6000 എന്നീ സംഖ്യകളും പ്രത്യേക സങ്കേതമുപയോഗിച്ചു എഴുതിയതായതു കൊണ്ടു ഇവിടെ പകർത്താം.

ഉദയപർവ്വതം മുതൽ അസ്തമന പർവ്വതം വരെ 500 സംവത്സരത്തെ നീളവും തെക്കു വടക്കു് 500 സംവത്സരത്തെ വീതിയും ഉള്ളതിൽ 300 സംവത്സരത്തെ വീതിയിൽ 500 സംവത്സരത്തെ നീളം സമുദ്രം നീക്കി ശേഷം കരഭൂമിയായിട്ടു് കണക്കിൽ കാണുന്നതാകയ്ക്കൊണ്ടു ആ മുറയ്ക്കു് 500 സംവത്സരത്തെ നീളത്തിനു മാസവും തീയതിയും, നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും 200 സംവത്സരത്തെ വീതിക്കു മാസവും തീയതിയും നാഴികയും ദണ്ഡും എത്ര എന്നും ഈ ദണ്ഡിനെ നീളം വീതിയായി കണ്ടു തമ്മിൽ പെരുക്കിയാൽ എത്ര പെരുക്കം ഉണ്ടെന്നും അതിനെ ഒരു *പറ വിത്തു പാടസ്ഥലത്തിനു ഉള്ള പെരുക്കം 80–ൽ കഴിച്ചാൽ എത്ര വിത്തു പാടസ്ഥലം ഉണ്ടെന്നും ചൊല്ലുക.

എന്ന കണക്കു് ചൊല്ലുംപടി 500 സംവത്സരത്തിനു മാസം അറിവാൻ സംവത്സരം ഒന്നിനു മാസം 12–ൽ പെരുക്കിയാൽ മാസം 6000 ഉം അതിനെ മാസം ഒന്നുക്കു തീയതി 30–ൽ പെരുക്കിയാൽ ലക്ഷത്തി എമ്പതിനായിരം തീയ്യതി. ഇതിനെ തീയതി ഒന്നുക്കു് നാഴിക 60–ൽ എന്നിങ്ങനെ സംവത്സരത്തെ മാസമാക്കാനും മാസത്തെ തീയതിയാക്കാനും നാഴികയാക്കാനും നാഴികയെ ദണ്ഡാക്കാനുമാണു് നിർദ്ദേശം. അതായതു് 500 സംവത്സരത്തിനു് 180,000 തീയതി; തിയ്യതി ഒന്നുക്കു് നാഴിക 60–ൽ പെരുക്കുക. ഒരു കോടി 8 ലക്ഷം നാഴിക; ഇതിനെ നാഴിക ഒന്നിനു് ദണ്ഡു് 500 ൽ പെരുക്കിയാൽ

* പറ എന്നതിന്റെ ചിഹ്നം ശ്രദ്ധിക്കുക.

540 കോടി ദണ്ഡ് നിർത്തുക. അതു പോലെ 200 സംവത്സരത്തിനു അതേ കണക്കിനു 216 കോടി ദണ്ഡ് തമ്മിൽ പെരുക്കിയാലോ $540 \times 10^7 \times 21^8 \times 10^7 = 116640 \times 10^{14}$ അതായത് 116640 മാകോടി ഇവിടെ കണക്കധികാരം. ദാക്ഷിണാത്യഗ്രന്ഥമാകയാൽ കോടിക്കോടിയാണ് മാ കോടി. (അമേരിക്കയിലെ ബില്യൻ പോലെ) ഇതിനെ 80 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. 1458×10^{14} പറ വിത്തു പാടം. കാരണം 80 ചതുരദണ്ഡിനാണ് 1 പറ വിത്തു പാടം എന്നു പറയുന്നതു്. ഇതിൽനിന്നു ഒരു കാര്യം വ്യക്തം. സംവത്സര–മാസതിഥ്യതികളും ദൂരസൂചകമാത്രകളായി നാഴികയുടെ മേൽപ്പെരുക്കങ്ങളും എന്ന നിലയ്ക്കു് ഉപയോഗിക്കപ്പെട്ടുപോന്നു.

അപ്പോൾ നാഴി ദ്രവ്യമളക്കാനു(നെല്ല്)ള്ള താപ്പ്. അതിനുള്ളിൽ 14400 നെന്മണി. നാഴിക എന്ന സമയമാത്രയിലോ 14400 മാത്രകളും. നാഴിക സമയം കൊണ്ടു നടക്കുന്ന ദൂരം നാഴിക. അങ്ങനെ എല്ലാം ബന്ധപ്പെട്ടത്തി യാണ് പ്രാചീന ഗണിതത്തിൽ വ്യവസ്ഥ ചെയ്തിരിക്കുന്നതു്,

അനുബന്ധം III

മാകാണി–മുണ്ടാണി

ഏതാണ്ട് മുഴുവൻ എന്ന അർത്ഥത്തിൽ മുക്കാലേ അരക്കാൽ മാകാണി മുണ്ടാണിയും എന്ന പ്രയോഗിക്കുന്ന പതിവു് പഴമക്കാരുടെ ഇടയിലുണ്ടായിരുന്നു, മാകാണി–മുണ്ടാണി പദങ്ങളുടെ സൂക്ഷ്മമായ അർത്ഥസൂചന പലർക്കും വ്യക്തമല്ല എന്നു് തനിക്കു തോന്നിയിട്ടുണ്ടു്. മാകാണിയെ $\frac{1}{16}$ എന്ന അർത്ഥം പറയുന്നവർക്കു തന്നെ അതിന്റെ നിഷ്പാദനവശം അറിഞ്ഞുകൂടാ. ഗ്രണ്ടർട്ടിന്റെ നിഘണ്ടുവിൽ മുണ്ടാണി എന്നാൽ മുന്നു മാകാണിയെന്ന അർത്ഥം പറഞ്ഞാൽ ചിലർ അതിൽ മുറുകിപ്പിടിക്കുകയായി. മുക്കാലേ അരയ്ക്കാൽ മാകാണി–മുണ്ടാണി എന്നു പറയുമ്പോഴും മാകാണിയെക്കാളും ചെറുതാകണം മുണ്ടാണിയെന്ന ചിന്ത അവർക്കു് ഉണ്ടാകുന്നുമില്ല.

മുക്കാൽ മുക്കാലേ അരയ്ക്കാൽ എന്നീ പദങ്ങളും നോക്കുക. മുക്കാൽ = മൂന്നു കാൽ അരയ്ക്കാൽ = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ രണ്ടിടത്തും ഗുണനമാണു് ഉദ്ദേശിച്ചതു്. ഇരുപതു്, മുപ്പതു്, ഇരുന്നൂറു്, മുന്നൂറു് എന്നിവിടങ്ങളിലും ഗുണനം തന്നെയാണു് ഉദ്ദേശിക്കപ്പെടുന്നതു്. മൗലിക സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമസ്തപദങ്ങളും ഗുണനപ്രധാനമാണു്. എന്നാൽ പതിനഞ്ചു്, ഇരുപത്തഞ്ചു് നൂറ്റിയഞ്ചു് എന്നിവിടങ്ങളിൽ കൂട്ടലാണു് ഉദ്ദേശിക്കപ്പെടുന്നതു്. തമിഴു് കണക്കധികാരത്തിൽ (അതു് കാരിനായനാർ എന്ന പ്രാചീന കവിയുടേതാണെന്നു് തമിഴ്നാട്ടു പുസ്തക അക്കാദമി ഡയറക്ടറിൽ നിന്നു അറിയാൻ കഴിഞ്ഞു). മുക്കാൽ, അര, കാൽ, രണ്ടര, ഒരുമ, മുക്കാണി, കാണി, മുന്തിരി, കീഴര, കീഴ് കാൽ, കീഴ്മ, കീഴ്കാണി, കീഴ് മുന്തിരി എന്നീ ഭിന്നിതങ്ങൾക്കു് പ്രത്യേകം സങ്കേതങ്ങളും ഉണ്ടത്രേ. ഇടയിൽ പിടിച്ചു് രണ്ടെണ്ണം ചേർക്കുകയാണെങ്കിൽ കൂട്ടുക എന്ന പതിവാണു് സ്വീകൃതമാകുന്നതു്. നമ്മുടെ

കാലേരക്കാൽ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

മുക്കാലേ അരക്കാൽ $= \frac{3}{4} + \frac{1}{8}$

അതുപോലെ മാകാണി $=$ മാ + കാണി

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{80}$$

$$= \frac{1}{16}$$

മുണ്ടാണി എന്നതു് മുക്കാണി എന്നതു് രൂപാന്തരപ്പെട്ടതാവാനാണു വഴി $= \frac{3}{80}$ ശ്രീകണ്ഠേശ്വരത്തിന്റെ ശബ്ദതാരാവലിയിൽ മുണ്ടാണി $= \frac{3}{80}$ എന്നു കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്. അതു മാകാണിയെക്കാളും ചെറുതുമാണു്. അങ്ങനെ മുക്കാലെ അരക്കാൽ മാകാണി മുണ്ടാണിയും എന്ന പ്രയോഗത്തിനു് പ്രസക്തിയും വന്നുപെടുന്നു.

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{3}{80} = \frac{60 + 10 + 5 + 3}{80} = \frac{78}{80}$ അതായതു് $97\frac{1}{2}$ ശതമാനം എന്ന അർത്ഥവും കിട്ടും.

അനുബന്ധം IV

രണ്ടിന്റെ ഘാതങ്ങൾ, മാപനത്തിൽ

ഇതു് ദശാംശക്രമത്തിന്റെ കാലമാണല്ലോ. ശാസ്ത്രകാര്യങ്ങൾക്കു മാത്രമല്ല, നിത്യവ്യവഹാരത്തിനു കൂടി ദശാംശവ്യവസ്ഥയിലായിട്ടുണ്ടു് കണക്കുകൂട്ടൽ. നീളത്തിന്റെയും ഭാരത്തിന്റെയും നാണയവ്യവസ്ഥയുടേയും മാത്രകകൾ മിക്ക രാജ്യങ്ങളിലും ദശാംശവ്യവസ്ഥയിലായിക്കഴിഞ്ഞു. കാലം മാത്രം ദശാംശീകരിച്ചിട്ടില്ല. കാരണം രസകരവുമാണു്. അതു ദശാംശക്രമത്തിലാകുമ്പോൾ ആഴ്ചക്രമം പിഴയ്ക്കും. എന്നുവെച്ചാൽ ഞായറാഴ്ചയുടെയും വെള്ളിയാഴ്ചയുടേയും പള്ളികളിലെ നടവരവു് അവതാളത്തിലാകും. അതു ഭയന്നു് കാലത്തിന്റെ ദശാംശവൽക്കരണം പ്രാവർത്തികമാക്കാവുന്ന ശ്രമം ഫ്രാൻസിൽ ഉപേക്ഷിച്ചതു പ്രസിദ്ധം.

എങ്കിൽത്തന്നെ രണ്ടിന്റെയും പൂജ്യത്തിന്റെയും പദാവലികളിൽ ഏതക്കവും ക്രമീകരിക്കാമെന്ന തത്വം അംഗീകരിച്ചിട്ടുമുണ്ടു്. $0, 2^0, 2, 2+2^0, 2^2, 2^2+2^0$ അങ്ങനെ. രണ്ടിന്റെ ഘാതമായി യൂണിറ്റുകളെ നിർവചിച്ചാലുള്ള സൗകര്യം ഭാരതത്തിൽ നടപ്പാക്കിയിരുന്നു. ഏ. ഡി. ആറാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ച വരാഹമിഹിരന്റെ ബൃഹത്സംഹിതയിൽ നീളത്തിന്റെ മാപനക്രമം വിവരിച്ചിട്ടുള്ളതു് അർഥവത്താണു്. 8 പരമാണുരാജു് = 1 രാജു്; 8 രാജു് = 1 ബലഗ്ര; 8 ബലഗ്ര = 1 ലിക്ഷാ; 8 ലിക്ഷാ = 1 യൂഗാ; 8 യൂഗാ = 1 യവ; 8 യവ = 1 അംഗുലി. ഇവിടെ 8 എന്നതു് 2 ന്റെ മൂന്നാം ഘാതമാണല്ലോ. ചോളദേശക്കാരനായ പുത്തന്റെ മകൻ കാരി എന്നാൽ നിർമിച്ച കണക്കധികാരം എന്ന പുസ്തകം തഞ്ചാവൂർ സരസ്വതിമഹാൽ ഗ്രന്ഥശേഖരത്തിലുള്ളതായി പറഞ്ഞുവല്ലോ. അതിൽ ഭിന്നിതങ്ങളെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നതു് $\frac{1}{2}$ ന്റെ ഘാതങ്ങളായാണു്. അര $= \frac{1}{2}$; കാൽ $= \frac{1}{4}$; അരക്കാൽ $= \frac{1}{8}$; വീശം $= \frac{1}{16}$ (ഇതിനു മാകാണി എന്നും പറയും) എന്നിവയും അവയുടെ ദശാംശങ്ങളും പ്രത്യേകം പേരും ചിഹ്നവും കൊണ്ടു് നിർവചിക്കപ്പെട്ടതായി ഇതിനകം പ്രസ്താവിച്ചിട്ടുമുണ്ടു്. ഒരുമാ $= \frac{1}{20}$; കാണി $= \frac{1}{80}$; അരക്കാണി $= \frac{1}{160}$; മേൽമുന്തിരി $= \frac{1}{320}$; കീഴ്മുന്തിരി $= \left(\frac{1}{320}\right)^2$. അതായതു് $\frac{1}{2}$, $(\frac{1}{2})^2$, $(\frac{1}{2})^3$, $(\frac{1}{2})^4$ അവയുടെ ദശാംശങ്ങളുമാണു് പ്രത്യേക മേൽവിലാസമുള്ള ഭിന്നിതങ്ങൾ. സംഖ്യാപരികലനത്തിൽ 2-ന്റെ പ്രാധാന്യം മനസ്സിലാക്കിയ ഭാരതീയ പാര

സ്വര്യം മാനിച്ചാകുമോ, ബ്രിട്ടീഷ്കാർ അവരുടെ ക–ണ–പ വ്യവസ്ഥിതി ഇവിടെ ഏർപ്പെടുത്തിയത്. ഉറുപ്പികയെ 16 അണയാക്കിയപ്പോഴും, 1 ണ 2 ണ, 4 ണ, 8 ണ എന്നീ തുട്ടുകളും നിലവിൽ വന്നു. അപ്പോഴും 15 ണ വരെയുള്ള ചില്ലറ എളുപ്പത്തിൽ ഈ തുട്ടുകളും കൊണ്ട് ക്രമീകരിക്കാനും കഴിഞ്ഞു.

മഹാകവി കെ. സി. കേശവപിള്ളയുണ്ടാക്കിയ ഒരു ഗണിത പ്രശ്നം ഒന്നാം അധ്യായത്തിൽ ദൃഷ്ടാന്തമായി കൊടുത്തിട്ടുണ്ടല്ലോ. ഒരാളുടെ വശമുള്ള ആയിരം പവൻ പത്തു മടിശ്ശീലകളിലാക്കി പകുത്തു വെക്കാൻ പറയും. മടിശ്ശീലയഴിക്കാതെ ആവശ്യപ്പെട്ട ഏതു തുകയും എടുത്തു കൊടുക്കാൻ കഴിയണം എന്നതാണ് ഉപാധി. വിജ്ഞനം എങ്ങനെ വേണമെന്നതു തന്നെ പ്രശ്നം. ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ ഒരു പവൻ; രണ്ടാമത്തേതിൽ രണ്ടു; മൂന്നാമത്തേതിൽ നാലു; നാലാമത്തേതിൽ എട്ടു; അഞ്ചാമത്തേതിൽ പതിനാറ്; ആറാമത്തേതിൽ മുപ്പത്തിരണ്ട്; ഏഴാമത്തേതിൽ അറുപത്തിനാലു; എട്ടാമത്തേതിൽ നൂറിരുപത്തെട്ട്; ഒമ്പതാമത്തേതിൽ ഇരുനൂറിഅമ്പത്താറ് എങ്കിൽ ആകെ വെച്ചതു 511 ആകും. ബാക്കിയുള്ള 489 പവൻ പത്താമത്തെ സഞ്ചിയിൽ കെട്ടിവക്കുകയും വേണമെന്ന് പറയുകയും ചെയ്തിരിക്കയാണ് കെ. സി.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 എന്നിങ്ങനെ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ ആകെ തുക അടുത്ത പദത്തിനേക്കാളും ഒന്നു കൊണ്ട് കുറവാകും ($2 \times 256 - 1 = 511$) ഒന്നു മുതൽ നൂറിരുപത്തെട്ടു വരെ ആയാൽ തുക $256 - 1 = 255$. അടുത്ത പദം ഗണിച്ച് ഒന്നു കുറക്കുകയോ, ഉള്ളതിൽ അന്ത്യപദത്തിന്റെ ഇരട്ടി കണ്ടു ഒന്നു കുറക്കുകയോ മതി തുക കണക്കാക്കാൻ. ഇവിടെ പ്രാവർത്തികമായിട്ടുള്ളതു രണ്ടു സാമാന്യ അനുപാതമായ ജ്യാമിതീയശ്രേണിയുടെ ഗുണധർമ്മമാകുന്നു (Geometric progression with 2 as common ratio). മറ്റൊരു പ്രധാന സംഗതി കൂടി ഈ ക്രമീകരണം ഉൾക്കൊള്ളുന്നു അതായതു് ഈ വിതരണത്തിലാണ് സഞ്ചികളുടെ എണ്ണം ഏറ്റവും കുറവായിരിക്കുക. ഉദാഹരണത്തിനു് നൂറു പവനാണ് മുൻപറഞ്ഞ ഉപാധിയിൽ ക്രമീകരിക്കേണ്ടതെങ്കിൽ, 7 സഞ്ചികളും മതിയാകും. 1, 2, 4, 8, 16, 32 എന്നിങ്ങനെ ആദ്യത്തെ ആറു സഞ്ചികളിലായി 63 പവനും ബാക്കി 37 പവൻ ഏഴാമത്തേതിലു നിക്ഷേപിക്കാമല്ലോ.

ഈ സാമാന്യ തത്വത്തെ ലാബറട്ടറി തലത്തിൽ തൂക്കപ്പെട്ടികളിലെ കട്ടികളും ക്രമീകരിക്കുന്നതിനുപയോഗിക്കാമോ എന്നതു ചിന്തനീയമാണ്. അഞ്ചുറു ഗ്രാം കട്ടി വരെയുള്ള ഒരു സാധാരണ പെട്ടിയിൽ നടപ്പുക്രമമനുസരിച്ച് 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200, 500 എന്നീ പ്രകാരം 12 കട്ടികളാണ് ഉണ്ടാവുക. ഇതുപയോഗിച്ചും എണ്ണം വരുന്ന 12 കട്ടികളും തന്നെ 2 ന്റെ ഘാതങ്ങളിലായി ക്രമപ്പെടുത്തിനോക്കുക. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048. ഇതുപയോഗിച്ചു കട്ടികളും കൊണ്ട് 4095 ഗ്രാം വരെ ($2 \times 2048 - 1$ തൂക്കിയെടുക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. ഇന്നത്തെ ക്രമത്തിലുള്ള 12 കട്ടികളും കൊണ്ടു പരമാവധി തൂക്കുക 1110 ഗ്രാം മാത്രമാണെന്നതും ചിന്തിക്കേണ്ടി വരുന്നു.

നൂറു ഗ്രാം കട്ടി വരെ മാത്രം മുണ്ടാകുന്ന സാധാരണ തുലാസിന്റെ തൂക്കപ്പെട്ടിയിൽ 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100 എന്ന കണക്കിനു് 9 കട്ടികളും വെക്കുമല്ലോ. അവ കൊണ്ടു പരമാവധി തൂക്കാൻ കഴിയുക 210 ഗ്രാം മാത്രവും. രണ്ടിന്റെ ഘാതങ്ങളായി 9 കട്ടികളും ഏർപ്പെടുത്തുന്നതിന്റെ മെച്ചം കിടക്കുന്നതു് 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 എന്നിവയാൽ 511 ഗ്രാം ($2 \times 256 - 1$) വരെ തൂക്കാൻ കഴിയുമെന്നതിലാണു്.

രണ്ടു പ്രായോഗിക കാരണങ്ങളാൽ 2 ന്റെ ഘാതമുപയോഗിക്കുന്നതു കൊണ്ടു സിദ്ധം. (1) അതു പല സവിശേഷതകളും ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. (2) തൂക്കക്കട്ടികളുടെ സംവിധാനം തുടങ്ങിയവയിൽ സംഗതി സൗകര്യപൂർവം പ്രയോജനപ്പെടുത്താം.

(വിജ്ഞാനകൈരളി മെയ് 1975)

അനുബന്ധം V

മാന്ത്രികചതുരങ്ങൾ

മാന്ത്രികചതുരതത്വം ഉപയോഗിച്ചു ചെയ്യേണ്ട കണക്കുകൾ പ്രാചീന ഗണിതത്തിൽ വന്നിരുന്നതായി സൂചിപ്പിച്ചുവല്ലോ. എന്താണു മാന്ത്രികചതുരം അതെങ്ങനെ നിർമിക്കും, തുടങ്ങിയ വസ്തുതകൾ അറിഞ്ഞിരിക്കുന്നതു ആവശ്യമാകുമല്ലോ. മൂന്നു, നാലു, അഞ്ചു കള്ളികൾ ഓരോ വശത്തുമുള്ള ചതുരത്തിലെ ആകെ യഥാക്രമം വരുന്ന 9, 16, 25 കള്ളികളിൽ മുന്നുമുതൽ 9 വരെ, ഒന്നു മുതൽ 16 വരെയുള്ള മുതൽ 25 വരെ അക്കങ്ങൾ ഒരു പ്രത്യേക രീതിയിൽ വിന്യസിക്കുമ്പോൾ വരികൾ, പംക്തികൾ, ഇരുകർണങ്ങൾ എന്നിവയിൽ വരുന്ന സംഖ്യകളെ കൂട്ടുകയും തുല്യസംഖ്യ കിട്ടുകയും ആണെങ്കിൽ ആ മൂന്നും മാന്ത്രികചതുരമാണെന്നു പറയാം.

ഒന്നു മുതൽ 9 വരെ സംഖ്യകളെക്കൊണ്ടുള്ള മാന്ത്രികചതുരമുണ്ടാക്കാൻ പല വഴികളും ഉണ്ട്. ഒന്ന് ആദ്യം പ്രസ്താവിക്കാം.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

1. ഏറ്റവും മേലേ വരുന്ന വരിയിലെ നടുവിൽ ഒന്നു എന്ന അക്കം കുറിക്കുക.

2. കർണമാർഗമായി വലത്തോട്ടു നീങ്ങുക; കള്ളിയില്ലാത്തതുകൊണ്ടു നേരേ താഴോട്ടു വന്നു അവസാനത്തേതിൽ എത്തി രണ്ടു കുറിക്കുക.

3. കർണമാർഗമായി വലത്തോട്ടു നീങ്ങുമ്പോൾ കള്ളിയില്ലാതാവുന്നു. നേരേ ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങി ഒടുക്കം വരുന്നകള്ളിയിൽ മൂന്നു കുറിക്കുക.

4. വീണ്ടും കർണമാർഗമായി വലത്തോട്ടു നീങ്ങുമ്പോൾ ആ കള്ളി പൂരിപ്പിക്കപ്പെട്ടിരിക്കയാണ്. അതുകൊണ്ട് 3 ന്റെ നേരെ താഴെ കള്ളിയിൽ നാലു കുറിക്കണം.

5. വീണ്ടും കർണമാർഗമായി 5, 6 കറിക്കുക, മൂല പൂരിപ്പിച്ച കഴിഞ്ഞാൽ തൊട്ട താഴെയുള്ള കള്ളി പൂരിപ്പിക്കണം 7 കൊണ്ട്.

6. വീണ്ടും കർണമാർഗമായി നീങ്ങുമ്പോൾ കള്ളിയില്ല. നേരേ ഇടത്തോട്ട നീങ്ങി അറ്റത്തെ കള്ളിയിലെത്തുക. എട്ട് എന്നു കറിക്കുക.

7. വീണ്ടും കർണമാർഗമായി വലത്തോട്ട നീങ്ങുമ്പോൾ കള്ളിയില്ലാതെ വരുന്നു. താഴോട്ടുനീങ്ങി ഒടുക്കത്തെ കള്ളിയിൽ 9 ചേർക്കുക.

ഈ ചതുരത്തിൽ വരികളും ഓരോന്നും പംക്തികളും (കോളങ്ങളും) ഓരോന്നും കർണങ്ങളും ഓരോന്നും ചേർത്തു കൂട്ടുമ്പോൾ 15 കിട്ടും.

ഒന്നുതു വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{9 \times 10}{2} = 45$

ഇതിനെ മൂന്നാക്കി വിഭജിച്ചാൽ 15 കിട്ടണമല്ലോ.

ഇതേതരമുപയോഗപ്പെടുത്തി അഞ്ചിന്റെയും 7 ന്റെയും മാന്ത്രികചതുരങ്ങളും വരച്ചു പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

ആകെ തുക $= \frac{25 \times 26}{2} = 325$

$\therefore = \frac{325}{5} = 65$

ഓരോവഴിയും കോളവും കർണവും $= 65$

(a) മേലേ വരിയിൽ ഒത്ത നടുവിൽ 1; വലത്തോട്ട കർണമാർഗമായി പോകുമ്പോൾ കള്ളിയില്ല. താഴോട്ട ഇറങ്ങി ഒടുക്കത്തെ കള്ളിയിൽ 2.

(b) കർണമാർഗമായി വലത്തേ കള്ളിയിൽ 3; വീണ്ടും കർണമാർഗമാകുമ്പോഴും കള്ളിയില്ല. ഇടത്തോട്ട പോയി 4; കർണമാർഗമായി 5 ഉം കുറിക്കുക.

(c) വീണ്ടും കർണമാർഗമായി നീങ്ങുമ്പോഴും പൂരിപ്പിച്ച കള്ളി കിട്ടുന്നു. അപ്പോഴും ആദ്യത്തേതിനു (5നു) നേരേ താഴെ എഴുതുക; വീണ്ടും കർണമാർഗമായി 7 ഉം 3 ഉം ചേർക്കുക.

(d) വീണ്ടും കർണമാർഗമായി വലത്തോട്ട പോകുമ്പോഴും കള്ളിയില്ല; നേരേ താഴോട്ടിറങ്ങി 9 ചേർക്കുക

(e) കർണമാർഗമായി പോകുമ്പോഴും കള്ളിയില്ല. ഇടത്തോട്ട നീങ്ങി 10 ചേർക്കുക. അടുത്ത കള്ളി പൂരിപ്പിച്ചതാകകൊണ്ട് 10 നു നേരേ താഴെ 11 ഇട്ടക ക്രമങ്ങളും 12, 13, 14, 15 ചേർക്കുക. മൂലയിലെത്തിയാൽ അടുത്തതു തൊട്ട താഴെ വേണം ചേർക്കാൻ 16 നെ

(f) വീണ്ടും കർണമാർഗമായി ചേർന്ന് ഇടത്തോട്ട നീങ്ങി 7 ചേർക്കുക. വീണ്ടും നീങ്ങി കള്ളിയില്ലാതെവന്നു നേരേ താഴെ 13 എഴുതുക ക്രമത്തിൽ 19 ഉം 20 ഉം എഴുതാം. അടുത്ത കള്ളി 17 കൊണ്ടു പൂരിപ്പിച്ചു കഴിഞ്ഞിരിക്കയാൽ 20 നു തൊട്ടുതാഴെ 21 ചേർക്കുക. പിന്നെ 22 ചേർക്കാം. പിന്നെ കള്ളിയില്ലായ്കയാൽ ഇടത്തേ അറ്റത്തു 23 ചേർക്കുന്നു. 24 ചേർക്കാം. പിന്നെ കർണമാർഗത്തിൽ കള്ളിയില്ലാതെ വരുന്നതുകൊണ്ടു താഴോട്ടിറങ്ങി 25 ഉം ചേർക്കുക.

ഈ രീതി ഒറ്റസംഖ്യവരുന്ന വശങ്ങളോടു കൂടിയ മാന്ത്രികചതുരങ്ങൾക്കെല്ലാം പ്രയോഗിക്കാമെന്നു ഒരു കാരണവർ പണ്ടു എന്നെ ഉപദേശിച്ചതാണു്.

നാലു കള്ളികം വശമായുള്ള ചതുരത്തെയാണു് മാന്ത്രികചതുരമാക്കേണ്ടതെങ്കിൽ ആദ്യം ഒരോ വരികളിലായി ഒന്നു മുതൽ 16 വരെ തുടർച്ചയായി എഴുതുക. പിന്നീടു കർണങ്ങളെ വിപരീതക്രമത്തിൽ പിരിച്ചു ചേർക്കുക.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

അതായത് 1, 6, 11, 16, എന്നത് 16, 11, 6, 1 എന്നാക്കിയും 4, 7, 10, 13 എന്നതിനെ തിരിച്ചു 13, 10, 7, 4 എന്നാക്കിയും മാറുക. മറ്റു സംഖ്യകൾക്ക് സ്ഥാനമാറ്റം വേണ്ട.

ഓരോ വരിയും കോളവും കർണവും കൂട്ടുമ്പോൾ 34 കിട്ടും.

ഇതിലെ നടുവിലെ രണ്ടു കോളങ്ങളിൽമാത്രമായി ഓരോ വരികളിലെയും അക്കങ്ങളെ അന്യോന്യം മാറ്റി എഴുതുക.

വശങ്ങളിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം n ആണെങ്കിൽ മാന്ത്രികചതുരത്തിലെ

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

കോളങ്ങളുടെയും വരികളുടെയും കർണങ്ങളുടെയും തുക $\frac{n(n^2+1)}{2}$ ആയിരിക്കും.

$n = 3$ എങ്കിൽ തുക $= 15$

$n = 4$ എങ്കിൽ തുക $= 34$

$n = 5$ എങ്കിൽ തുക $= 65$

അനുബന്ധം VI

നൂറാണ്ടിന്റെ കലണ്ടർ എളുപ്പത്തിൽ

ഈ നൂറാണ്ടിലെ ഏതു് തീയതിക്കും സംഗതമായ ആഴ്ച എളുപ്പത്തിൽ തിട്ടപ്പെടുത്താം. ജനവരി മുതൽ ഡിസംബർ വരെയുള്ള പന്ത്രണ്ടു മാസമോരോന്നിനും ഓരോ സൂത്രസംഖ്യയുണ്ടു്. സൂത്രസംഖ്യകളെ മൂന്നു സെറ്റുകളായി കുറിക്കുന്നതു് ഓർക്കാൻ സൗകര്യമാക്കുന്നതിനു മാത്രം.

0, 3, 3, 6; 1, 4, 6; 2, 5, 0, 3, 5.

കാരിക. (1) ചൊന്ന വർഷം, ലീപ്പ്‌വർഷം
എണ്ണം, തീയതി, 'സൂത്ര'വും
തുക്കുക, ഞേഴി ലംശിച്ചാൽ
ശിഷ്ട മാഴ്ച 'ശശി'ക്രമാൽ.

(2) ശൂന്യം മൂന്നു മൂന്നാറു
ഒന്നു നാലാറുമപ്പുറം
രണ്ടഞ്ചു ശൂന്യം മൂന്നഞ്ചും
ആംഗ്ലമാസേതി സൂത്രമാം.

നൂറാണ്ടുപിറവിക്കു ശേഷം ചൊന്ന വർഷങ്ങളും, ലീപ്പ്‌വർഷങ്ങളും എന്നിവയുടെ എണ്ണങ്ങളെയും തീയതിയെയും മാസത്തിന്റെ സംഗതസൂത്രസംഖ്യയെയും തുക കണ്ടു്, 7 കൊണ്ടു് ഹരിക്കുക. ശിഷ്ടം ആഴ്ചയെ കാണിക്കുന്നു. തിങ്കളും തൊട്ടു് എണ്ണണം.

1978 ഒക്ടോബർ 2–ന്റെ ആഴ്ച കാണാൻ, 78–ഉം 78–ലേക്കു ലീപ്പ്‌വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണമായ 19–ഉം തീയതി 2–ഉം ഒക്ടോബർ സൂത്രസംഖ്യ 0–ഉം തുകയാക്കിയാൽ 78 + 19 + 2 + 0 = 99. 7 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം = 1 *തിങ്കളാഴ്ച*.

1948 ജനവരി 30: 1948 ലീപ്പ്‌വർഷമാണെങ്കിലും നമ്മുടെ തീയതി ഫെബ്രുവരി 29–നു് മുമ്പാകയാൽ ഫലത്തിൽ ലീപ്പ്‌വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം 11 മാത്രം. 48 + 11 + 30 + 0 = 89. 7 കൊണ്ടു് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 5. തിങ്കളും തൊട്ടു എണ്ണിയാൽ 5 വെള്ളിയാണു്. ഗാന്ധിവധം ഒരു വെള്ളിയാഴ്ചയായിരുന്നല്ലോ.

* സൂത്രസംഖ്യകളും മൂന്നു സെറ്റാക്കിയപ്പോൾ ഓരോ സെറ്റിന്റെയും തുടക്കം ഓർമിക്കാൻ പാകത്തിൽ 0, 1, 2 എന്നിങ്ങനെയാകുന്നു. ജനവരിക്കും ഒക്ടോബറിനും സൂത്രസംഖ്യ പൂജ്യം; മെയ്മാസത്തിനു് 1–ഉം ഒക്ടോബർ തുടക്കം ഇംഗ്ലീഷക്ഷരം ഓ കൊണ്ടായതു് പൂജ്യത്തെ അനുസ്മരിപ്പിക്കുന്നു. അവസാനത്തെ സെറ്റിൽ പൂജ്യം നടുവിൽ; മുമ്പു് 2, 5 പിമ്പു് 3, 5–ഉം.

തുക കാണുന്ന സമയത്തു്, ഓരോന്നിൽ നിന്നും 7 കൊം കുറച്ചു് ശിഷ്ടങ്ങളുടെതു കണ്ടാലും മതിയാകും. ഒന്നാം ഉദാഹരണത്തിൽ 19–ന പകരം $2 \times 7 = 14$. കുറച്ചു 5–ഉം 78–ന പകരം $11 \times 7 = 77$ കുറച്ചു് 1–ഉം എടുക്കുക. അപ്പോഴും $5 + 1 + 0 + 2 = 8$; 7 കുറച്ചാൽ ശിഷ്ടം = 1 തികയും.

* സൂത്രസംഖ്യകളും മറന്നാൽ കണ്ടെടുക്കാനും വിഷമമില്ല. ജനുവരിക്കു് പൂജ്യം; ഫെബ്രുവരിക്കു്, ജനുവരിയിലെ 31–ൽ $4 \times 7 = 28$ കുറച്ചാൽ 3 കിട്ടും. ഫെബ്രുവരി 28 ദിവസമാകയാൽ, മാർച്ചിനു് അതേ സൂത്രസംഖ്യ 3 തന്നെ മാർച്ചുമാസത്തിൽ 31 ദിവസം വരുന്നു; $4 \times 7 = 28$ കുറച്ചുള്ള 3–നെ മുൻ മൂന്നിനോടു് ചേർത്തു് ഏപ്രിലിന്റെ സൂത്രം 6 ആകുന്നു. ഏപ്രിൽമാസത്തിനു് 3 ദിവസം. 28 കുറച്ചാൽ ബാക്കിയുള്ള 2, മുൻ 6 നോടു ചേർക്കുക = 8, 7 കുറച്ചാൽ ഒന്നു്. മേയ്മാസത്തിന്റെ സൂത്രം = 1. ഇങ്ങനെ സൂത്രസംഖ്യ തുടർന്നു് ഗണിച്ചെടുക്കുകയും ആകാം.

ഇതുസംബന്ധിച്ചു എനിക്കുണ്ടായ ഒരനുഭവം കൂടി പറയാമെന്നു് തോന്നുകയാണു്. 1938–ലെ മദിരാശി എസ്. എസ്. എൽ. സി. സാമാന്യഗണിത ചോദ്യക്കടലാസ്സിലെ ആദ്യ കണക്കു് ഈ വിധത്തിൽ ഗണിച്ചെടുക്കേണ്ട ഒരു കണക്കായിരുന്നു! സാമൂതിരി കോളേജു് പ്രിൻസിപ്പൽ ഏ. വി. കുട്ടിക്കൃഷ്ണമേനോനായിരുന്നു ചോദ്യകർത്താവു്. പത്തു വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം, പാലക്കാട്ടു് എന്റെ അതിഥിയായി കുട്ടിക്കൃഷ്ണമേനോൻ അവർകളെ ലഭിച്ചപ്പോൾ, ഇക്കാര്യം ഞാൻ അനുസ്മരിച്ചു. ''ശരിയാണതു്. പലരുടെയും പരാതിക്കെട്ടുകൾ സർക്കാരിൽ കൊണ്ടുകൊടിയതു് ഒരു ചാക്കിൽ കെട്ടി അന്നു് എനിക്കു് അയച്ചുകിട്ടിയിരുന്നു. കുട്ടികൾ എന്തിനു് വിരണ്ടുപോയി എന്നു എനിക്കു് മനസ്സിലാകുന്നില്ല!'' അദ്ദേഹം പറഞ്ഞു: ''കൊല്ലത്തിനു് 365 ദിവസം; 52 ആഴ്ചയ്ക്കു് 364 ദിവസമേ ആകുന്നുള്ളു; അപ്പോൾ ഓരോ വർഷവും അതേ തീയതിക്കു് ആഴ്ച ഒന്നു കടന്നു നിൽക്കും. ഇന്നു 21 – 2 – 49–നു് തിങ്കൾ; അടുത്ത വർഷം ഫെബ്രുവരി 21 ചൊവ്വാഴ്ചയാകും. അതിവർഷം വരുമ്പോൾ ഓരോ ദിവസം വേറെയും.'' ശ്രീ ഏ. വി. കുട്ടികൃഷ്ണമേനോനാണു് എനിക്കു് സൂത്രം ഉപദേശിച്ചതു്.

ദേശീയപ്രസ്ഥാനത്തിനു് കനത്ത സംഭാവനയർപ്പിച്ച പഴയ പൊന്നാനി താലൂക്കിലെ സുപ്രസിദ്ധ നായർ കുടുംബമാണല്ലോ ആനക്കര വടക്കത്തു്. ശ്രീമതി അമ്മുസ്വാമിനാഥൻ, കുട്ടിമാളുഅമ്മ എന്നിവരുടെ സഹോദരനോ സഹോദരസ്ഥാനീയനോ ആയ കുട്ടിക്കൃഷ്ണമേനോൻ ഖദർധാരിയും സാത്വികനുമായിരുന്നു. കോൺഗ്രസ്സ്പ്രസ്ഥാനം ജന്മംകൊണ്ട 1885–ലെ ആദ്യമാസത്തിൽ ജനിച്ച ശ്രീ കുട്ടിക്കൃഷ്ണമേനോന്റെ ഗണിതതാല്പര്യത്തെ മുൻ സാമൂതിരി കോളേജു് വിദ്യാർഥികളെ പറഞ്ഞറിയിക്കേണ്ടതില്ല. ശിഷ്യത്വം ലഭിക്കാൻ ഭാഗ്യമുണ്ടാകാത്ത എന്റെ അല്പസമ്പർക്കം കൊണ്ടു് ലഭിച്ച വിജ്ഞാനശകലത്തെയാണു് മുൻ കൊടുത്ത കാരികയിൽ ഒതുക്കിയതു് എന്നു കൃതജ്ഞതാപുരസ്സരം ഞാനിവിടെ അനുസ്മരിക്കട്ടെ.

അനുബന്ധം VII

വ്യാസപരിധിബന്ധം പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ

നമ്മുടെ ഔദ്യോഗികഭാഷാകമ്മിഷൻ ചെയർമാൻ ഒരിക്കൽ ഒരു സംശയം ഉന്നയിച്ചു. വൃത്തപരിധിയും വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തെയാണല്ലോ π എന്ന സങ്കേതം കുറിക്കുന്നതു്. ഈ അംശബന്ധത്തിനു സംസ്കൃതത്തിൽ അഥവാ നമ്മുടെ പ്രാചീനഗണിതത്തിൽ വല്ല പ്രത്യേക സങ്കേതവും ഏർപ്പെട്ടത്തിയിരുന്നോ എന്നതായിരുന്നു സംശയം. വ്യാസത്തെ ഇന്ന സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഇന്ന സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ പരിധി കിട്ടും എന്നു് പരോക്ഷമായി കാര്യം പറയുകയായിരുന്ന പഴയ പതിവു്. പ്രത്യേക സങ്കേതം ഏർപ്പെട്ടത്തിയതായി അറിവില്ല എന്നു് ഫോണിൽ തൽക്കാലം പറഞ്ഞുനിന്നു. പ്രാചീന ഭാരതീയർ പരോക്ഷമായി കാര്യം പറഞ്ഞു എന്നല്ലാതെ അതുകൊണ്ടു കണിശത്തിനു ഒരു കുറവും വന്നിരുന്നില്ല എന്ന വിശദാംശം പരിശോധിച്ചാൽ ബോധ്യമാകും.

നമ്മുടെ ഗണിതശാസ്ത്രകാരന്മാരിൽ മറ്റു പലതിലുമെന്നപോലെ, പരിധിവ്യാസബന്ധത്തെപ്പറ്റിയുള്ള പരാമർശത്തിലും ആര്യഭടനാകുന്നു പ്രഥമഗണനീയൻ. ആര്യഭടീയം ഗോളപാദത്തിൽ പത്താമത്തെ ശ്ലോകം അക്ഷരസംഖ്യകയും എന്ന ലേഖനത്തിൽ വിവരിച്ചതു വിജ്ഞാനകൈരളി വായനക്കാരിൽ ചിലരെങ്കിലും ഓർമിക്കുന്നുണ്ടാകും. ആ ശ്ലോകം ഇതാണു്:

ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം
ദ്വാഷഷ്ടിസ്തഥാ സഹസ്രാണാം
അയുതദ്വയവിഷ്കംഭസ്യാ—
സന്നോ വൃത്ത പരിണാഹഃ

അയുതം = പതിനായിരം; അയുത ദ്വയം = 20,000; വിഷ്കംഭം = വ്യാസം. ആസന്നോ വൃത്ത പരിണാഹഃ: ഏകദേശമായ വൃത്തപരിധി. ദ്വാഷഷ്ടി $2 + 60 = 62$; ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം $= 104 \times 8 = 832$ അങ്ങനെ ചതുരധികം ശതമഷ്ടഗുണം ദ്വാഷഷ്ടിസ്തഥാ സഹസ്രാണാം $= 62,832$. ചുരുക്കത്തിൽ 20,000 വ്യാസമായ വൃത്തത്തിനു ഏകദേശ പരിധിയാണു് 62,832 അതായതു്, $\frac{\text{പരിധി}}{\text{വ്യാസം}} = \frac{62832}{20,000} = 3.1416$ ഇതുയും കൃത്യപ്പെട്ടത്തിയതു് ഏ. ഡി. അഞ്ചാം നൂറ്റാണ്ടിൽ എഴുതപ്പെട്ട ആര്യഭടീയത്തിലാണു്.

തുടർന്ന ഭാസ്ക്കരാചാര്യർ തന്റെ ലീലാവതി എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിലും ഇക്കാര്യം മറ്റു രീതിയിൽ പ്രസ്താവിച്ചുകാണുന്നു. അപ്പോഴേയ്ക്കും കാവ്യങ്ങളുടെയും പുരാണങ്ങളുടെയും സ്വാധീനം ഗണിതതത്വങ്ങളുടെ ആവിഷ്ക്കരണത്തെ സങ്കീർണമാക്കിക്കഴിഞ്ഞിരുന്നു. സംഖ്യകളെ നേരെചൊവ്വേ പറയാതെ, ചില സങ്കേതങ്ങളുടെ പദാവലികളിൽ പ്രസ്താവിക്കുക എന്ന നിലവന്നുപെട്ടു. പ്രത്യേക സംഖ്യകളെക്കുറിക്കാൻ ചില പ്രത്യേക പദങ്ങളോ അഥവാ അവയുടെ പര്യായങ്ങളോ എന്നായി അംഗീകൃതരീതി. അതനുസരിച്ചു ഖം = ആകാശം പൂജ്യത്തെ കുറിക്കുന്നു. അഗ്നി = 3 (ശിവന്റെ മൂന്നാം തൃക്കണ്ണ അഗ്നിയാണല്ലോ) ബാണം = 5 [പഞ്ചബാണൻ] ശൈലം = 7 (സപ്തശൈലങ്ങളോ) നന്ദ = 9 [നവനന്ദന്മാർ]. ഭം = നക്ഷത്രം = 27 (ഇരുപത്തേഴുതിഥികളോ). ഇതനുസരിച്ചാണ് ലീലാവതിയിൽ കാര്യങ്ങളോ എഴുതിപ്പിടിപ്പിക്കുന്നതു്.

വ്യാസേഭനന്ദാഗ്നി (3927) ഹതേ വിഭക്തേ
ഖബാണസൂര്യൈ (1250) പരിധി സസൂക്ഷ്മഃ
ദ്വാവിംശതിഘ്നേ വിഹൃതേഥ ശൈലൈഃ
സ്ഥൂലോഥ വാസ്യദ്വ്യവഹാരയോഗ്യഃ

ഭനന്ദാഗ്നി എന്നതിലെ പദങ്ങളെ വിപരീതക്രമത്തിൽ വിന്യസിച്ചുവേണം അക്കങ്ങളോ കൊടുക്കാൻ അഗ്നി, നന്ദ, ഭ; അപ്പോഴോ 3927 എന്ന കിട്ടുന്നു. സൂര്യന്മാർ = 12 അങ്ങനെ ഖബാണസൂര്യൈ എന്നതു് 1250 എന്നാകും. വ്യാസത്തെ 3927 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് 1250 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സൂക്ഷ്മമായ പരിധി കിട്ടും. 22 കൊണ്ടു [ദ്വാ വിംശതി] വ്യാസത്തെ ഗുണിച്ചു 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ [ശൈലം = 7] സ്ഥൂലമായ കണക്കിനു പരിധി ലഭിക്കുന്നു. ആര്യഭടൻ, ഭാസ്ക്കരാചാര്യർ എന്നിവർ ഒരേ കാര്യത്തെ ഭിന്നസങ്കേതങ്ങളിൽ പ്രസ്താവിച്ചു എന്നു മാത്രം.

പരൽപ്പേർ അഥവാ കടപയാദി ഗണന അനുസരിച്ചു ഒരു പ്രസിദ്ധമായ പ്രമാണവും കേട്ടിട്ടുണ്ടു്.

അനുനനുന്നാനനുന്നനിത്യൈ
സമാഹതാശ്ചക്രകലാവിഭക്താ
ചണ്ഡാംശുചന്ദ്രാധമകുംഭിപാലൈ
വ്യാസസ്സുദർധംത്രിഭമൗർവികർമ്മാൽ

എന്നതാണു് ശ്ലോകം. ഇതിലെ 'ചണ്ഡാംശുചന്ദ്രാധമകുംഭി പാലൈ' എന്നതു് എത്രയാണെന്നു നോക്കാം. കടപയാദി എന്നു പറയുമ്പോഴും അക്ഷരമാലയിൽ ക, ട, പ, യ എന്നീ അക്ഷരങ്ങളെ ഒന്നായും തുടർന്നുവരുന്നവയെ 2, 3 എന്നിങ്ങനെയും വിലകല്പിച്ചു കൊള്ളേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. ഒമ്പതുവരെ നീങ്ങിയാൽ അടുത്തതു് പൂജ്യമാകും. ഞ = 0 അതുപോലെ ന = 0. സ്വരാക്ഷരങ്ങളോ എല്ലാം പൂജ്യം. ഈ ക്രമമനുസരിച്ചു, ല = 3, പ = 1, ഭ = 4, ക = 1,

മ = 5, ധ = 9, ര = 2, ച = 6, ശ്രു = 5, ഡ = 3, ച = 6. ഇവിടെ വിപരീതക്രമം പാലിച്ചിട്ടില്ല. ശ്ലോകം പില്ലാലത്തു് ഒരാം ചമച്ചതാകണം [= 31415926536] അനുനനുന്നാനനുന്നനിതൈ്യ എന്നതിൽ ത്യ = ത°+യ. കൂട്ടക്ഷരം വരുന്നിടത്തു അവസാനത്തെ വർണത്തെ കാര്യമാക്കണം [യ = 1] ഇവിടെ വിപരീതരീതിയിൽ പരിഗണിക്കയും വേണം = 10^{10} ഒന്നിനു ശേഷം പത്തു പൂജ്യം എഴുതിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ. അപ്പോൾ 3.1415926536 എന്നു പത്താം ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു കൃത്യമാക്കി അനുപാതസംഖ്യ കിട്ടുന്നു.

പരോക്ഷമായ ആശയപ്രകടനം 'പൈ' എന്ന സങ്കേതത്തെ ഒഴിവാക്കുന്നു എന്നല്ലാതെ വൃത്തത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങളും വിഷമം കൂടാതെ നമ്മുടെ പ്രപിതാമഹന്മാർ വിശദീകരിച്ചിരുന്നു താനും. അതിലേയ്ക്കു കടക്കുന്നതിനു മുമ്പു മുൻപറഞ്ഞ കടപയാദി പ്രകാരം ഉള്ള ഒന്നു രണ്ടു കാരിക മലയാളത്തിൽ പറഞ്ഞുതുടങ്ങി ചൂണ്ടിക്കാട്ടിക്കൊള്ളട്ടെ മദിരാശി സർവകലാശാലക്കാർ പ്രസിദ്ധീകരിച്ച കണക്കുസാരം എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഇങ്ങനെ ഒരു പ്രമാണമുണ്ടു°.

നർമരാജ്യേനവട്ടത്തെ
പ്പെരുക്കിസ്സരളാംഗവും
കഴിച്ചാൽ സൂക്ഷ്മമായ°വിട്ടം
വട്ടത്തിന്നു മറിച്ചുമാം.

ഇവിടെ വട്ടം എന്നാൽ പരിധിയും വിട്ടം എന്നാൽ വ്യാസവും ആകുന്നു.

നർമരാജ്യം എന്നതിൽ, ന = 0, മ = 5, ര = 2 ജ്യ (ജ°യ) അതായതു° യ = 1 എന്നീ അക്കങ്ങളെ തിരിച്ചുവിടുമ്പോൾ 1250 കിട്ടും. സരളാംഗം എന്ന പദത്തിലെ സ = 7, ര = 2, ള = 9, ഗ = 3 എന്നീ അക്കങ്ങളെ തിരിച്ചിട്ടാലോ 3927 കിട്ടുന്നു. കഴിക്കുക എന്നാൽ ഹരിക്കുകയാണു°, പഴയ ഭാഷയിൽ. $\frac{\text{വട്ടം}}{\text{വിട്ടം}} = \frac{3927}{1250} = 3.1416$. ഇതു° ലീലാവതിയിലെ അംശബന്ധവുമായി യോജിക്കുന്നു. മാത്രമല്ല, കടപയാദി സങ്കേതമൊഴിവാക്കി നേരെ ചൊവ്വേ കാര്യം പറയുന്ന ഒരു കൊച്ചു പ്രമാണവും കണക്കുസാരത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു°.

ഏഴിൽപ്പെരുക്കിട്ടിരുപത്തിരണ്ടിൽ
കഴിക്കേ വട്ടത്തിനെ വിട്ടമാക്കാം
വിട്ടത്തെ ഏറീട്ടിരുപത്തിരണ്ടിൽ
കഴിച്ചിടേണ്ടാലതു വട്ടമല്ലോ.

$\text{വിട്ടം} = \frac{7}{22}$ വട്ടം അഥവാ $\text{വട്ടം} = \frac{22}{7}$ വിട്ടം

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്താരം കാണാൻ വട്ടത്തിന്റെ പാതിയെ വിട്ടത്തിന്റെ പാതി കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക എന്നതായിരുന്നു മാർഗനിർദേശം. അഥവാ വട്ടത്തെയും വിട്ടത്തെയും തമ്മിൽ ഗുണിച്ചു 4 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക എന്ന രീതിയും ഉണ്ടു്. ഒരു സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം കാണാൻ ഇങ്ങനെ കാരിക കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

''വട്ടത്തിന്റെ പാതിയിൽ വിട്ടത്തിന്റെ പാതിയേറി അതിനെ നീളം കോൽകൊണ്ടേറുക'' എന്നതാണു്.

കൂടം പോലെയുള്ള മരത്തടിയുടെ വ്യാപ്തം കാണാനുള്ള $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ എന്ന സൂത്രത്തെയും പരോക്ഷമായിട്ടാണു് അവർ അവതരിപ്പിച്ചതു്. പരിധിയെയും വ്യാസത്തെയും ഗുണിച്ചു നാലൊന്നാക്കിയാൽ പാദത്തിന്റെ വിസ്താരം കിട്ടും. ഇതിനെ പൊക്കം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു മൂന്നിലൊന്നു കണക്കാക്കുക.

വട്ടത്താൽ വിട്ടമേറീട്ടു നാലൊ
ന്നാക്കീട്ടേറുനീളമാം കോലുകൊണ്ടു
മൂന്നൊന്നാക്കുവട്ടമായ് ക്രമത്തവറി—
ന്നുണ്ടാം ഖാരികോൽക്കനം കണ്ടിയുംച

$\frac{1}{3} \pi r^2 h$ എന്ന രീതിയിലല്ല പ്രസ്താവം. എങ്കിലും ഗണനത്തിൽ കണിശം പാലിക്കപ്പെട്ടിരുന്നുണ്ടു്.

അങ്ങിനെ വ്യാസപരിധീബന്ധം പറയുന്നിടത്തോ സിലിണ്ടർ, കോൺ എന്നിവയുടെ വ്യാപ്തം പറയുന്നിടത്തോ π എന്ന പ്രസ്താവം ഒഴിവാക്കാനും കൃത്യത പാലിക്കാനും ഭാരതീയർക്കു് സാധിച്ചു എന്നു മാത്രം പറഞ്ഞു നിർത്തുന്നു.

അനുബന്ധം VIII

കണക്കെഴുത്തുഗ്രന്ഥങ്ങൾ മലയാളത്തിൽ

ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിന്റെ ആരംഭകാലത്തെ സർവകലാശാലാ അധ്യാപക പരിശീലനസെമിനാറുകളിൽ വാചാലമായി കേട്ടിരുന്ന തടസ്സവാദം കോമേഴ്സ് വിഷയത്തിൽ വേണ്ടത്ര സാങ്കേതികഗ്രന്ഥങ്ങൾ പോയിട്ട് പദാവലി തന്നെ ഇല്ല വയ്യ എന്നതായിരുന്നു. വ്യാപാരബന്ധങ്ങൾ ഭാഷാതിർത്തികളെ മാനിക്കുകയില്ല എന്ന ഒഴക്കൻ ന്യായം തന്നെ. എന്നാൽ വസ്തുത എന്തെന്നല്ലോ, ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് രൂപം കൊള്ളുന്നതിനു് എത്രയോ മുമ്പു് പ്രാവർത്തികമായ പ്രസ്ഥാനമാണു് നമ്മുടെ കണക്കെഴുത്തു ഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ പ്രസിദ്ധീകരണം. വ്യാപാരബന്ധം ബാങ്കിങ്ങും പണം വായ്പയും സംബന്ധിച്ചു് ധാരാളം പുസ്തകങ്ങൾ പ്രസിദ്ധീകരിക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടു്. കൊ. വ. 1064–1070 കാലത്തു് വിദ്യാവിനോദിനി മാസികയിൽ വന്ന ഏതദ വിഷയക ലേഖനങ്ങൾ ഗദ്യമാലിക ഒന്നാം ഭാഗത്തിൽ ചേർത്തിട്ടുണ്ടു്. വ്യവസായിസംഘം, കച്ചവടം, വില, നാണയം, നീകുതി തുടങ്ങിയവ അതിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യപ്പെട്ടിരുന്നു. കണക്കെഴുത്തിനെപ്പറ്റി പഴയ ന്യൂരാമപ്പിഷാരടിയുടേതായി കച്ചവടക്കണക്കു്, കണക്കെഴുത്തു്, ശാസ്ത്രീയമായ കണക്കെഴുത്തു് എന്നിങ്ങനെ മൂന്നു പുസ്തകങ്ങൾ 1921, 1929, 1942 വർഷങ്ങളിൽ പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിക്കണ്ടിട്ടുണ്ടു്.

ഉയർന്ന നിലവാരം പുലർത്തുന്ന ഒന്നു രണ്ടു് കണക്കുശാസ്ത്രഗ്രന്ഥങ്ങൾ എന്റെ ശ്രദ്ധയിൽ പെട്ടിട്ടുമുണ്ടു്. തിരുവനന്തപുരത്തു നിന്നും കെ. പി. നായർ എഫ്. ബി. ഐ (ലണ്ടൻ) 1931 ലും കോഴിക്കോട്ടു നിന്നു മുൻപറഞ്ഞ രാമപ്പിഷാരടി 1950–ലും എഴുതി പ്രസിദ്ധീകരിച്ച Double Entry Book-Keeping in Malayalam പുസ്തകങ്ങളെ ഒന്നു പരിചയപ്പെടുത്താമെന്നു തോന്നുകയാണു്.

1950–ൽ കോഴിക്കോട്ടു് നോർമൻ അച്ചുകൂടത്തിൽ നിന്നു് മുദ്രണം ചെയ്തിറക്കിയ പിഷാരടിയുടെ പുസ്തകത്തിനു് പുതുക്കം തോന്നും. മലയാളമാധ്യമ പ്രസ്ഥാനത്തെ വീറോടെ എതിർക്കുന്ന ശ്രീ കെ. പി. കേശവമേനോനാണു് പിഷാരടിയുടെ മലയാളം കണക്കെഴുത്തു് അവതരിപ്പിക്കുന്നതു്. ഗ്രന്ഥപ്രയോജനം കേശവമേനോന്റെ വാക്കുകളിൽ പറയാം ''നവീനരീതിയിൽ കച്ചവടം നടത്തുന്നതിനു മലയാളഭാഷയിൽ കണക്കെഴുതിയാൽ മതിയാകുന്നതല്ലെന്നു് ചിലർ വാദിക്കാറുണ്ടു്. അതിനുള്ള സമാധാനം ഈ പുസ്തകത്തിൽ കാണാം. ഇംഗ്ലീഷ് സമ്പ്രദായത്തിലെ അഭിവൃദ്ധിയെ മലയാള സമ്പ്രദായത്തോടിണക്കി മലയാളികൾക്കു് യാതൊരു പ്രയാസവും കൂടാതെ വിവാമായി കണക്കെഴുതി വയ്ക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗങ്ങൾ ഇതിൽ വിശദമാക്കീട്ടുണ്ടു്. തനിക്കു ധാരാളം സ്വാധീനമുള്ള

ലളിതമായ ഭാഷാരീതി ഈ കാര്യത്തിൽ ഗ്രന്ഥകർത്താവിനെ ഒട്ടധികം സഹായിച്ചിട്ടുണ്ട്. ശ്രീമാൻ പിഷാരടിയുടെ ഈ പുതിയ പുസ്തകം കേരളീയർക്ക് ഒരു വലിയ അനുഗ്രഹമായിത്തീരുമെന്നുള്ളതു നിർവിവാദമാകുന്നു.'' മുപ്പത്തൊമ്പതു അധ്യായങ്ങളിലായി നാണ്യവഴിയും പേരേടും, ആകത്തുക ഒപ്പിച്ചു ബാക്കികെട്ടൽ, പരിശോധനപ്പട്ടിക, കടധനപ്പട്ടിക, അനാമത്തുകണക്ക് തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്. മുഖവില (face value) നാമമാത്രവില (nominal value), കയറ്റവില (premium), തനിവില (par value), കിഴിവുവില (at a discount), വലിവു് (scarcity), ചളിപ്പു (excess supply) തുടങ്ങി മലയാള പദങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്നിടത്തു ബ്രാക്കറ്റിൽ ഇംഗ്ലീഷ് പദവും കൊടുത്തേക്കുക എന്നതാണു് പിഷാരടിയുടെ സമീപനക്രമം. അമാനച്ചരക്കുകൾ (കൺസൈൻമെൻ്റ്) വരവുചെലവുകണക്കുകൾ, ആയവ്യയക്കണക്കുകൾ എന്നിവയെല്ലാം സോദാഹരണം കൈകാര്യം ചെയ്തതിനെ കേശവമേനോൻ അഭിനന്ദിച്ചിരിക്കുകയാണു്. ആ പുസ്തകമാണു് വാണിജ്യശാസ്ത്രത്തിൽ മലയാളത്തിലുള്ള ഒരേ ഒരു പ്രസിദ്ധീകരണമെന്നായിരുന്ന അടുത്ത ദിനം വരെ എൻ്റെ ധാരണ.

ഇയ്യിടെയാണു് മറ്റൊരു കൂടുതൽ പഴക്കമുള്ള ഇരട്ടപ്പതിവുകണക്കെഴുത്തു ശാസ്ത്രം തിരുവനന്തപുരത്തു് പ്രസിദ്ധീകരിച്ചതായി അറിവിൽ പെട്ടന്നതു്. 'ഇംഗ്ലീഷ് കണക്കെഴുത്തു ശാസ്ത്രത്തിൻ്റെ സാമാന്യതത്ത്വങ്ങൾ' എന്നാണു് പുസ്തകത്തിൻ്റെ പേരു്. മൂന്നു രൂപ വിലയിട്ട ഈ ഗ്രന്ഥം മാതൃകാപരമായിത്തന്നെ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നു. ശ്രീ കെ. വി നായർ എഫ്. ബി. ഐ (ലണ്ടൻ) തയ്യാറാക്കി അച്ചടിപ്പിച്ച ഈ ഗ്രന്ഥം 344 പേജുള്ള തികഞ്ഞ ആസൂത്രണത്തോടെ രൂപം കൊണ്ടതാണു്. ബി. ഗോപാലമേനോൻ സി. ഏ, ഐ. ബി (ഇംഗ്ലണ്ട്) അവർകളുടെ ഇംഗ്ലീഷാമുഖം, ശ്രീ എം. ആർ. മേനോൻ എഫ് ഐ എസ്. ഏ, ഏ. സി. ആർ. ഏ, എഫ്. ആർ, ഇ. എസ് (ലണ്ടൻ) എഫ്. സി. ഐ (ബർമിങ്ങാം) എഫ്. ഐ, പി. എസ് അവർകളുടെ സൂചിന്തിതമായ ഇംഗ്ലീഷ് അവതാരിക, കണക്കെഴുത്തു ശാസ്ത്രത്തിൻ്റെ പിതാവെന്നു വിളിക്കാവുന്ന ലൂക്കാസ് പാച്ചിയോളി എന്ന ഇറ്റാലിയൻ പാതിരിയുടെ ഛായാപടം, സാങ്കേതികസൂചി എന്നിവയാൽ മോടി കൂട്ടിയതാണു് ഗ്രന്ഥം. പതിനാല ധ്യായങ്ങളോരോന്നിൻ്റെയും ഉള്ളടക്കസംഗ്രഹമുള്ള വിഷയാനുക്രമണികയും ഒരു സമർപ്പണവും അങ്ങനെ സർവാഭരണവിഭൂഷിതയായാണു് ഗ്രന്ഥത്തിൻ്റെ പുറപ്പാടു്.

ഗ്രന്ഥത്തിലുപയോഗിച്ച സാങ്കേതികപദങ്ങൾ അവധാനപൂർവം തിരഞ്ഞെടുത്തതാകയാൽ വ്യാപാരികളുടെ ഇടയ്ക്കു് അവ സാർവത്രികമായി പ്രചരിക്കുമെന്നു അവതാരികാകാരൻ പ്രത്യാശിച്ചിട്ടുണ്ട്. തിരുവനന്തപുരത്തു് അക്കാലത്തു് അച്ചടിച്ച ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഉടനീളം 'കേരളം' എന്ന ശബ്ദമേ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയുള്ളൂ. അതുപോലും വീക്ഷണവിശാലത ഗ്രന്ഥകാരനുണ്ടു്, തീർച്ച.

ഗ്രന്ഥകർത്താവിന്റെതായ ഒരു മുഖവുര കൂടിയുണ്ട്. സാങ്കേതികവിദ്യാഭ്യാസത്തിനുതകത്തക്ക ഗ്രന്ഥങ്ങളും ഭാഷയിൽ വേണ്ടുവോളമില്ലാതിരിക്കുന്നതു നമ്മുടെ ഭാവിയെ രണ്ടു തരത്തിൽ ബാധിക്കുമെന്നു് ഗ്രന്ഥകാരൻ ചൂണ്ടിക്കാട്ടുന്നു. ഒന്നാമതു് നാട്ടുഭാഷയിൽ മാത്രം വിദ്യാഭ്യാസം സിദ്ധിച്ചുസാമാന്യ ജനങ്ങൾക്കു് തൊഴിലുകളിൽ ഏർപ്പെടുന്നതിനു് ആവശ്യമായ സാങ്കേതികജ്ഞാനം നേടാൻ നിവൃത്തിയില്ലാതാവുക. രണ്ടാമതായി സാങ്കേതികവിദ്യാഭ്യാസത്തെ മാത്രം ലാക്കാക്കി വിദേശീയഭാഷ പഠിക്കുന്നതിനു വേണ്ടി അനാവശ്യമായി വളരെ ധനവും മനുഷ്യപ്രയത്നവും വ്യയം ചെയ്യേണ്ടിവരിക. ഈ രണ്ടു പ്രകാരത്തിലുള്ള ദോഷങ്ങളും ഇവ പരിഹരിക്കാൻ നാട്ടുഭാഷയിൽ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ വേണമെന്നതാണു് ഈ ഗ്രന്ഥകർത്താവിന്റെ നിർമിതിക്കു പറഞ്ഞ ന്യായീകരണം.

സാങ്കേതികഗ്രന്ഥനിർമിതിക്കു നാട്ടുഭാഷയിൽ വട്ടം കൂട്ടുന്നവർ ഓർമിക്കേണ്ട സുപ്രധാന കാര്യങ്ങളും സംക്ഷിപ്തമായി സ്പർശിച്ചിട്ടുമുണ്ടു്. സാരസമ്പൂർണമായ മുഖവുരയിൽ സാങ്കേതികപദനിർമാണം അത്ര വിഷമമേറിയതായി ഗ്രന്ഥകർത്താവിനു തോന്നിയില്ല എന്നു പറഞ്ഞിട്ടുമുണ്ടു്. കാരണം ഇതാ. ''ഇപ്പോഴും തന്നെ കേരളത്തിൽ നടപ്പിലിരിക്കുന്ന കണക്കെഴുത്തു സമ്പ്രദായമനുസരിച്ചു് ഉപയോഗിക്കുന്ന പല പദങ്ങളും കൂടാതെ സ്ഫുടതയ്ക്കും സഹായമായിരിക്കുമെന്നു് തോന്നിയ അവസരങ്ങളിൽ തമിഴിൽ പ്രായോഗികമായിരിക്കുന്ന അപൂർവം ചില പദങ്ങളും അതേ രൂപത്തിൽ സ്വീകരിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ശേഷിച്ച വയ്ക്കു കഴിവുള്ളിടത്തോളം ഒരു വിധം ഉദ്ദിഷ്ടാർഥം വരുന്ന സാമാന്യമലയാളപദങ്ങളും സ്വീകരിക്കുകയും സുഗ്രാഹ്യമല്ലാത്ത പദങ്ങളെ സ്വീകരിക്കേണ്ടി വരുന്ന അവസരങ്ങളിൽ ഇംഗ്ലീഷ് സാങ്കേതികപദങ്ങളും തന്നെ അപ്പടി പകർത്തുകയുമാണു് ഞാൻ ചെയ്തിട്ടുള്ളതു്. അർഥവ്യാപ്തിയെ സുഗ്രാഹ്യമാക്കുന്ന ഒരു മലയാളം—ഇംഗ്ലീഷ് സംവാദസൂചി കൂടി ഇതിൽ ചേർത്തിട്ടുണ്ടെന്നുള്ളതും ഇവിടെ പ്രസ്താവിച്ചു കൊള്ളട്ടേ.''

സംസ്കൃതത്തെ ആശ്രയിച്ചു് സാങ്കേതികപദനിർമാണം സാധിക്കുന്ന പതിവു് സ്വീകരിച്ചാലും കടം വാങ്ങൽ കുറെ ചുരുക്കാമെന്നു് ഗ്രന്ഥകർത്താവു് സമ്മതിക്കുന്നു. അദ്ദേഹം തുടർന്നെഴുതുന്നു. പല സാമാന്യപദങ്ങളും സാങ്കേതികമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തുമ്പോൾ പ്രയോഗം കൊണ്ടു് അവയ്ക്കു തക്കതായ അർഥം കാലക്രമത്തിൽ കിട്ടിക്കൊള്ളും. ഇംഗ്ലീഷിൽ തന്നെ **Bad debts, Depreciation** മുതലായ പല സാങ്കേതികപദങ്ങളും സാങ്കേതികമല്ലാതെ തന്നെ ആ ഭാഷയിൽ ഉപയോഗപ്പെട്ടുത്തി വരാറുണ്ടു്. എൻജിനീയറിങ്ങു് സംബന്ധിച്ചു് **Throatpiece, Eyepiece, Elbow, Bend** എന്നിങ്ങനെ അനേകം സാമാന്യപദങ്ങളും സാങ്കേതികമായി ഉപയോഗിച്ചു വരുന്നു. നമ്മുടെ ഭാഷയിലും അങ്ങനെ ചെയ്യാവുന്നതും ചെയ്യേണ്ടതുമാണു്. ഒരു പക്ഷേ ചില പദങ്ങൾക്കു് ശബ്ദഗാംഭീര്യമോ മറ്റൊരു പോരെന്നു ഒരു അഭിപ്രായവ്യത്യാസം ചിലർക്കുണ്ടായേക്കാം. യഥാർഥത്തിൽ സാമാന്യപദങ്ങൾക്കു് ആലങ്കാരികമായും മറ്റും ഉണ്ടായിരിക്കാവുന്ന അർഥഗാംഭീര്യമാണു് അവയ്ക്കു സാങ്കേതികപദമാകാനുള്ള യോഗ്യത നൽകുന്നതു്. ഇതര ഭാഷകളിൽ പ്രായോഗികമായി

രിക്കുന്ന പല സാങ്കേതിക പദങ്ങളെയും പരിശോധിച്ചു നോക്കുന്ന പക്ഷം ഈ അഭിപ്രായത്തിന്റെ ദൃഢത പ്രത്യക്ഷമാകുന്നതുമാണു്. ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ചുരുക്കമായിട്ടെങ്കിലും സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ള പല പുതിയ സാങ്കേതിക പദങ്ങളുടേയും അംഗീകരണത്തിനു എന്നെ പ്രേരിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള പ്രധാന കാരണം ഈ അഭിപ്രായത്തിന്റെ പ്രാബല്യം തന്നെ.

സാങ്കേതികപദങ്ങൾക്കു് ഐകരൂപ്യമുണ്ടാകേണ്ട ആവശ്യത കൂടി ഗ്രന്ഥകർത്താവു് തന്റെ മുഖവുരയിൽ ഊന്നിപ്പറഞ്ഞതു് നന്നായി. ''ഒരേ പദം തന്നെ രണ്ടർഥത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുക, ഒരേ അർഥത്തെ കുറിക്കുന്നതിനു് രണ്ടു പ്രദേശങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്ത പദങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുക ഇത്തരം ചേർച്ചക്കേടും ഐകരൂപ്യക്കുറവും ഭാഷയുടെയും ശാസ്ത്രത്തിന്റെയും അഭിവൃദ്ധിയെ തടയും. കണക്കെഴുത്തിനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം അതിനെ ഒരു ശാസ്ത്രവിഷയമായി കരുതി വിദ്യാലയങ്ങളിൽ അഭ്യസനം നടത്തുന്നവരെ ഐകരൂപ്യത്തെയോ ചേർച്ചയേയൊ ലാക്കാക്കി ഗ്രന്ഥകർത്താക്കന്മാർ ചെയ്യുന്ന പ്രയത്നങ്ങൾക്കു ആശിക്കുന്ന ഫലം ഉണ്ടാകാൻ മാർഗമില്ല''.

സാങ്കേതികപദനിർമിതിയുടെ സ്വാരസ്യത്തിനു ചില ഉദാഹരണം എടുത്തു ചേർക്കട്ടേ. ആറലാഭം = Net profit ആറനഷ്ടം = Net loss ഇരട്ടപ്പതിവു കണക്കെഴുത്തു് = Double entry Book keeping ഇളവുദിവസങ്ങൾ = Day of grace. എഴുതിത്തോടം ചെയ്യുക = Write off കണക്കെഴുത്തു് പുസ്തകം Account Book കച്ചവടക്കിഴിവു് Trade discount ചരക്കു്ബാക്കി കണക്കു് Stock account ഇൻവായ്സു് Invoice പേരേടു് ലഡ്ജർ. പാണ്ടികശാലക്കണക്കു് Trade aecount ബാക്കിപ്പത്രം Balance sheet ബാധ്യതകളും liabilites മാറ്റപ്പതിവു് Transfer Entry മുതല്കളും Assets വരവുവെക്കുക To credit Fixed Instalment വരവു് പതിവു് creditentry വരവുബാക്കി credit balance വാഗ്ദത്തപത്രംPromisory note Fixed Instalment സുസ്ഥിരമുതലുകളും നിഷേധിക്കപ്പെട്ട ചെക്കുകളും Dishonoured cheques എന്നിവയെല്ലാം പട്ടികപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു്.

മറെറാരു ആധുനികത ഇംഗ്ലീഷു്പദങ്ങളും ഗ്രന്ഥത്തിനകത്തു് വാരി വിതറുന്നില്ല എന്നതാണു്. അതുകൊണ്ടു് അച്ചടിക്കു എളുപ്പവും വൃത്തിയും കാണും. ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടു് ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ നടപ്പിലാക്കുന്നതു് നാല്പതു വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പു് തിരുവനന്തപുരത്തു് പ്രചാരത്തിലുള്ളതു മാത്രമാണെന്നു ചുരുക്കം. ഇംഗ്ലീഷു് ഗ്രന്ഥങ്ങളിലെന്നപോലെ ഖണ്ഡികശീർഷകം ഖണ്ഡികയ്ക്കിടത്തുവശത്തു് ചെറുതൈപ്പുകളിൽ കൊടുക്കാനും ശ്രദ്ധിച്ചിരുന്ന പരീക്ഷാർഥികളെ ഉദ്ദേശിച്ചു രണ്ടു മാതൃകാചോദ്യക്കടലാസ്സുകളും കൊണ്ടാണു് ഗ്രന്ഥമവസാനിപ്പിക്കുന്നതു്. ഗ്രന്ഥരചന നടത്തുന്നവർ ആരായാലും ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട ഒരു വാക്യം അവതാരികാഭാഗത്തു നിന്നുദ്ധരിച്ചു് ലേഖനവും അവസാനിപ്പിക്കട്ടേ. ''I trust that authors of book-keeping books in Malayalam will collaborate with a view to giving technical expressions a definite meaning and making their use universal among merchants in Kerala.''

(വിജ്ഞാനകൈരളി മെയ് 1972)

അനുബന്ധം IX

പ്രാചീനഗണിതം സംഗീതശാസ്ത്രത്തിൽ

പരല്പേര് എന്നറിയപ്പെടുന്ന കടപയാദി അക്ഷരസംഖ്യാവ്യവസ്ഥ കേരളത്തിന്റെ സംഭാവനയായി ഏ. ആർ. രാജരാജവർമ്മ ഒരിടത്തു് രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടു്. കൂടുതൽ പ്രചാരം കേരളത്തിലാണെന്ന മാത്രമേ അദ്ദേഹം ഉദ്ദേശിച്ചുള്ളൂ എന്നു വരാം. കാരണമുണ്ടു്. പതിനേഴാം ശതകത്തിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന വെങ്കിടമഖിയുടെ ചതുർദണ്ഡിപ്രകാശിക എന്ന സംഗീതശാസ്ത്രഗ്രന്ഥത്തിൽ 72 മേളകർത്താക്കളുടെ പേർ കൊടുത്തിരുന്നതു കടപയാദി നിയമത്തെ മുൻനിർത്തിയായിരുന്നു. (കൈരളി മാസിക, 1105 കന്നി ലക്കത്തിൽ കെ. കെ. ഗോപാലപിള്ള). ഡോ. എസ്. വെങ്കിടസുബ്രഹ്മണ്യയ്യർ ഇയ്യിടെ രചിച്ചു് ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിൽ നിന്നു് പ്രസിദ്ധപ്പെടുത്തിയ സംഗീതശാസ്ത്രവേശികയിലും 72 മേളരാഗങ്ങളുടെ പേർ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്. ഇരുപട്ടികകളിലെയും പേരുകൾക്കു് ഈഷൽ ഭേദമുണ്ടെങ്കിലും പേരിന്റെ ആദ്യത്തെ രണ്ടക്ഷരം കൊണ്ടു് പരല്പേര് നിയമപ്രകാരം ക്രമസംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കുക എന്ന തത്വം പാലിക്കപ്പെട്ടന്നതിൽ ഏകാഭിപ്രായക്കാരനാണു്. പട്ടിക താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ക്രമ നംബർ	മേളരാഗപ്പേരു്	
	കൈരളിയിൽ	സംഗീതരത്നാകരത്തിൽ
1	2	3
1	കനകാംഗി	കനകാംഗി
2	രത്നാംഗി	ഫേനദ്യുതി
3	ഗാനമൂർത്തി	ഗാനസാമവരാജി
4	വനസ്പതി	ഭാനുമതി
5	മാനവതി	മനോരഞ്ജനി
6	താനരൂപി	തനുകീർത്തി
7	സേനാവതി	സേനാഗ്രണി
8	വിനുമത്തോഡി	ജനതോടി
9	ധേനുക	ധ്വനിഭിന്നഷഡ്ജം
10	നാടകപ്രിയ	നടാഭരണം
11	കോകിലപ്രിയ	കോകിലാരാവം
12	രൂപാവതി	രൂപവതി

1	3	3
13	ഗായകപ്രിയ	ഗേയഹെജ്ജജ്ജി
14	വകുളാഭരണം	വാടീവസന്തഭൈരവി
15	മായാമാളവഗൗളം	മായാമാളവഗൗളം
16	ചക്രവാകം	തോയവേഗവാഹിനി
17	സൂര്യകാന്തം	ഛായാവതി
18	ഹാടകാംബരി	ജയശ്രുദ്ധമാളവി
19	ഝങ്കാരധ്വനി	ഝങ്കാരഭ്രമരി
20	നടഭൈരവി	നാരീരീതിഗൗളം
21	കീരവാണി	കിരണാവലി
22	ഖരഹരപ്രിയ	ശ്രീരാഗം
23	ഗൗരീമനോഹരി	ഗൗരീവേളാവലി
24	വരുണപ്രിയ	വീരവസന്തം
25	മാരരഞ്ജിനി	ശരാവതി
26	ചാരുകേശി	തരംഗിണി
27	സരസാംഗി	സൗരസേന
28	ഹരികാംബോധി	ഹരികേദാരഗൗളം
29	ധീരശങ്കരാഭരണം	ധീരശങ്കരാഭരണം
30	നഗാനനി	നാഗാഭരണം
31	യാഗപ്രിയ	കലാവതി
32	രാഗവർധിനി	രാഗചൂഡാമണി
33	ഗാംഗേയഭൂഷണി	ഗംഗാതരംഗിണി
34	വാഗധീശ്വരി	ഭോയച്ഛായാനാട
35	ശൂലിനി	ശൈലദേശാക്ഷി
36	ചലനാട	ചലനാട
37	സാലഗ	സൗഗന്ധിനി
38	ജലാർണവ	ജഗന്മോഹനം
39	ഝാലവരാളി	ധാലിവരാളി
40	നവനീതം	നഭോമണി
41	പാവനി	കുംഭിനി
42	രഘുപ്രിയ	രവിക്രിയ
43	ഗവാംബോധി	ഗീർവാണി
44	ഭവപ്രിയ	ഭവാനി
45	ശുഭപന്തുവരാളി	ശൈവപന്തുവരാളി
46	ഷഡ്വിധമാർഗണി	സ്വരരാജ
47	സുവർണാംഗി	സൗവീര
48	ദിവ്യമണി	ജീവന്തിക
49	ധവളാംബരി	ധവളാംഗ
50	നാമനാരായണി	നാമദേശി
51	കാമവർധിനി	കാശിരാമക്രിയ
52	രാമപ്രിയ	രമാമനോഹരി
53	ഗമനശ്രമ	ഗമകക്രിയ
54	വിശ്വംഭരി	വംശവതി
55	ശ്യാമളാംഗി	ശാമള

1	2	3
56	ഷൺമുഖപ്രിയ	ചാമരം
57	സീമന്തമധ്യമം	സുമദ്യുതി
58	ഹേമവതി	ദേശിസിംഹരവം
59	ധർമ്മവതി	ധാമവതി
60	നീതിമതി	നിഷധം
61	കാന്താമണി	കന്തളം
62	ഋഷഭപ്രിയ	രതിപ്രിയ
63	ലതാംഗി	ഗീതപ്രിയ
64	വാചസ്പതി	ഭൂഷാവതി
65	മേചകല്യാണി	ശാന്തകല്യാണി
66	ചിത്രാംബരി	ചതുരാംഗിണി
67	സുചരിത്രി	സന്താനമഞ്ജരി
68	ജ്യോതസ്വരൂപി	ജോതി
69	ധാതുവർധിനി	ധൗതപഞ്ചമം
70	നാസികാഭൂഷണി	നാസാമണി
71	കോസല	കുസുമാകരം
72	രസികപ്രിയ	രസമഞ്ജരി

ഈ എഴുപത്തിരണ്ടു മേളകർത്താക്കളുടെ പേരിലും ആദ്യത്തെ രണ്ടക്ഷരങ്ങളും അതാതിന്റെ ക്രമസംഖ്യയെ കുറിക്കുന്ന തരത്തിലാണെന്നതു് ശ്രദ്ധിക്കുക. എന്നാൽ കൂട്ടക്ഷരങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ നിയമം ഒന്നു മയപ്പെടുത്തിയാണു് പ്രാവർത്തികമാക്കുന്നതു്. കൂട്ടക്ഷരങ്ങളിൽ ഒടുവിലത്തെ വ്യഞ്ജനമാണു് പരിഗണിക്കേണ്ടതു് എന്നുണ്ടല്ലോ. രതാംഗിയിൽ ഭംഗദോഷം ചെയ്യുന്നുമുണ്ടു്; അതുപോലെ ഷഡ്വിധമാർഗിണിയുടെ കാര്യത്തിലും (ഷ = 6 സ് + വ് + ഇ എന്നതിൽ ഒടുക്കത്തെ വ്യഞ്ജനമായ വകാരത്തിനു തന്നെ 4 എന്നു് കൊടുക്കുമ്പോൾ 64 ലഭിയ്ക്കുന്നു. എന്നാൽ ദിവ്യമണിയിൽ ദ = 8; വ്യ = വ + യ് + അ എന്നു പറയാമെങ്കിലും ആദ്യവ്യഞ്ജനത്തെ കാര്യമാക്കി 4 എന്നു് എടുക്കണം. എന്നേ ദിവ്യമണി 48 നെ കുറിക്കൂ. ഇതുപോലെ ചക്രവാകം, വിശ്വംഭരി, ശ്യാമളാംഗി, ചിത്രാംബരി, ജ്യോതിസ്വരൂപി എന്നിവയിലും ആദ്യവ്യഞ്ജനത്തെ കാര്യമാക്കിയതു് ഒരു വ്യതിയാനമാണെന്നതിനു സംശയമില്ല.

ഈ 72 സ്വരകർത്താക്കളും 12 ചക്രങ്ങളിലാണല്ലോ വരുന്നതു്. ചക്രത്തിന്റെ പേരും ക്രമനംബറും ശബ്ദസംഖ്യാനിയമമനുസരിച്ചു് പൊരുത്തപ്പെട്ടിരിക്കുകയാണു്.

ചക്രത്തിന്റെ ക്രമസംഖ്യ	പേരു്	സൂചനയ്ക്കുപ്രമാണം
1	ഇന്ദു	ഒരു ചന്ദ്രൻ
2	നേത്രം	രണ്ടുകണ്ണുകൾ
3	അഗ്നി	മൂന്നായാഗാഗ്നികൾ
4	വേദം	നാലുവേദങ്ങൾ
5	ബാണം	പഞ്ചബാണങ്ങൾ
6	ഋതു	ആറുഋതുക്കൾ
7	ഋഷി	സപ്തർഷിമാർ
8	വസു	അഷ്ടവസുക്കൾ
9	ബ്രഹ്മാ	നവപ്രജാപതികൾ
10	ദിക്കു്	ദശദിക്കുകൾ
11	രുദ്രൻ	ഏകാദശരുദ്രന്മാർ
12	ആദിത്യൻ	ദ്വാദശആദിത്യന്മാർ

ലീലാവതിയിലും മറ്റും ഉപയോഗിച്ച ശബ്ദസംഖ്യാപ്രയോഗവും സംഗീത ശാസ്ത്രത്തിൽ പ്രയുക്തമായിരിക്കുന്നു.

അക്ഷരസംഖ്യകൾക്കും ശബ്ദസംഖ്യകൾക്കും പുറമേ സ്വരപ്രസ്താരചർച്ചയിൽ പർമ്യൂട്ടേഷൻ പ്രശ്നങ്ങളിൽ കണ്ടുമുട്ടുന്ന ഫാക്കോറിയൽ സങ്കേതം ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. രണ്ടു സ്വരങ്ങൾ സ രി എന്നതിനെ സരി എന്നും രിസ എന്നും രണ്ടു ഭേദങ്ങളാകാം. പക്ഷേ സരിഗ എന്നു മൂന്നു സ്വരങ്ങൾക്കു് ആകെ പ്രസ്താരങ്ങൾ $3 \times 2 \times 1 = \lfloor 3$ ആകുന്നു. (ഫാക്കോറിയൽ മൂന്നു) അതായതു് സരിഗ, രിസഗ, ഗസരി, സഗരി, രിഗസ, ഗരിസ ഒട്ടാകെ ആറെണ്ണം. അഞ്ചു് സ്വരങ്ങളായി 'സരിഗമപ'യെ $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \ (= \lfloor 5) = 120$ പ്രസ്താരങ്ങളുണ്ടാക്കാം. ആറുസ്വരങ്ങളും സരിഗമപധ വരുമ്പോൾ 720 ആകും പ്രസ്താരസംഖ്യ $= \lfloor 6$. സരിഗമപധനി എന്നീ ഏഴെണ്ണവും കലർത്തിയാലോ പ്രസ്താരസംഖ്യ $5040 = \lfloor 7$ ആയി ലഭിക്കും. അതേസമയം സ്വരസമൂഹത്തിൽ ഏതെങ്കിലും സ്വരങ്ങൾ ഒന്നിലധികം തവണ ആവർത്തിക്കുമെങ്കിൽ പ്രസ്താരങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണുന്നതിനു് ആകെ സ്വരങ്ങളുടെ ഫാക്കോറിയലിനെ വിവിധ വർണങ്ങളുടെ ആവർത്തനസംഖ്യകളുടെ ഫാക്കോറിയലുകൾ കൊണ്ടു് ഹരിക്കുകയാണു് പതിവു്. ഇതനുസരിച്ചു് സസരി ഗഗഗ മപധ ധ എന്ന സ്വരസമൂഹമെടുത്താൽ, ആകെ സ്വരസംഖ്യ $= 10$; സഗധ—കളുടെ ആവർത്തനസംഖ്യകൾ യഥാക്രമം 2, 3, 2 ആകുന്നു. പ്രസ്താരസംഖ്യ $= \dfrac{\lfloor 10}{\lfloor 2 \times \lfloor 3 \times \lfloor 2}$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \quad 3 \times 2 \times 1 \quad . \quad 2 \times 1} = 15120.$$

അങ്ങനെ നോക്കുമ്പോൾ കർണാടകസംഗീതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയ്ക്കുവളം വെച്ചു കൊടുക്കാൻ കൂടി പ്രാചീനഗണിതം അതിന്റെതായ പങ്കു വഹിച്ചിട്ടുണ്ടെന്നു തെളിയുന്നു.

പ്രാചീനഗണിതം വൃത്തമഞ്ജരിയിൽ

സാഹിത്യശാസ്ത്രശാഖകളിലും പ്രാചീനഗണിതത്തിന്റെ വിരൽപ്പാടുകൾ കാണുന്നുണ്ട്. ബി. സി. മൂന്നാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ച പിംഗളമുനിയുടെ ഛന്ദസ്സൂത്രങ്ങളിൽ രണ്ടിന്റെ ഘാതസംഖ്യകളുടെ പ്രയോഗമുണ്ടെന്നതിലേക്ക് ആദ്യസൂചന എനിക്ക് കിട്ടുന്നതു് എം. കെ. ഗ്രൂക്കർ എഴുതിയ ഭാഷാ പോഷിണിയിലെ ലേഖനങ്ങളിൽ നിന്നാണു്. പിംഗളസൂത്രങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണു് പതിനഞ്ചാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ച കേദാരഭട്ടന്റെ വൃത്തരത്നാകരവും അതിനെ അവലംബിച്ചുണ്ടാക്കിയ എ. ആർ ന്റെ വൃത്തമഞ്ജരിയും രൂപം കൊണ്ടതു്,

മുന്നക്ഷരം ചേർന്നതിനു
ഗണമെന്നിഹ സംജ്ഞയാം
ഗണാഗ്രുലഘ്വസ്ഥാന
ഭേദത്താലെട്ട*മതിരി

മൂന്നക്ഷരങ്ങളെ വിന്യസിച്ചാണു് ഗണസൃഷ്ടി നടത്തുന്നതു ഇവയിൽ ആദ്യത്തെ അക്ഷരവും രണ്ടാമക്ഷരവും മൂന്നാമക്ഷരവും ഈ രണ്ടുതരത്തിൽ ആകാം. ഒന്നുകിൽ ഗ്രു അല്ലെങ്കിൽ ലഘു. അങ്ങനെയാണു് $2^3 = 8$ ഗണങ്ങളും ഉണ്ടാകുന്നതു്. ഒന്നു മുതൽ 26 വരെ അക്ഷരങ്ങളും ഓരോ പദത്തിലും വരുന്ന ഛന്ദസ്സുകളെ പിംഗളൻ വിഭാവനം ചെയ്തിരുന്നു; ഓരോന്നിനും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം പേരും കൊടുത്തിരുന്നു. ഓരോ പാദത്തിൽ ഓരോ അക്ഷരം വീതം വരുന്ന ഛന്ദസ്സാണു് ഉക്തം എന്ന പേരിലറിയപ്പെടുന്നതു്. ഭാഷാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് മുദ്രാവാക്യമായി സ്വീകരിച്ചതു് ഗീർന;ശ്രേയ: എന്നതു ഉക്താഛന്ദസ്സിലുള്ള ശ്ലോകമാണു്. അതിലെ ഓരോ അക്ഷരം ഓരോ പാദം. ആറക്ഷരമുള്ളതു് ഗായത്രി; എട്ടക്ഷരമുള്ളതു് അനുഷ്ടുപ്പു്. പത്തക്ഷരമുള്ളതു് പംക്തി; പതിനൊന്നക്ഷരമുള്ളതു് ത്രിഷ്ടുപ്പു; പതിനാറക്ഷരമുള്ളതു് അഷ്ടി. പിന്നെ 17, 18 അക്ഷരം വീതം ഓരോ പാദത്തിലുമുണ്ടെങ്കിൽ അത്യഷ്ടിയും ധൃതിയുമാകും. അതിധൃതി പത്തൊമ്പതു്. പിന്നീടു് 20–26 അക്ഷരങ്ങൾക്ക് യഥാക്രമം കൃതി, പ്രകൃതി, വികൃതി സംകൃതി, അഭികൃതി, ഉൽകൃതി എന്നീ ഛന്ദസ്സുകളാണു്. 26 അക്ഷരത്തിൽ കൂടുതലുള്ളവയെ ദണ്ഡകം എന്ന പേരിലാണു് അറിയേണ്ടതു്. അനുഷ്ടുപ്പു്

---

* ചൈനീസ് ക്ലാസ്സിക്കുകളിൽ ഏറ്റവും പഴക്കമുള്ള കൃതിയാണത്രേ ''ഐ ചിങ്'' മുവ്വായിരം വർഷത്തിലധികം പഴക്കമുള്ള ഈ കൃതിയിൽ നമ്മുടെ 8 ഗണങ്ങളെ അനുസരിപ്പിക്കുന്ന തരത്തിൽ, ഏതോ പുണ്യനദിയുടെ പുളിനങ്ങളിൽ എതോ സ്വർലോകസുന്ദരി പാദമുദ്രകളും പതിപ്പിച്ചതായും ആ എട്ടു പദവിന്യാസക്രമങ്ങൾക്ക് അത്ഭുതസാധ്യതകളുള്ളതായും വിവരിച്ചിട്ടുണ്ടത്രേ.

ഛന്ദസ്സിലെ എട്ടക്ഷരങ്ങളുടെ ഗുരുലഘുവിന്യാസമനുസരിച്ച് $2^8 = 256$ വൃത്തങ്ങളും ഉണ്ടാകും. പെരിപ്പിക്കുമ്പം നൽകുന്ന വൃത്തങ്ങളെ നാം സ്വീകരിക്കുന്നു എന്നു മാത്രം. 2^{21} ഛന്ദസ്സുകളുള്ള പ്രകൃതിയിലെ ഒരു വൃത്തമത്രേ സ്രഗ്ധര. പിംഗളമുനിയുടെ കണക്കനുസരിച്ച് ഒട്ടാകെ ഛന്ദസ്സുകളുടെ എണ്ണം $1 + 2^2 + 2^3 + \ldots\ldots 2^{26}$

$$= 1 + 2^2 \frac{(2^{25} - 1)}{2 - 1} = 2^{27} - 3 \text{ ഛന്ദസ്സുകൾ}$$

സൈദ്ധാന്തികമായി സാധ്യമാണ്. ഇവയിൽ $1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 27$ വൈദികഛന്ദസ്സുകളാണ് 253 എണ്ണം. ലൗകികഛന്ദസ്സുകൾ 324 032 ആകുന്നു.

ഉപജാതിവൃത്തമുണ്ടാകുന്നതു് ഇന്ദ്രവജ്രയും ഉപേന്ദ്രവജ്രയും കലർന്നു വരുമ്പോളാണ്. നാലു പാദങ്ങളുള്ളതിൽ ആദ്യത്തെ പാദം രണ്ടു വൃത്തങ്ങളിലൊന്നാകാം. അങ്ങനെ നാലു പാദങ്ങളാണു ഈ വിട്ടുവീഴ്ച വരുമ്പോൾ, $2^4 = 16$ ആകും ആകെ പ്രസ്താരങ്ങൾ. അവയിൽ നാലിലും ഉപജാതി നാലിലും ഇന്ദ്രവജ്ര എന്നതു വർജ്യമാണ്. അപ്പോൾ 14 തരം ഉപജാതി സാധ്യമാണെന്നു് കണക്കാക്കിയിട്ടിരിക്കയാണ്.

ഈ പ്രശ്നം ലീലാവതിയിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യപ്പെടുന്നുണ്ട്.

പദാക്ഷരമിതഗണേ
ഗുണവർഗഫലഞ്ചയേദ്വിഗുണേ
സമവൃത്താനാം സംഖ്യാ
തദ്വർഗ്ഗോവർഗ്ഗവർഗ്ഗശ്ച
സ്യാ സ്വവദോനൗ സ്യാതാ–
മർധസമനാഞ്ച വിഷമാണാം

പാദത്തിൽ എത്ര അക്ഷരമുണ്ടോ അത്ര ഗച്ഛവുമായി യാതൊരു ദ്വിഗുണവർഗഫലമുണ്ടാകുന്നു അതു സമവൃത്തങ്ങളുടെ സംഖ്യയായി ഭവിക്കുന്നു. അതിന്റെ വർഗ്ഗവും വർഗ്ഗവർഗ്ഗവും അതാതിന്റെ പദം (മൂലം) കളഞ്ഞതു് അർധസമവൃത്തങ്ങളുടേയും വിഷമവൃത്തങ്ങളുടേയും സംഖ്യകൾ ആയിരിക്കും എന്നാണ് പി.കെ. കോരു മേൽ ശ്ലോകത്തെ വ്യാഖ്യാനിച്ചതു്.

ആറക്ഷരപാദമുള്ള ഗായത്രി ഛന്ദസ്സെടുക്കുക. സമവൃത്തമാകുമ്പോൾ വൃത്തസംഖ്യ $= 2^6$, അർധസമവൃത്തമാകുമ്പോൾ രണ്ടു വരികളിലുള്ള 12 അക്ഷരങ്ങൾക്കാകമമ്പോലെ ഗുരുലഘുകൊണ്ടുള്ള ക്രമീകരണം. അപ്പോൾ വൃത്തസംഖ്യ 2^{12} ആകുന്നു. എന്നാൽ ഇതിൽ സമവൃത്തങ്ങളും പെടും. അതിനാൽ അർധസമവൃത്തങ്ങളുടെ മാത്രം എണ്ണം $2^{12} - 2^6$ ആകുന്നു. വിഷമവൃത്തമാകുമ്പോൾ 24 അക്ഷരങ്ങളിലും ആകാം വൈവിധ്യം. ആകെ വൃത്തസംഖ്യ 2^{24}. ഇതിൽ സമവൃത്തങ്ങളും അർധസമവൃത്തങ്ങളും ഉൾപ്പെടും. വിഷമവൃത്തങ്ങളുടെ മാത്രം എണ്ണം $2^{24} - (2^{12} - 2^6) - 2^6 = 2^{24} - 2^{12}$

ദൃഷ്ടാന്തം കാണിക്കുന്നതിന അനുഷ്ടുപ്പാണ് ലീലാവതികാരൻ എടുത്തത് എന്ന മാത്രം.

സമാനാമർധതുല്യാനാം
വിഷമാണാം പൃഥക് പൃഥക്
വൃത്താനാം വദമേസംഖ്യാ
മനുഷ്ടുപ് ഛന്ദസിദ്ധതം

അനുഷ്ടു ഛന്ദസ്സിൽ സമവൃത്തങ്ങളായും അർധസമവൃത്തങ്ങളായും വിഷമവൃത്തങ്ങളായും എത്ര വൃത്തഭേദങ്ങളുണ്ടെന്നു പറയുക.

അനുഷ്ടുപ്പിൽ നാലു പാദങ്ങളിൽ അക്ഷരങ്ങൾ 32. ഓരോ പാദത്തിലും 8 അക്ഷരങ്ങൾ വീതം. അതിനാൽ സമവൃത്തസംഖ്യ $= 2^8 = 256$. അർധ സമവൃത്തസംഖ്യ $= 2^{16} - 2^8 = (256)^2 - 256 = 65280$. വിഷമവൃത്ത സംഖ്യ $2^{16} - 2^8 = (256)^4 - (256)^2 = 4294901760$.

അങ്ങനെ ഛന്ദശ്ശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയ്ക്കു പ്രാചീനഗണിതം സഹായകമായിട്ടുണ്ടെന്നതു നിർവിവാദമാകുന്നു.

ഗണിതം വാരികാവാംകുതികളിൽ

തൃശ്ശൂരിലെ രസികരഞ്ജിനിയിലൂ, കോട്ടയത്തെ ഭാഷാപോഷിണിയിലും പ്രത്യക്ഷപ്പെട്ട കണക്കുകളെപ്പറ്റി ഈ പുസ്തകത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്തു പരാമർശിച്ചിരുന്നുവല്ലോ. ആ പൈതൃകം പിൽക്കാലത്തു് കേരളകൗമുദി വാരിക തിരുവനന്തപുരത്തും മാതൃഭൂമി ആഴ്ചപ്പതിപ്പ് കോഴിക്കോട്ടും ഏറ്റെടുക്കുകയും യുവാക്കളുടെ ഇടയിൽ ഗണിതതാല്പര്യം വളർത്തുവാൻ, അഥവാ നശിക്കാതെ സംരക്ഷിക്കാൻ അവരുടേതായ പങ്കു നിർവഹിക്കുകയും ചെയ്തതു് നന്ദിപൂർവം സ്മരിക്കട്ടേ. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ ഉദ്ധരിച്ചു കോർക്കുകയാണു്.

ഒരു പഴയലക്കം കേരളകൗമുദിയിൽ ഇങ്ങനെ കാണാം.

വിശ്വസിക്കാമോ. താഴെക്കാണുന്ന സംഖ്യകളെ നോക്കുക.

$$33 \times 3367 = 111111$$
$$66 \times 3367 = 222222$$
$$\times \quad \times \quad \times \quad \times$$

മറ്റൊരു സംഖ്യ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ വയ്യാത്ത ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ 170, 141, 183, 460, 469, 229, 731, 687, 303, 715, 884, 105, 727. ഈ മുപ്പത്തൊമ്പതക്കസംഖ്യ കണ്ടുപിടിച്ചതു് 1877-ൽ ആർഥർ ലൂക്കസ് ആയിരുന്നു. ഈ ഭീമസംഖ്യയോടു ഒന്നു ചേർത്താൽ രണ്ടിനെ 127 തവണ തന്നെത്താൻ ഗുണിച്ച ഫലം കിട്ടും. സംഖ്യ $= 2^{127} - 1$

ഇതു നോക്കുക.

$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 1111,11111$$
$$123456789 \times 9 + 10 = 1111,1111,11$$

ഇതോടൊപ്പം പറഞ്ഞുവക്കട്ടേ 11, 111, 1111 എന്നിവയുടെ വർഗം കാണാൻ സംഖ്യയിൽ എത്ര ഒന്നുകളുണ്ടോ ആ എണ്ണത്തെ (2, 3, 4) നടുവിൽ കുറിച്ച ഇടത്തോട്ടും വലത്തോട്ടും ഒന്നു കുറയുന്ന അക്കങ്ങളും ഒന്നുവരെ നിരത്തിയാൽ മതി,

$1\,2\,1 : \underline{12}\,3\,\underline{21} : \underline{123}\,4\,\underline{321}$

ഇനി മാതൃകകൾ എങ്ങനെ പുറത്തുവന്നു എന്നു നോക്കുക. ചില കണക്കുകൾ ഉപകരിക്കുന്നതാണ്.

1. ഒരു വീട്ടിൽ ഒരു നാരങ്ങക്കാരൻ നാരങ്ങ വിൽക്കാൻ വന്നു. വീട്ടിലെ കുട്ടികളും പല വഴിക്കും നാരങ്ങ എടുത്തു കൊണ്ടു പോയി. നാരങ്ങക്കാരൻ യാതൊരു കണക്കും അറിയാത്ത ഒരു സാധുവായിരുന്നു. വീട്ടിലെ കാരണവർ വന്നു അവന്റെ കയ്യിൽ ആകെ എത്ര നാരങ്ങ ഉണ്ടായിരുന്നു എന്നു ചോദിച്ചു. 2, 3, 4, 5, 6 എന്നീ ആളുകളും വന്നു സമമായി ഭാഗിക്കുന്നതായാൽ ഓരോരുത്തനു ബാക്കി വരുമെന്നും 7 ആളും വന്നാൽ അവർക്കു സമമായി ഭാഗിക്കാമെന്നും തന്റെ ജ്യേഷ്ഠൻ പറഞ്ഞ കണക്കല്ലാതെ അവനു യാതൊന്നും പറയാനില്ലായിരുന്നു. നിങ്ങൾക്കു അവന്റെ കയ്യിൽ എത്ര നാരങ്ങ ഉണ്ടായിരുന്നു എന്നു പറയുവാൻ കഴിയുമോ?

ഉത്തരം 301,721 നാരങ്ങ.

2. ഒരു യാത്രക്കാരനു ഒരു നദിയെ തരണം ചെയ്യേണ്ടിവന്നു. കൂടെ ഒരു നരിയും ഒരു പശുവും ഒരു പുല്ലുകെട്ടും ഉണ്ടായിരുന്നു. യാത്രക്കാരനും ബാക്കി ഉള്ളതിൽ ഒരു മൃഗത്തിനോ അല്ലെങ്കിൽ പുല്ലുകെട്ടിനോ മാത്രമേ ഒരു തോണിയിൽ ഇരിക്കാൻ പാടുള്ളൂ. പശുവിനേയും നരിയേയുമോ പുല്ലുകെട്ടിനേയും പശുവിനേയുമോ യാത്രക്കാരൻ ഇല്ലാത്തപ്പോഴും ഒരുമിച്ചു നിർത്തുന്നതു അപകടമാണു്. അവൻ ആ നദി എങ്ങനെ തരണം ചെയ്യും.

ഉത്തരം. ആദ്യം യാത്രക്കാരനും പശുവും അക്കരെ കടക്കുക. യാത്രക്കാരൻ മടങ്ങിവന്നു് പുല്ലുകെട്ടിനെ കൊണ്ടുപോവുക. പിന്നെ പശുവിനെ തിരിച്ചു കൊണ്ടുവരുക. പിന്നെ നരിയെ കൊണ്ടുപോവുക; ശേഷം മടങ്ങി പശുവിനേയും കൊണ്ടുപോവുക. (ഇതേ കണക്കു് തന്നെ വടക്കേ മലബാറിൽ കോഴി, കറി, കുറുക്കൻ എന്നു മാറ്റത്തോടെ പ്രചരിച്ചിരുന്നു).

3. ഒരു വീട്ടിൽ ഒരു അഞ്ഞാഴിപ്പാത്രവും ഒരു മുന്നാഴിപ്പാത്രവും മാത്രമേ ഉണ്ടായിരുന്നുള്ളൂ. ഒരാൾ 2 ഇടങ്ങഴിയിലധികം കൊള്ളുന്ന ഒരു പാത്രം കൊണ്ടുവന്നു് 1 ഇടങ്ങഴി പാൽ തരേണമെന്നാവശ്യപ്പെട്ടു. വേറൊരു പാത്രത്തിന്റെയും സഹായം കൂടാതെ കൃത്യമായി അളന്നു 1 ഇടങ്ങഴി പാൽ കൊടുക്കുവാൻ സാധിക്കുമോ?

ഉത്തരം. ആദ്യം മുന്നാഴി പാൽ വലിയ പാത്രത്തിൽ ഒഴിക്കുക. പിന്നെയും അഞ്ഞാഴിയിൽ നിന്നു മൂന്നു നാഴി നിറച്ചു വലിയ പാത്രത്തിൽ ഒഴിക്കുക. പിന്നെ അഞ്ഞാഴിയിൽ ശേഷിച്ച രണ്ടുനാഴി പാൽ മൂന്നു നാഴിയിൽ ആക്കുക. വലിയതിൽ നിന്നു് 5 നാഴി പാത്രം നിറക്കുക. 5 നാഴിയിൽ നിന്നു് മൂന്നു നാഴി നിറക്കുക. 3 നാഴി നിറച്ചതിനെ വലിയതിൽ ഒഴിക്കുക. അപ്പോൾ അതിൽ ഇടങ്ങഴി പാലുണ്ടാവും.

4. ഒരു വീട്ടിൽ ഒരുകൂല പഴം തൂങ്ങുന്നു. ആ വീട്ടിലുള്ള എലികളും കാര്യം മുൻകൂട്ടറിഞ്ഞു. 4 എലികളും സംഘടിച്ചു ഓരോരുത്തരായി ആ വീട്ടിലുള്ളി

ലേക്കു കടക്കുവാൻ തീർച്ചയാക്കി. ഓരോ എലിയും വന്ന ഉടനെ അതു കണ്ട പ്രത്തിൽ നേർപകുതി തിന്നതിനുശേഷം മറെറപ്പുതിയിൽ നിന്നു ഒന്നു കൊണ്ടു പോവുക പതിവായിരുന്നു. ഇങ്ങനെ നാലു എലികളും വന്നുപോയ ശേഷം ഒരു പഴം ബാക്കിയുണ്ടായിരുന്നു. എന്നാൽ ആദ്യം ഉണ്ടായിരുന്ന പഴം എത്ര ?

ഉത്തരം 46 പഴം

കേളപ്പജി മാതൃഭൂമി പത്രാധിപരായിരുന്ന കാലത്തു് ആഴ്ചപ്പതിപ്പിലെ ബാലപംക്തിയിൽ കൊടുത്തിരുന്ന കണക്കുകളാണു് മേൽ കൊടുത്തവ (1935 മേയു് 13)

മറെറ കണക്കുകൾ

1. 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ 6-നു് ഒരു വിശേഷമുണ്ടു്. അതിനെ ബാക്കി കൂടാതെ ഹരിക്കാൻ കഴിയുന്ന എല്ലാ സംഖ്യകളുടേയും തുക 6 ആയതു് തന്നെ $1 + 2 + 3 = 6$.

10 മുതൽ 100 വരെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ അങ്ങനത്തെ സംഖ്യ ഒന്നു മാത്രം $= 28$

$$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.$$

100 നും 1000 ത്തിനും മധ്യേ അങ്ങനത്തെ ഒരൊറെറ സംഖ്യ ഏതാണു്. ഉത്തരം 496.

2. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ വശം 21 ചാക്കുകളുണ്ടായിരുന്നു. അതിൽ 7 മുഴുവൻ ധാന്യമുള്ള ചാക്കുകളും 7 പകുതി ചാക്കുകളും 7 തീരെ ഒഴിഞ്ഞവയും. ഒരു ചാക്കിൽ നിന്നു് മറെറാന്നിലേക്കു മാറാതെ ധാന്യവും ചാക്കുകളും അയാളും 3 പേർക്കു് ഭാഗിച്ചു കൊടുത്തു. ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടിയ ധാന്യവും ചാക്കുകളുടെ എണ്ണവും സമമായിരുന്നു. അങ്ങനെ ഭാഗിക്കാൻ നിങ്ങൾക്കു കഴിയുമോ.

3, 2, 2 മുഴുവൻ ചാക്കുകൾ

1, 3, 3 അരചാക്കുകൾ

$\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$ (മാതൃഭൂമി ആഴ്ചപ്പതിപ്പു് 1934 ജൂലായു് 2 പി എൻ പത്രാധിപരായിരുന്ന കാലത്തു് ബാലപംക്തിയിൽ).

3. ഒരു ഗ്രാം മുതൽ 120 ഗ്രാം വരെ കൃത്യമായി തൂക്കിക്കൊടുക്കാൻ അഞ്ചു തൂക്കക്കട്ടികൾ ആവശ്യമായി വരുന്നു. കട്ടികൾ ഏവ? എങ്ങനെ തൂക്കിക്കൊടുക്കണമെന്നു വിശദമാക്കുക.

ഉത്തരം. ആവശ്യമായ കട്ടികൾ 1 ഗ്രാം 3 ഗ്രാം 9 ഗ്രാം 27 ഗ്രാം 81 ഗ്രാം എന്നിവയാകുന്നു.

ഉപപത്തി. (1) ഒരു ഗ്രാമിനും 3 ഗ്രാമിനും കട്ടികൾ തന്നെയുണ്ടു്. രണ്ടു കട്ടികളും തുലാസ്സിന്റെ ഒരേ തട്ടിലിട്ടാൽ 4 ഗ്രാമും ആയി. എന്നാൽ

2 ഗ്രാം തൂക്കുന്നതിനു് 3 ഗ്രാം ഒരു തട്ടിലും 1 ഗ്രാം മറേറ തട്ടിലും നിക്ഷേപിച്ചു് സമതുലനത്തിനാവശ്യമായ ദ്രവ്യം 1 ഗ്രാം തട്ടിലിട്ടാൽ, അതു 2 ഗ്രാമാകും.

(2) അഞ്ചു ഗ്രാം തൂക്കാൻ 9 ഗ്രാം ഒരു തട്ടിലും (1 + 3) ഗ്രാം മറേറ തട്ടിലും ഇട്ടു് അതിൽ സമതുലനത്തിനാവശ്യമായതു നിക്ഷേപിയ്ക്കുക. അതു 5 ഗ്രാമാകും അതുപോലെ ആറുഗ്രാമിനു് 9 ഗ്രാം ഒരു തട്ടിൽ മറേറതിൽ 3 ഗ്രാമും ആവശ്യമായ ദ്രവ്യവും. ഏഴു ഗ്രാമിനു് (9 + 1) ഒരു തട്ടിലും മറേറതിൽ 3 ഗ്രാമും ദ്രവ്യവും. പത്തു ഗ്രാമിനു് 9 + 1 ഒരു തട്ടിലിടുക. പതിനൊന്നു ഗ്രാമിനു (9 + 3) ഒരു തട്ടിലും 1 ഗ്രാമും ദ്രവ്യവും മറേറതിലും നിക്ഷേപിക്കണം.

(3) 45 ഗ്രാമിനു് 81 ഒരു തട്ടിലും മറേറതിൽ 27 + 9

(4) 75 ഗ്രാമിനു് 81 + 3 ,, ,, 9 ഗ്രാം

(5) 100 ഗ്രാമിനു് (81 + 27 + 1) ,, 9 ഗ്രാം

(6) 115 ഗ്രാമിനു് ഒരു തട്ടിൽ (81 + 27 + 9 + 1) മറേറതിൽ 3 ഗ്രാമും ദ്രവ്യവും നൂറിരുപത്തി ഒന്നു ഗ്രാം വരെ തൂക്കിക്കൊടുക്കാൻ ഈ അഞ്ചു കട്ടികളും മതിയാകുന്നതാണു്.

കുറിപ്പു്: 7 തൂക്കക്കട്ടികളും കൊണ്ടു് 1093 ഗ്രാം വരെയും തൂക്കാം

മാതൃഭൂമി ആഴ്ചപ്പതിപ്പിൽ അധ്യാപകൻ എന്ന തൂലികാനാമത്തിൽ ഏ. വി. കുട്ടിക്കൃഷ്ണമേനോൻ രസം പിടിപ്പിക്കുന്ന പല കണക്കുകളും ഉൾക്കൊള്ളിച്ചു് ലേഖനങ്ങളും എഴുതിയിരുന്നു; മനസ്സിന്റെ ശക്തിയും ക്ഷമാബലവും വർധിപ്പിക്കാനുതകുന്ന കണക്കുകളും.

ഏ. (12)	ബി. (7)	സി. (5)	പ്രക്രമം
12	0	0	തുടക്കത്തിൽ
7	0	5	ഏ → സി
7	5	0	സി → ബി
2	5	5	ഏ → സി
2	7	3	സി → ബി
9	0	3	ബി → ഏ
4	3	5	സി → ബി & ഏ → സി
4	7	1	സി → ബി
11	0	1	ബി → ഏ
11	1	0	സി → ബി
6	1	5	ഏ → സി
6	6	0	സി → ബി

ഒരാളുടെ വശം 12 നാഴി കൊള്ളുന്ന പാത്രം നിറയെ പാലുണ്ട്. ഒഴിഞ്ഞ ഒരു ഏഴനാഴിപ്പാത്രവും ഒരു അഞ്ചു നാഴിപ്പാത്രവും മാത്രമേ വേറെ കരുതിയുള്ള. ഒരു നാഴി, രണ്ടു നാഴി, മൂന്നു നാഴി,..... 11 നാഴി വരെ അളന്നെടുക്കാനും പപ്പാതിയാക്കാനും സ്വീകരിക്കേണ്ട പ്രക്രമം വിവരിക്കുക കണക്കല്ലാക്കണക്കു് എന്ന പേരിൽ കൊടുത്ത ഒരു കണക്കായിരുന്നു ഇതു്. പന്ത്രണ്ടുനാഴിപ്പാത്രത്തെ എ. എന്നും 7 നാഴിപ്പാത്രത്തെ ബി എന്നും 5 നാഴിപ്പാത്രത്തെ സി എന്നും വിളിയ്ക്കുമെങ്കിൽ താഴെ കൊടുക്കുന്ന പ്രക്രമം പരിശോധിച്ചു നോക്കുക.

എറാസ്തിനീസിന്റെ അരിപ്പ എന്ന ശീർഷകത്തിൽ അവിഭാജ്യസംഖ്യകളെപ്പറ്റി വിവരണാത്മകമായ ഒരു ലേഖനവും മാതൃഭൂമി ആഴ്ചപ്പതിപ്പിലെ ബാലപംക്തിയിൽ പ്രത്യക്ഷപ്പെട്ടിരുന്നു.

ഒന്നു മുതൽ നൂറുവരെ സംഖ്യകളെ ഏഴതി ആദ്യമായി 2 ന്റെ ഘടകങ്ങളെയും പിന്നീടു് 3 ന്റെയും 5 ന്റെയും 7 ന്റെയും ഘടകങ്ങളെയും വെട്ടി നീക്കിയാൽ 26 അവിഭാജ്യസംഖ്യകളും അവശേഷിക്കുന്നതിവയാണു്.

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 എന്നിവ.

ഒരു കോടി വരെയുള്ള അവിഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം 664579 ആണു്. നൂറുകോടിയ്ക്കു താഴെയുള്ള അവിഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം കുറിക്കുന്ന എട്ടക്കസംഖ്യയാണു് 50847478. അവിഭാജ്യസംഖ്യകളിൽ ഏറ്റവും വലുതായി അറിയപ്പെട്ടുന്നതു് $2^{127} - 1$. ഇതു് കേരളകൗമുദി പംക്തിയും ചൂണ്ടിക്കാട്ടിയിരുന്നതായി മുമ്പു സൂചിപ്പിച്ചതു് ഓർക്കുക. അതായതു് 170 141 183 460 469 231 731 687, 303, 715, 884, 105 727 എന്ന മുപ്പത്താമ്പതക്കസംഖ്യതന്നെ. വിഭാജ്യസംഖ്യകളിൽ ഏറ്റവും വലുതു് $2^{257} - 1$ ആകുന്നു. 78 അക്കം വരുന്ന വളരെ വളരെ വലിയ സംഖ്യയാകുമതു്.

ആഴ്ചപ്പതിപ്പുകളിലെ ബാലപംക്തികളും കൂടി ഗണിതതാല്പര്യം കൊണ്ടു് ഒരു കാലത്തു് കല്പോലിതമായിരുന്ന ശ്രീമതി സരോജനീനായിഡുവിനെ കവിത വന്നതു് ബീജഗണിതപ്രശ്നവുമായി മല്ലിട്ടുമ്പോഴായിരുന്നുവത്രേ. ഗണിതതാല്പര്യത്തിന്റെ പൈതൃകം കൈമോശം വന്നുപോകാതെ നോക്കേണ്ട ധർമം നമുക്കുണ്ടു്.

ശുദ്ധിപത്രം

പേജ് 112 ആദ്യത്തെ നാലു വരിക്കു പകരം.

''മൂന്നുഭോഗത്തെ കഴി 15–ഉം 14–ഉം 13–ഉം കൂടെ 42; ഇതിൽ പാതി 21; ഇതിൽ 15–ഉം പോകെ 6; 21–ൽ 14 പോകെ 7; 21–ൽ 13 പോകെ 8; ഈ 8–ഉം 7–ഉം 6–ഉം കൂടെ പെരുക്കിയാൽ 336. ഇതിനെ 21–ൽ പെരുക്കിയാൽ 7056. ഇതിനെ മൂലിക്ക = 84. കഴി 84 എന്നു ചൊല്ലുക.''

എന്നു വായിക്കുക.